VADEMECUM

DES

MECHANIKERS.

Bernoulli

Vademecum des Mechanikers

oder

Praktisches Handbuch

für

Mechaniker, Mühlbauer, Ingenieurs, Techniker und Gewerbsleute

von

Joh. Gustav Bernoulli.

Zehnte Auflage

unter Mitwirkung von

Friedrich Autenheimer.

Stuttgart.

J. G. Cotta'scher Verlag.

1859.

Buchdruckerei der J. G. Cotta'schen Buchhandlung in Stuttgart und Augsburg.

Vorrede zur vierten Auflage.

Indem ich hier die vierte Auflage des im Jahre 1829 von meinem Vater herausgegebenen Vademecums dem industriellen Publikum übergebe, glaube ich über die Tendenz dieses Werkchens nicht Weiteres bemerken zu dürfen, als daß sie namentlich dahin geht, sowohl dem angehenden Gewerbsmanne eine kurze und mit Beispielen erläuterte Anweisung zur Auflösung der ihm im praktischen Leben vorkommenden Fälle zu geben, als auch dem geübteren Techniker durch Zusammenstellung von numerischen Werthen, Formeln und Tabellen Erleichterung und Zeitersparniß in seinen Berechnungen zu verschaffen. Ich habe der vorliegenden Ausgabe diese Tendenz, deren Nützlichkeit aus dem Erfolge hervorgeht, welcher sowohl den früheren Auflagen dieses Werkchens, als auch dem in England herausgegebenen Compendium von Robert Brunton,

das jenem zur Grundlage diente, geworden ist, gänzlich beibehalten und bloß gesucht durch sorgfältige Revision, durch Beseitigung der vielfachen Rechnungsfehler und sonstigen Unrichtigkeiten und durch nützliche Zusätze den Werth desselben zu erhöhen.

Wie früher, habe ich die Formeln und sonstigen Angaben hauptsächlich in metrischem Maaße ausgedrückt, weil dasselbe sowohl die größte Einfachheit und Leichtigkeit in den Berechnungen gewährt, als auch am häufigsten im Gebrauche steht. Die in den früheren Auflagen enthaltenen Formeln in altem französischem Maaße habe ich dagegen größtentheils weggelassen, weil dasselbe ausschließlich nur in Frankreich gebraucht und sogar dorten seit längerer Zeit durch den neuen französischen Fuß ($^1/_3$ Meter) ersetzt ist, und habe mich statt dessen vorzugsweise des badischen oder neuen Schweizermaaßes bedient, indem solches nach und nach in Deutschland allgemein eingeführt werden dürfte und sich sehr leicht auf das metrische Maaß reduciren läßt.

Bei dem gegenwärtigen Stand der Elementarschulen läßt sich voraussetzen, daß auch der ungeübtere Techniker hinreichende Kenntnisse in der Algebra und Geometrie besitze, um die Ausstellung einfacher Formeln zu rechtfertigen, welche demjenigen, der sie anzuwenden weiß, unstreitig weit mehr

Leichtigkeit und klarere Uebersicht darbieten, als bloße praktische Regeln, wie solche das englische Compendium ausschließlich enthält. Uebrigens habe ich, um deren Gebrauch zugänglicher zu machen, und namentlich auch, weil in der Auflösung complicirter Formeln nur bei einigem Mangel an Aufmerksamkeit sich leicht Nachtheil bringende Rechnungsfehler einschleichen können, es vorgezogen, schwierigere Aufgaben durch verschiedene auf einander folgende Rechnungsoperationen zu lösen, welches Verfahren noch den Vortheil darbietet, eine leichtere Beurtheilung über die Richtigkeit der Berechnungen zuzulassen.

Unter Berücksichtigung der bedeutenden Ausdehnung, welche die Dampfschifffahrt, sowie das Eisenbahnwesen in neuerer Zeit auch in den deutschen Staaten erhalten hat und noch erhalten wird, habe ich schon in den früheren Ausgaben einige darauf Bezug habende Berechnungen über den Inhalt, die Oberfläche und den Schwerpunkt unregelmäßiger Körper angegeben und denselben nun in der neuen Ausgabe noch das Wesentlichste über die Construktion der Dampfschiffe und Locomotiven selbst beigefügt.

Was diese und andere neue Zusätze anbetrifft, so habe ich nicht ermangelt, die seitdem erschienenen Werke von Morin, Taffe, Armengaud, Prechtl, Verdam &c. sowohl als auch

meine eigenen im Maschinenbaufache gemachten Erfahrungen dabei zu benützen, und es passend gefunden, zu Beispielen unter Anderem Berechnungen anzunehmen, auf welche sich verschiedene Maschinenanlagen begründen, welche die hiesige Gesellschaft, bei der ich einer der funktionirenden Theilhaber bin, ausgeführt hat.

Die geringe Zeit, welche ich der vorliegenden Arbeit widmen konnte, und die Reichhaltigkeit der Materien, welche derselben zu Grunde liegen, mögen mich bei dem Leser entschuldigen, wenn auch in dieser Auflage noch Manches zu oberflächlich behandelt und überhaupt noch Vieles zu wünschen übrig gelassen ist.

Immendingen bei Donaueschingen (Großh. Baden),
im Januar 1844.

Joh. Gustav Bernoulli.

Vorrede zur achten Auflage.

Die erheblichen Fortschritte, welche das Maschinenwesen auch in den letzten zehn Jahren machte, haben den Verfasser des Vademecums veranlaßt, dasselbe bei der neuen Auflage, in Verbindung mit Herrn Fr. Autenheimer, Lehrer an der hiesigen Gewerbsschule, einer durchgehenden Umarbeitung zu unterwerfen. Zunächst für den Selbstunterricht bestimmt, zu dessen Erleichterung hier noch die wesentlichsten Regeln der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie in Kürze beigefügt worden sind, dürfte dieses Werkchen nun auch vermöge seiner systematischen Anordnung geeignet erscheinen, in Gewerbsschulen als Leitfaden für den Unterricht in der industriellen Mechanik benützt zu werden.

Die Abschnitte über Dampfmaschinen, Locomotiven und Spinnerei finden sich mit größerer Ausführlichkeit behandelt,

weil die Anwendung derselben allenthalben sehr zugenommen hat, und die neuen Abschnitte über Heizung und Beleuchtung dürften durch die Wichtigkeit zweckmäßiger Einrichtungen dieser Art für größere und kleinere Anstalten gerechtfertigt sein. Neben den eignen Erfahrungen sind auch hier wiederum einschlägige Werke, wie die von Redtenbacher, Morin, Péclet, Claudel, Alcan 2c. benützt worden.

Möge der praktische Werth dieses Werkchens durch unsre beiderseitigen Bemühungen etwas erhöht worden sein.

Basel, im Februar 1855.

Inhaltsverzeichniß.

Alphabetisches Inhaltsverzeichniß.

Nr. 1.

Arithmetische Regeln.

A. Von den Decimalbrüchen.

1. Die Decimalbrüche gehören in die Reihe des zehntheiligen Zahlensystems. Wie der Werth der Ziffern bei ganzen Zahlen von ihrer Stelle abhängt, so auch der Werth derjenigen Ziffer, welche Decimalbrüche bezeichnen. In der nächsten Stelle nach den Einern stehen die Zehntel, in der zweiten die Hundertel u. s. w. Die Einheiten und Zehntel werden durch ein Komma oder einen Punkt getrennt. Von den Decimalbrüchen schreibt man also nur die Zähler an, ihre Nenner ergeben sich aus der Stellung der Zähler zum Komma.

Die Zahl $2\frac{7}{10}$ wird geschrieben 2,7; ebenso ist $4\frac{35}{1000} = 4{,}035$. Fehlen die Ganzen, so wird vor das Komma eine Null geschrieben, z. B. $\frac{15}{100} = 0{,}15$.

Die Zahl 0,2504 enthält somit keine Ganzen, dagegen $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{100}$ und $\frac{4}{10000}$, also zusammen 2504 Zehntausendstel.

Die Zahlen 0,5; 0,50; 0,500 bedeuten gleich viel, nämlich $\frac{5}{10}$. Somit bringen die Nullen rechts der Ziffer 5 keine Veränderung im Werthe

hervor. Dagegen nehmen die Zahlen 0,5; 0,05; 0,005 im Werthe je um das 10fache ab.

2. Reduction gewöhnlicher Brüche in Decimalbrüche. Man hänge dem Zähler des gewöhnlichen Bruches eine bestimmte Anzahl Nullen an und dividire diese Zahl mit dem Nenner; vom entstandenen Quotienten werden alsdann so viele Stellen von der Rechten zur Linken abgeschnitten, als dem obigen Zähler Nullen angehängt wurden.

Beispiele. $\frac{7}{8} = 0{,}875$; denn $\frac{7000}{8} = 875$

$\frac{5}{32} = 0{,}15625$; denn $\frac{500000}{32} = 15625$

Nicht immer geht die Division auf. In diesem Fall bricht man bei einer bestimmten Stelle ab und erhält dadurch einen Annäherungswerth. Beispiele hiefür sind:

$\frac{2}{3} = 0{,}66666\ldots$ $\frac{3}{7} = 0{,}42857\ldots$

Will man in diesen Decimalbrüchen schon bei der 4ten Stelle abbrechen, so wird man richtiger nehmen:

$\frac{2}{3} = 0{,}6667$ $\frac{3}{7} = 0{,}4286$

3. Addition und Subtraction der Decimalbrüche. Man setze die Ziffern von gleichem Rang unter einander (Zehntel unter Zehntel u. s. w.), führe die Rechnung wie bei ganzen Zahlen aus und trenne in der Summe oder Differenz die Zehntel von den Einern durch das Komma.

Beispiele.	Addition		Subtraction
Summanden	0,90058		
	7,634	Minuend	0,975
	3,007956	Subtrahend	0,483764
Summa =	11,542536	Differenz =	0,491236

4. Multiplication der Decimalbrüche. Man multiplicire beide Factoren mit einander wie bei ganzen Zahlen,

schneide im Product so viele Decimalstellen von der Rechten zur Linken ab, als Decimalstellen in beiden Factoren zusammen sind, und ergänze etwa mangelnde Stellen zur Linken durch Nullen.

Beispiele.			
	Multiplicand	113,5	0,137
	Multiplicator	0,072	0,00057
		2270	959
		7945	685
	Product =	8,1720	0,00007809

5. Abgekürzte Multiplication. Sie hat zum Zweck, nur so viel Decimalen im Product hervorzubringen, als man für nöthig hält.

Man setze den Einer des Multiplicators unter diejenige Stelle des Multiplicand, welche im Product die niederste seyn soll; ordne die übrigen Ziffern des Multiplicators in umgekehrter Reihenfolge; multiplicire jede Stelle des Multiplicators nur mit der senkrecht darüber stehenden Stelle und der links darauf folgenden und setze die Ziffern rechts alle in eine gerade Linie unter einander.

Dabei ist die erste Zahl einer jeden Horizontalreihe um das zu vermehren, was herauskäme, wenn auch noch die folgende Stelle rechts im Multiplicand multiplicirt worden wäre.

Beispiel. Man multiplicire 3,042105 mit 2,113061, so daß das Product nur 5 Decimalstellen enthält.

Gewöhnliches Verfahren.		Abgekürztes Verfahren.
3,042	105	1
2,113	061	3,0421 05
	3 042105	16 0311,2
18	2 52630	6 0842 1
912	6 315	3041 1
3042	1 05	304 2
30421	0 5	91 3
6,08421	0	1 8
6,42815	3 433405	6,4281 5

6. Division der Decimalbrüche. Man mache vor der Division die Brüche gleichnamig und lasse ihre gleichen Nenner weg, d. h. man versetze das Komma im Dividend und Divisor um gleich viele Stellen, bis in beiden Zahlen keine Decimalen mehr vorkommen; alsdann dividire man diese ganzen Zahlen wie gewöhnlich.

Beispiele.

Dividend .... Divisor .... $\frac{42,435}{12,3} = \frac{42435}{12300} = 3,45$ (Quotient).

$$\frac{4\,00}{0,25} = \frac{40000}{25} = 1600$$

$$\frac{0,046}{0,0076089} = \frac{460000}{76089} = 6,03604\ldots$$

B. **Von den Proportionen.**

1. Ein Verhältniß zweier Größen zeigt an, wie oft die eine Größe in der andern enthalten ist. Zwei gleiche Verhältnisse (Quotienten) bilden eine Proportion.

Die beiden Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{6}{8}$ können als zwei solche gleiche Verhältnisse angesehen werden. Die daraus hervorgehende Proportion ist

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$; oder gewöhnlicher $3 : 4 = 6 : 8$

d. h. es verhält sich 3 zu 4, wie 6 sich zu 8 erhält. Die Zahlen 3, 4, 6, 8 sind die Glieder und zwar 3 und 8 die äußern, 4 und 6 die innern Glieder der Proportion.

2. Bei jeder Proportion ist das Product der äußern Glieder gleich dem Product der innern.

Wenn $a : b = c : d$, oder (was das Gleiche ist) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, so erhält man: $a\,d = b\,c$.

3. Hieraus folgt, daß ein äußeres Glied gefunden wird, indem man das Product der innern durch das bekannte

äußere dividirt; daß ebenso ein inneres gleich ist dem Product der äußern, dividirt durch das bekannte innere.

Beispiele. In der Proportion $a : b = c : x$ ist $x = \frac{b \cdot c}{a}$

„ „ „ $5 : 4 = x : 0{,}6$ ist $x = \frac{5 \times 0{,}6}{4} = 0{,}75.$

C. Ausziehung der Quadratwurzel.

1. Wird eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, so heißt das Product das Quadrat dieser Zahl, die letztere aber die Wurzel des Quadrates.

Das Quadrat von 7 ist 49: die Quadratwurzel aus 81 ist 9. Die Bezeichnung ist: $7^2 = 49$ und $\sqrt{81} = 9$.

2. Das Quadrat der zwei- und dreitheiligen Größen $a + b$, $a + b + c$ ist

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$

$$[(a + b) + c]^2 = (a + b)^2 + 2\,(a + b)\,c + c^2$$

Folglich auch durch Ausziehung der Quadratwurzel

$$\sqrt{a^2 + 2\,ab + b^2} = a + b$$

$$\sqrt{(a + b)^2 + 2\,(a + b)\,c + c} = a + b + c$$

3. Wird eine ganze Zahl mit 2 Ziffern geschrieben, so enthält ihr Quadrat 3 oder 4 Ziffern (wie Tabelle I. zeigt); daher hat eine ganze Zahl, welche mit 3 oder 4 Ziffern geschrieben wird, eine zweizifferige Quadratwurzel. Enthält ein Quadrat 5 oder 6 Ziffern, so ist ihre Quadratwurzel dreizifferig u. s. w. Durch Anwendung der obigen Formeln erhält man folgende Regel zum Ausziehen der Quadratwurzel aus einer ganzen Zahl:

Man theile sie von der Rechten zur Linken durch Striche in Klassen von je 2 Ziffern (wobei die letzte oder höchste Klasse

auch nur aus einer Ziffer bestehen kann; suche die größte Wurzel der höchsten Klasse; schreibe sie rechts von der Zahl, aus welcher die Wurzel zu ziehen ist; bilde ihr Quadrat und setze es unter die erste Klasse; ziehe es davon ab; füge zum Rest die erste Ziffer der nächsten Klasse und betrachte diese Zahl als Dividend.

Man verdopple die erhaltene Wurzel und dividire damit in den erwähnten Dividend; der Quotient ist die zweite Ziffer der Wurzel. Hierauf multiplicire man diesen Quotienten mit dem Divisor, schreibe ihn unter den Dividend und ziehe ab; zum Rest nehme man die zweite Ziffer der zweiten Klasse und ziehe davon das Quadrat des Quotienten ab.

So fahre man mit jeder Klasse fort. Geht die Wurzelausziehung bei den Einheiten nicht auf, so füge man Paare von Nullen als ergänzende Klassen hinzu, bis eine hinlängliche Zahl von Decimalen in der Wurzel gefunden ist. Sind statt dieser Paare von Nullen Decimalen hinter der ganzen Zahl, so ist das Verfahren das nämliche.

Beispiel 1. $\sqrt{8|50|30|56} = \overset{a}{2}\ \overset{b}{9}\ \overset{c}{1}\ \overset{d}{6}$

$$a^2 = 4$$
$$2a = 4|\ 45$$
$$2ab = 36$$
$$90$$
$$b^2 = 81$$
$$2(a+b) = 58|\ 93$$
$$2(a+b)c = 58$$
$$350$$
$$c^2 = 1$$
$$2(a+b+c) = 582|\ 3495$$
$$2(a+b+c)d = 3492$$
$$36$$
$$d^2 = 36$$

Beispiel 2.

$$
\begin{array}{rl}
 & \text{a b c} \\
\sqrt{0,|00|85|4} & = 0,0924\ldots \\
a^2 = & 81 \\
2a = 18| & 44 \\
2ab = & 36 \\
 & 80 \\
b^2 = & 4 \\
2(a+b) = 184| & 760 \\
2(a+b)c = & 736 \\
 & 240 \\
c^2 = & 16 \\
 & 224, \text{ u. s. w.}
\end{array}
$$

D. Ausziehung der Cubikwurzel.

1. Wird eine Zahl dreimal mit sich selbst multiplicirt, so heißt das entstandene Product die **dritte Potenz** oder der Cubus dieser Zahl, und diese Zahl die **Cubikwurzel** aus jenem Cubus.

Der Cubus von 5 ist $5 \times 5 \times 5 = 125$; die Cubikwurzal aus 64 ist 4. Die Bezeichnung für beide Rechnungsarten ist $5^3 = 125$; $\sqrt[3]{64} = 4$.

2. Der Cubus der zwei- und dreitheiligen Größe $a + b$, $a + b + c$ ist

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 2ab^2 + b^3$$

$$\{(a+b)+c\}^3 = (a+b)^3 + 3(a+b)^2 c + 3(a+b)c^2 + c^3$$

folglich ist auch:

$$\sqrt[3]{a^3 + 3a^3 b + 3ab^2 + b^3} = a + b$$

$$\sqrt[3]{(a+b)^2 + 3(a+b)c^2 + 3(a+b)c^2 + c^3} = a + b + c$$

3. Die dritten Potenzen der Zahlen von 1 bis 9 werden, wie Tabelle I. zeigt, mit 1, 2 oder 3 Ziffern geschrieben. Folglich hat jede ganze Zahl, die aus 1, 2 oder 3 Ziffern

besteht, eine einzifferige Wurzel. Der Cubus von zweizifferigen Wurzeln enthält 4, 5 oder 6 Ziffern; also werden umgekehrt solche Zahlen auch zweizifferige Wurzeln haben. Die Cubikwurzel aus einer Zahl, welche mit 7, 8 oder 9 Ziffern geschrieben wird, hat 3 Ziffern; u. s. w.

Für die Ausziehung der Cubikwurzel aus einer ganzen Zahl ergibt sich daher die Regel: Man theile die Ziffern des Cubus von der Rechten zur Linken in Klassen von je 3 Ziffern (wobei die höchste Klasse links auch blos aus 2 oder 1 Ziffer bestehen kann), so entspricht jeder Klasse eine Ziffer der Wurzel.

Die ganze Zahl 21403276 zerfällt in die Klassen 21|403|276 und gibt deßhalb eine dreizifferige Wurzel.

4. Nun suche man die größte Wurzel aus der höchsten Klasse; schreibe sie rechts vom Cubus; bilde ihre dritte Potenz und setze sie unter diese erste Klasse; ziehe sie davon ab; füge zum Rest die erste Ziffer der folgenden Klasse und betrachte diese Zahl als Dividend.

Man bilde das 3fache Quadrat der schon erhaltenen Wurzel und dividire damit in den zuletzt erwähnten Dividend. Der Quotient ist die zweite Stelle der Wurzel. Hierauf multiplicire man diesen Quotienten mit dem Divisor; ziehe das Product vom Dividend ab; nehme zum Rest die zweite Ziffer der zweiten Klasse; ziehe hievon ab das 3fache Product aus der ersten Stelle der Wurzel und dem Quadrat der zweiten Stelle; zum Rest füge die dritte Ziffer der zweiten Klasse hinzu und ziehe noch davon ab den Cubus der zweiten Stelle der Wurzel.

So fahre man mit jeder Klasse fort, indem man die zwei gefundenen Ziffern der Wurzel als eine Größe betrachtet. Geht die Wurzelausziehung bei den Einheiten nicht auf, so

füge man je 3 Nullen als eine Klasse hinzu, bis eine genügende Anzahl von Decimalen in der Wurzel gefunden ist. Sind statt dieser Nullen Decimalstellen im Cubus vorhanden, so ist das Verfahren das nämliche.

Beispiel 1. $\sqrt[3]{175|616} = \overset{a}{5}\,\overset{b}{6}$

$a^3 = 125$

$3a^2 = 75|\ 506$

$3a^2b = 450$

561

$3ab^2 = 540$

216

$b^3 = 216$

0

Beispiel. 2. $\sqrt[3]{2{,}056|47.|\ldots} = \overset{a}{1},\ \overset{b}{2}\,\overset{c}{7}\,\overset{d}{1}\ldots$

$a^3 = 1$

$3a^2 = 3|\ 10$

$3a^2a = 6$

45

$3ab^2 = 12$

336

$b^3 = 8$

$3(a+b)^2 = 432|\ 3284$

$3(a+b)^2c = 3024$

2607

$3(a+b)c^2 = 1764$

8430

$b^3 = 343$

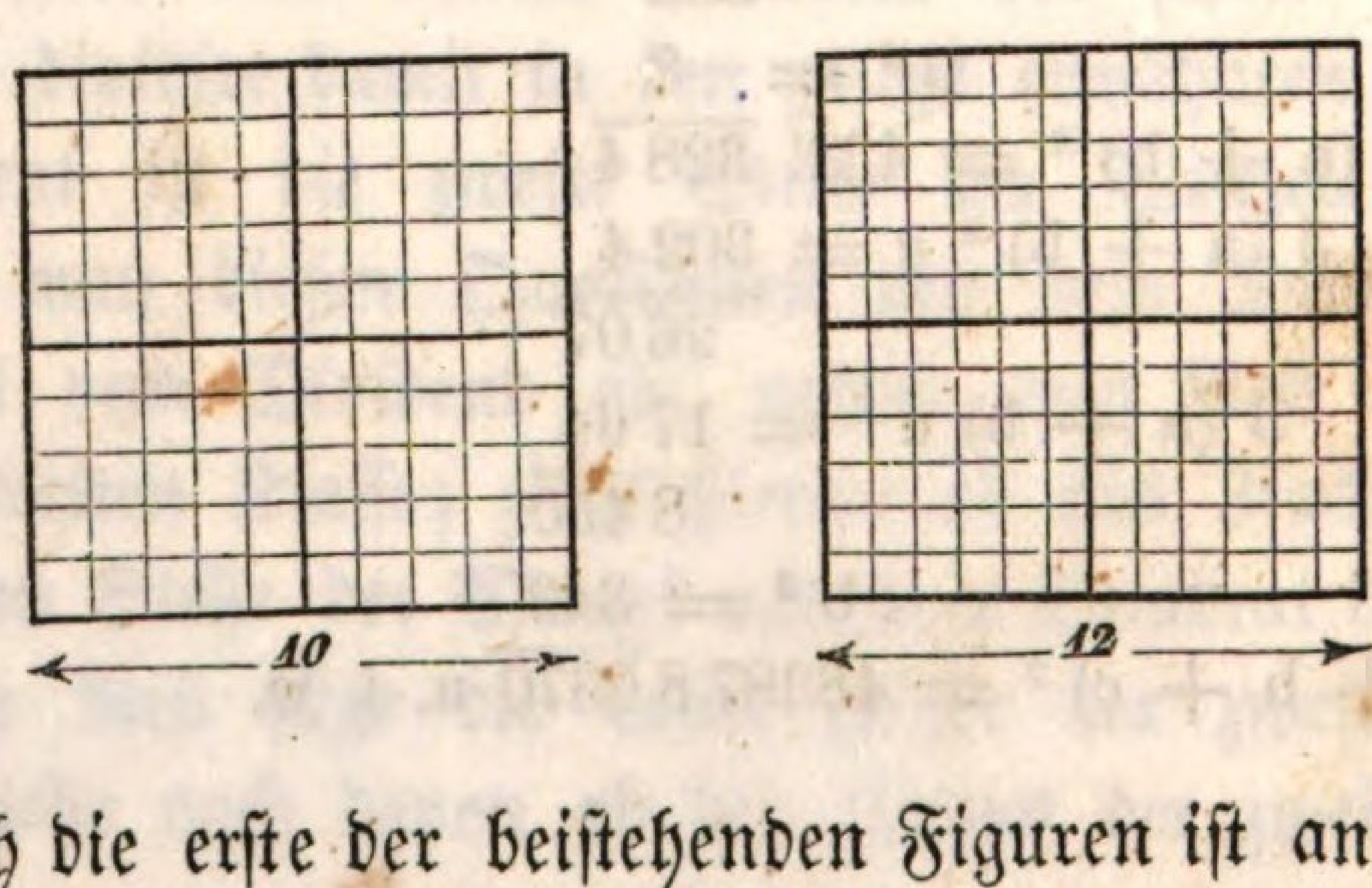
$3(a+b+c)^2 = 48387\ 80870$ u. s. w.

Nr. 2.

Geometrische Regeln.

A. Vom Quadrat.

1. Das **Quadrat** ist ein Viereck mit gleichen Seiten und Winkeln. Ist die Seite eines Quadrates 1 Meter lang, so heißt dasselbe **Quadratmeter**. Ebenso sind die Benennungen Quadratfuß, Quadratklafter ꝛc. zu verstehen.



Durch die erste der beistehenden Figuren ist anschaulich gemacht, daß 1 Quadratmeter $10 \times 10 = 100$ Quadratdecimeter, oder ebenso, daß 1 Quadratfuß nach dem 10theiligen Maaße $10 \times 10 = 100$ Quadratzoll, 1 Quadratzoll $10 \times 10 = 100$ Quadratlinien hat. — Die zweite Figur zeigt, daß nach dem

12theiligen Maaße 1 Quadratfuß 12 × 12 = 144 Quadratzoll, 1 Quadratzoll 12 × 12 = 144 Quadratlinien enthält, u. s. w. Die Bezeichnung ist:

1 □Cent.M. = 0,01 □Dec.M. = 0,0001 □ Met.

1□‴ = 0,01 □″ = 0,0001 □′ (Decimalmaaß).

Die Zahl 0,31457 □Met. enthält hiernach:

31 □Dec.M., 45 □Cent.M. und 70 □Mill.M.

Nach dem 12theiligen Maaße 1 □′ = 144 □″ = 20736 □‴.

2. Bezeichnet a die Seite und S den Flächeninhalt des Quadrates, so ist

$$S = a \times a = a^2$$

$$a = \sqrt{S}$$

Die Fläche wird also gefunden, wenn man die Seite mit sich selbst multiplicirt; die Seite dagegen, wenn man aus der bekannten Fläche die Quadratwurzel auszieht.

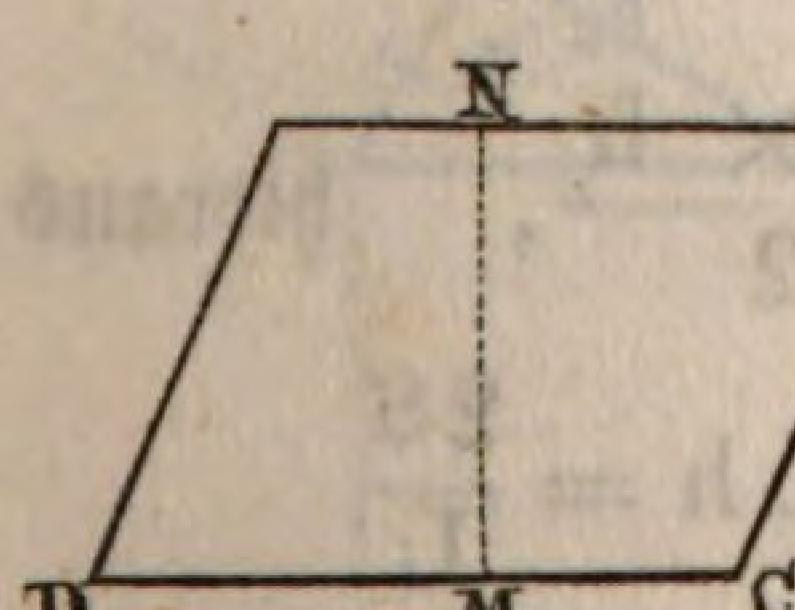
Beispiel: Wenn a = 2,5′, so ist S = 2,5 × 2,5 = 6,25 □′.

Wenn S = 12,96 □′, so ist $a = \sqrt{12,96} = 3,6'$.

B. Vom Parallelogramm.

1. Dasselbe ist ein Viereck mit gegenüberstehenden parallelen Seiten.

2. Der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms findet sich, wenn man die Länge mit der Höhe (d. h. irgend eine Seite DC = L mit der darauf Senkrechten MN = h) multiplicirt. Mithin ist die Fläche S:



$$S = L \times h, \quad \text{hieraus}$$

$$L = \frac{S}{h}, \ldots h = \frac{S}{L}$$

Man findet also eine der beiden Dimensionen, wenn man die Fläche durch die andere dividirt.

Beispiel: Wie groß ist die Fläche eines rechtwinkligen Zimmerbodens wenn seine Länge = 24′ und seine Breite = 18,5′ ist?

Fläche = 24 × 18,5 = 444 □′

Anmerkung. Eine quadratische Fläche hat einen größeren Inhalt als irgend eine Rektangel von gleichem Umfange.

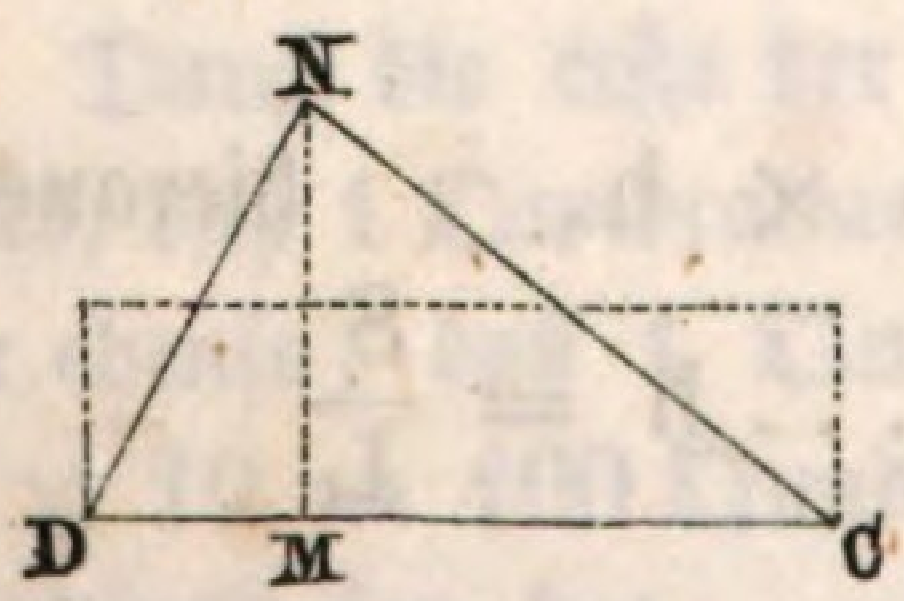
Beweis. Nennt man die Seite des Quadrats a, so ist der Umfang 4 a und der Inhalt a^2.

Damit nun irgend eine Rektangel ebenfalls einen Umfang von 4 a habe, muß nothwendig eine längere Seite gerade um so viel größer als a seyn, als eine kürzere kleiner ist; daher wenn die längeren Seiten $a + x$ sind, so sind die kürzeren $a - x$ lang. In diesem Falle ist aber der Inhalt $a^2 - x^2$, also kleiner als a^2.

Ein vierseitiger Raum erfordert also z. B. um so weniger Mauern zur Einschließung, je mehr die Bodenfläche bei gleichem Inhalt sich einem Quadrate nähert.

C. Vom Dreieck.

1. Der Flächeninhalt eines Dreiecks wird gefunden, wenn man die Basis mit der halben Höhe (d. h. irgend eine Seite DC = L mit der Hälfte der darauf Senkrechten MN = h) multiplicirt. Mithin ist die Fläche S:



$$S = \frac{L \times h}{2}, \text{ hieraus}$$

$$L = \frac{2S}{h}, \ldots h = \frac{2S}{L}$$

d. h. man findet eine Dimension, wenn man die doppelte Fläche mit der andern Dimension dividirt.

Beispiel. Wenn $L = 16''$ und $h = 7''$, so ist

$$S = \frac{16 \times 7}{2} = 56 \square''.$$

Wenn $S = 80 \square'$ und $L = 16'$, so ist

$$h = \frac{2 \times 80}{16} = 10'.$$

2. Sind die drei Seiten a, b, c eines Dreiecks gegeben, deren halbe Summe = C, so ist dessen Flächeninhalt

$$S = \sqrt{(C - a)(C - b)(C - c) \times C}$$

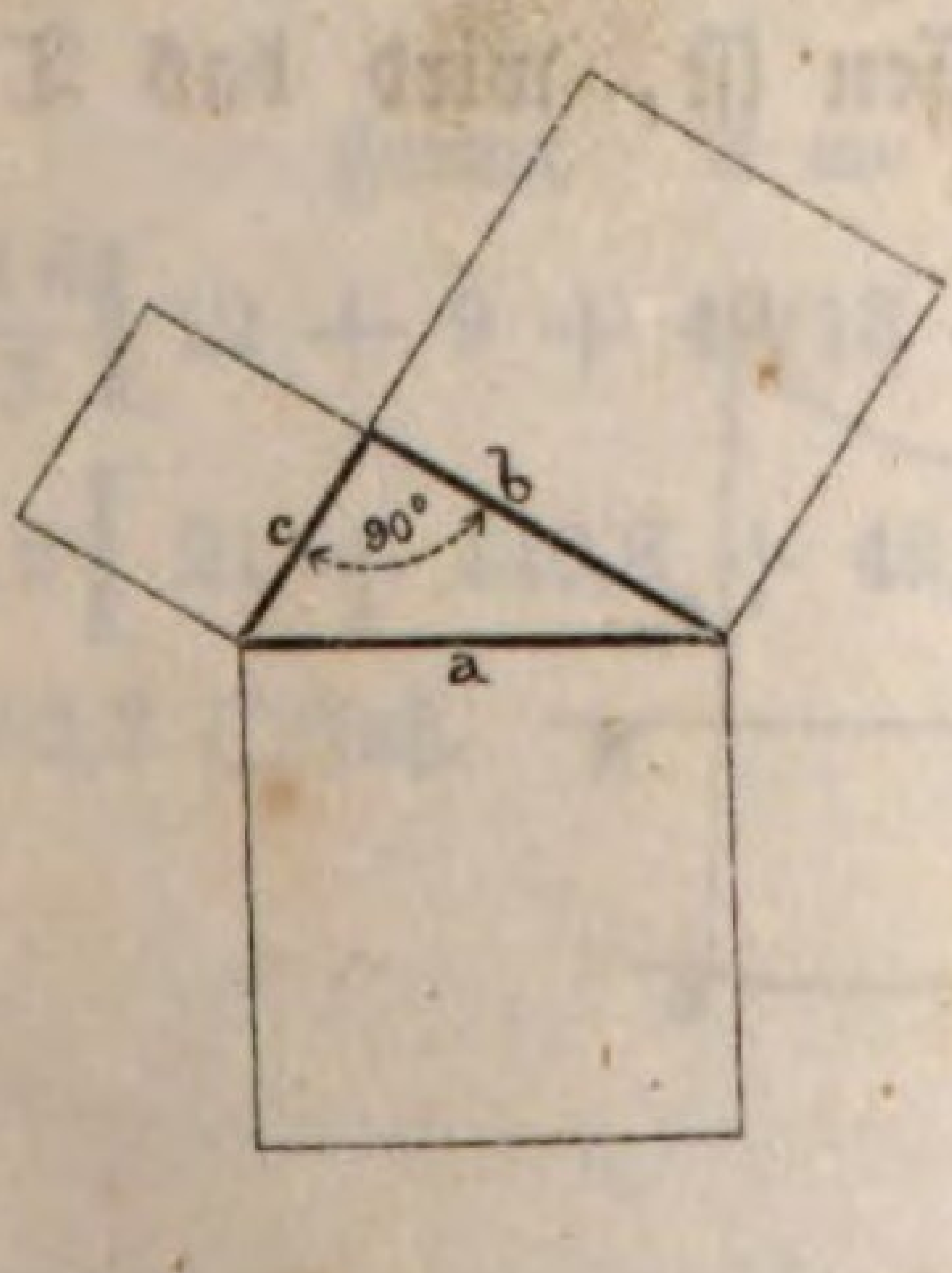
Beispiel. Welches ist der Fächeninhalt eines Dreiecks, dessen Seiten $a = 6'$, $b = 8'$ und $c = 3'$ sind?

Antw. $C = \frac{6 \times 8 \times 3}{2} = 8{,}5'$

$$S = \sqrt{(8{,}5 - 6)(8{,}5 - 8)(8{,}5 - 3) \times 8{,}5}$$
$$= 7{,}644 \square\text{Fuß}.$$

3. Pythagoräischer Satz. Die zwei Seiten, welche im rechtwinkeligen Dreieck den rechten Winkel bilden, heißen Katheten, die dritte Seite Hypothenuse.

Nun ist das Quadrat über der Hypothenuse a eines rechtwinkeligen Dreiecks so groß, wie die Quadrate über den Katheten b und c zusammengenommen, oder:



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Beispiel. Es seyen $b = 4$, $c = 3$; so ist

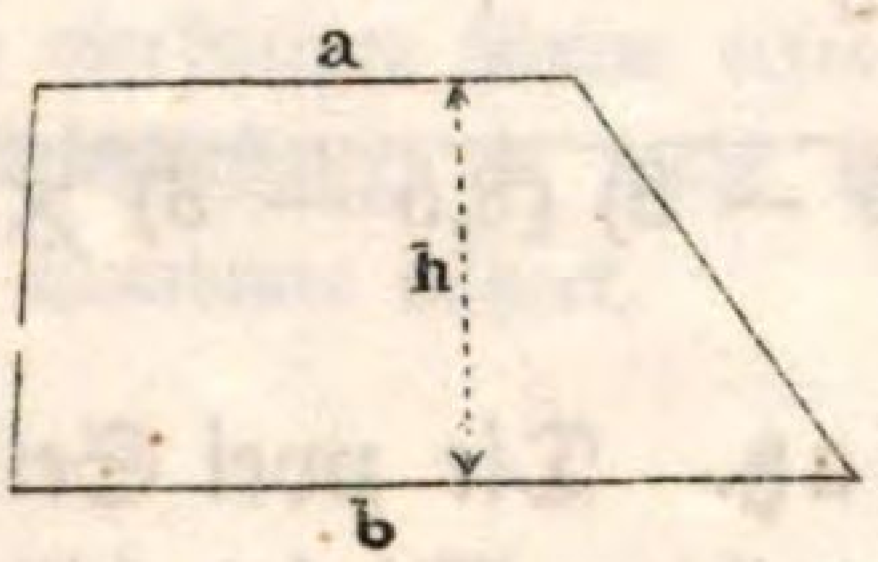
$$a = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Da $3^2 + 4^2 = 5^2$ ist, so kann ein rechter Winkel aufgezeichnet werden, wenn man ein Dreieck construirt, dessen drei Seiten sich zu einander verhalten wie die Zahlen 3, 4 und 5.

D. Vom Trapez.

1. Das Trapez ist ein Viereck, in welchem nur zwei gegenüberstehende Seiten parallel sind.

2. Der Flächeninhalt wird gefunden, wenn man die Längen a und b der parallelen Seiten addirt und die Summe mit der halben Höhe h (der Senkrechten zwischen der Parallelen) multiplicirt. Es ist also Fläche S:

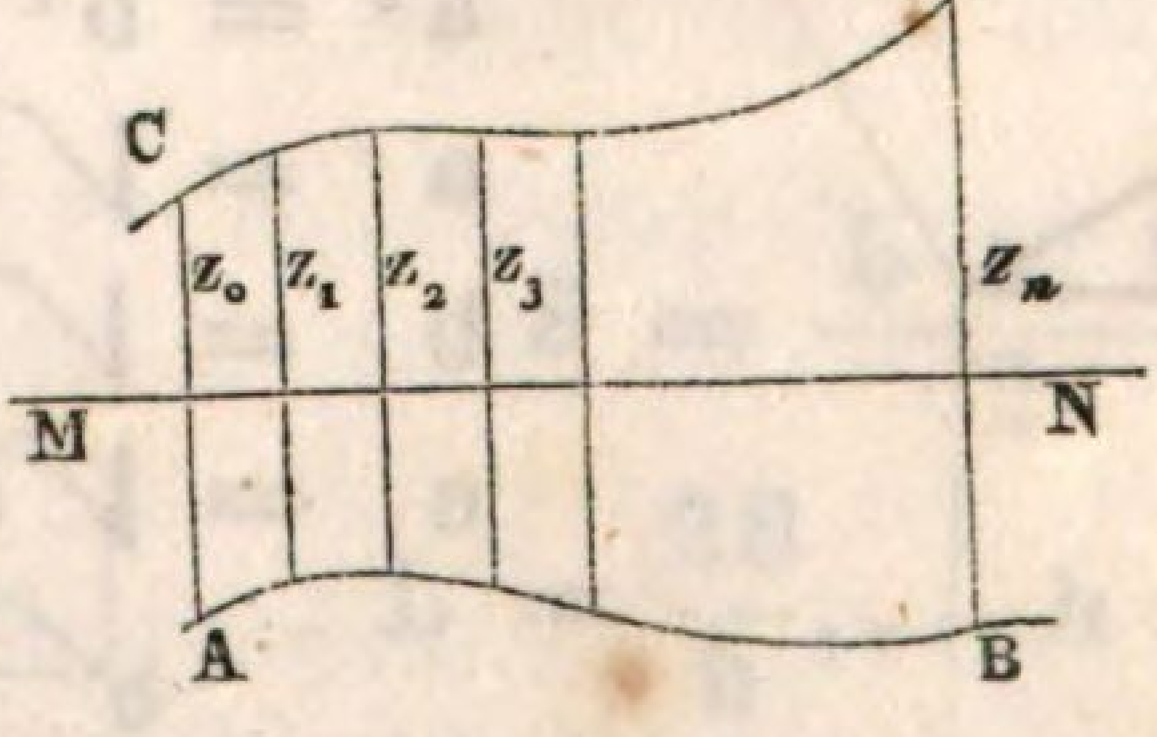


$$S = (a + b) \times \frac{h}{2}$$

Beispiel. Wie groß ist die Trapezfläche, wenn $a = 6''$, $b = 10''$ und $h = 8''$?

$$S = (6 + 10) \times \frac{8}{2} = 16 \times 4 = 64 \square''.$$

3. Bei Berechnung einer Figur ABCD, welche von Curven AB und CD eingeschlossen ist, wird das Trapez zu Grunde gelegt.



Man ziehe eine Gerade MN durch die Figur, theile sie in eine beliebige (möglichst große) Anzahl Theile und errichte durch die Theilungspunkte Ordinaten $z_0, z_1, z_2, z_3, \ldots z_n$ senkrecht auf MN. Nun betrachte man die Figuren zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Ordinaten als Trapeze und addire die Inhalte derselben, so hat man annähernd den Inhalt der ganzen Figur.

Ist MN in eine gerade Anzahl gleicher Theile getheilt worden und bezeichnet man einen solchen Theil mit d, so ist nach der Simpson'schen Regel die Gesammtfläche S ziemlich genau:

$$S = \frac{d}{3}\left[z_0 + z_n + 4\,(2_1 + z_3 + ..) + 2\,(z_2 + z_4 + \ldots)\right]$$

Man addire also zur Summe der beiden äußersten Ordinaten die vierfache Summe aller Ordinaten mit ungeraden, und die doppelte Summe aller Ordinaten mit gerader Stellenzahl, und multiplicire die Totalsumme mit dem Drittel der Entfernung je zweier Ordinaten, so erhält man die Gesammtfläche.

Beispiel. Es seyen $z_0 = 12'$ $z_1 = 13'$, $z_2 = 13{,}4'$
$z_6 = 9'$ $z_3 = 12{,}2'$, $z_4 = 11{,}2'$
$z_5 = 10'$

Ferner $d = 3{,}6'$, so ist

$$S = \frac{3{,}6}{3}\left[12 + 9 + 4\,(13 + 12{,}2 + 10) + 2\,(13{,}4 + 11{,}2)\right]$$

$$S = 1{,}2\left[21 + 140{,}8 + 49{,}2\right]$$

$$S = 253{,}2 \;\square\text{Fuß}.$$

E. Von den Vielecken.

1. Der Flächeninhalt der Vielecke (Polygone) wird gefunden, wenn man sie in Dreiecke oder Trapeze zerlegt, jeden dieser Bestandtheile berechnet und addirt.

2. Reguläre Polygone heißen solche, deren Seiten und Winkel alle einander gleich sind. Solche Polygone lassen sich in und um Kreise beschreiben; und der Mittelpunkt der Kreise ist auch das Centrum des Polygons, das von jeder Seite wie von jedem Winkel gleich weit absteht.

Der Inhalt wird daher gefunden, wenn man den ganzen Umfang des Polygons mit der halben Entfernung des Centrums von der Mitte einer Seite multiplicirt.

Gesetzt, die Seite eines Neunecks sey = 5″ und der Abstand derselben vom Centrum 6,87″, so ist

der Umfang $= 9 \times 5 = 45''$.

und der Inhalt $= \frac{45 \times 6,87}{2} = 154,57 \, \square''$.

3. Der Flächeninhalt eines regulären Polygons kann auch gefunden werden, wenn dessen Radius oder die Entfernung vom Mittelpunkte bis zu einer Ecke bekannt ist.

Ist der Radius = r, so ist der Flächeninhalt

des regulären 3ecks $= 1,2990 \, r^2$
" " 4 " $= 2,0000 \, r^2$
" " 6 " $= 2,5980 \, r^2$
" " 8 " $= 2,8286 \, r^2$

F. Berechnungen über den Kreis.

1. Bei allen Kreisen hat dasselbe Verhältniß zwischen dem Durchmesser (Diameter) zum Umfange (Peripherie) statt.

Annähernd verhält sich Durchmesser zum Umfange wie 7 : 22
Genauer . . . . 113 : 355
Oder in Decimalen . . . . 1 : 3,1415926 . . .

Für das practische Rechnen nimmt man nur 3,14. Gewöhnlich wird diese Verhältnißzahl 3,14 . . . mit dem griechischen Buchstaben π (sprich py) bezeichnet.

2. Der Umfang C eines Kreises ist gleich dem Durchmesser d, multiplicirt mit der Verhältnißzahl π, d. h. es ist

$$C = d.\,\pi, \text{ also auch } d = \frac{C}{\pi}$$

Beispiele. Wenn der Durchmesser 6′, so ist der Umfang

$$= 6 \times 3{,}14 = 18{,}84'.$$

Wenn der Umfang 124″, so ist der Durchmesser

$$= \frac{124}{3{,}14} = 39{,}46''.$$

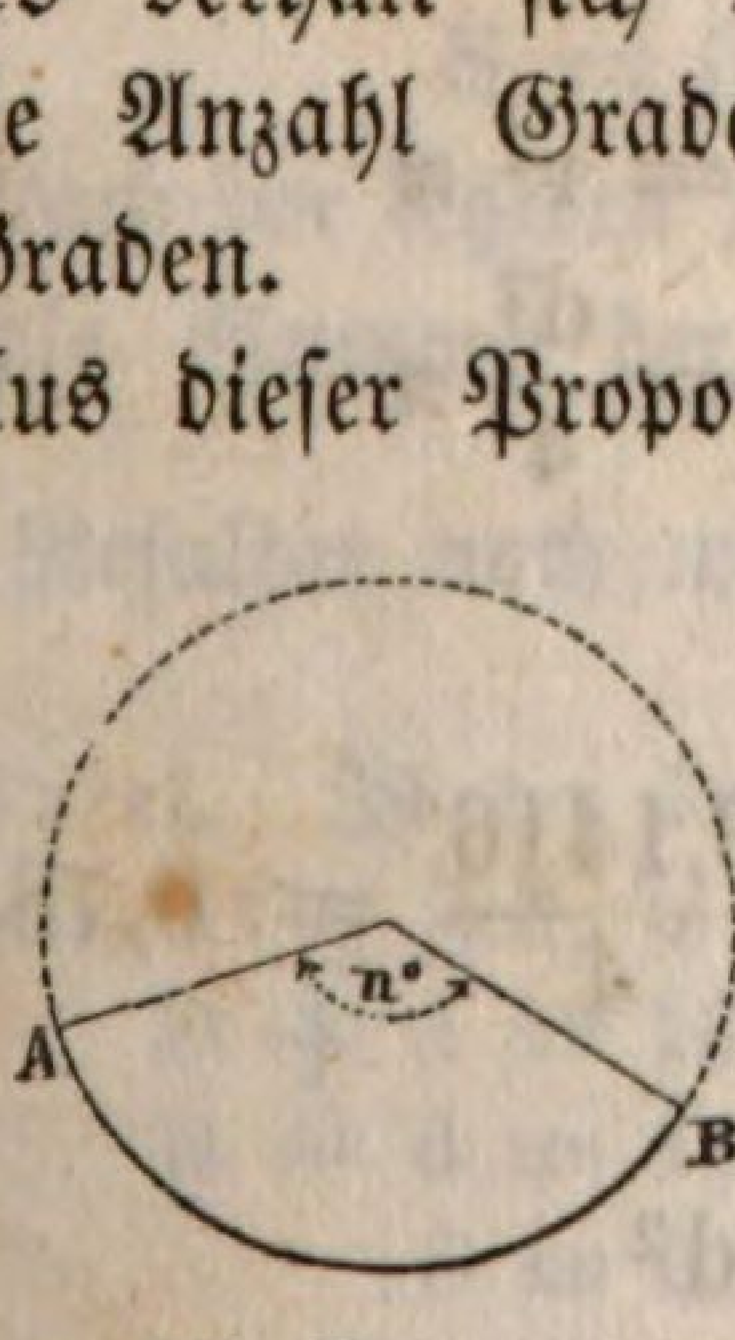
3. Man theilt die Peripherie eines Kreises in 360 gleiche Theile und heißt einen solchen Theil Grad. Somit kann ein Bogen AB sowohl in Graden, als in einem Längenmaaß ausgedrückt werden.

Ist die Bogenlänge AB = L, die entsprechende Anzahl Grade = n, der Durchmesser des Kreises = d, so ist

$$L : d\pi = n^0 : 360^0$$

d. h. es verhält sich die Bogenlänge zur ganzen Peripherie, wie die Anzahl Grade, welche dem Bogen entsprechen, zu 360 Graden.

Aus dieser Proportion folgt:



Bogenlänge $L = d\pi \cdot \frac{n}{360}$

Anzahl Grade $n = 360 \cdot \frac{L}{d\pi}$

Durchmesser $d = \frac{L}{\pi} \cdot \frac{360}{n}$

Ist $n = 1$ Grad, so ist die entsprechende Bogenlänge

$$d \times 3{,}14 \times \frac{1}{360} = 0{,}0087\, d$$

Um die Bogenlänge zu finden, multiplicire man 0,0087 d mit der Anzahl Grade des Bogens.

Beispiel 1. Wie lang ist ein Bogen von 25°, wenn der Radius desselben 7′ ist?

$$\text{Bogenlänge } L = 14 \times 3{,}14 \times \frac{25}{360} = 3{,}05375' \text{ oder}$$

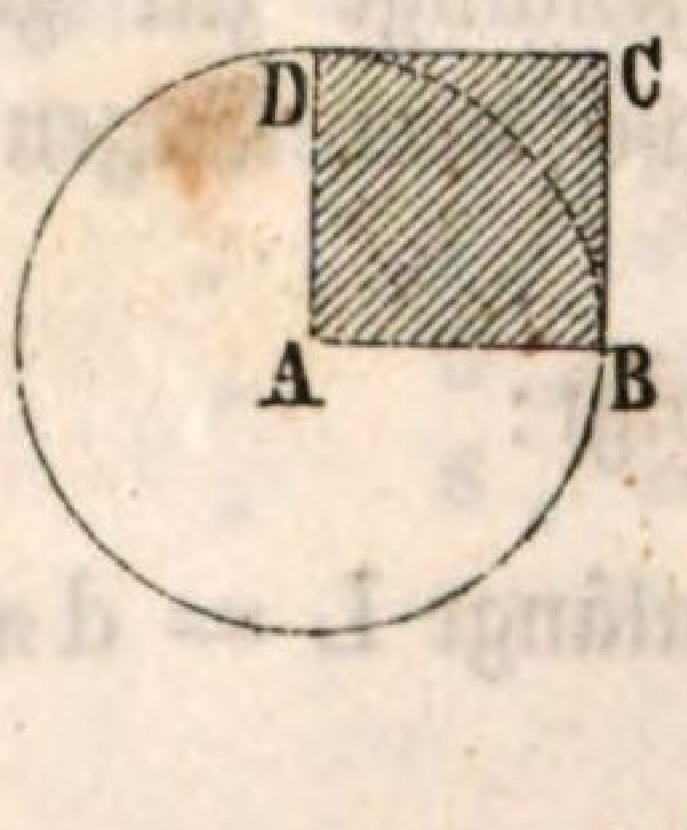
$$\text{„} \quad L = 0{,}0087 \times 14 \times 25 = 3{,}05375'$$

Beispiel 2. Ein Bogen ist 3′ lang und der Durchmesser des entsprechenden Kreises 4′; wie viele Grade hat der Bogen?

$$\text{Anzahl Grade } n = 360 \cdot \frac{3}{4 \times 3{,}14} = 85{,}98^0$$

4. Der Flächeninhalt eines Kreises ist $\pi = 3{,}14$ mal größer als das Quadrat ABCD über dessen Halbmesser.

Bezeichnet deßhalb S die Fläche, r den Radius und d den Durchmesser, so ist



$$S = r^2 \pi$$

$$S = \frac{d^2}{4} \pi$$

Da in der letzten Formel $\frac{\pi}{4} = \frac{3{,}1416}{4} = 0{,}7854$, so ist auch

$$S = 0{,}7854 \times d^2$$

Beispiel. Wie groß ist die Fläche eines Kreises, dessen Durchmesser 9′ beträgt?

Kreisfläche = $0{,}7854 \times 9^2 = 63{,}717$ □′.

5. Ist aus der Kreisfläche der Radius oder Durchmesser zu suchen, so dividire man die Fläche zuerst durch π; dadurch ergibt sich das Quadrat des Halbmessers, aus dem noch die Quadratwurzel ausgezogen werden muß. Hiernach hat man:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}},\ d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

Beispiel. Eine Kreisfläche enthält 132,73 □″; wie groß ist der Radius?

$$\text{Radius } r = \sqrt{\frac{132{,}73}{3{,}14}} = 13''.$$

6. Den Flächeninhalt eines Kreisringes, eingeschlossen von den Peripherien zweier Kreise, findet man dadurch, daß man die Fläche des kleinern Kreises von der des größern subtrahirt.

Sind D und d die bezüglichen Durchmesser, so ist die Fläche S des Ringes:

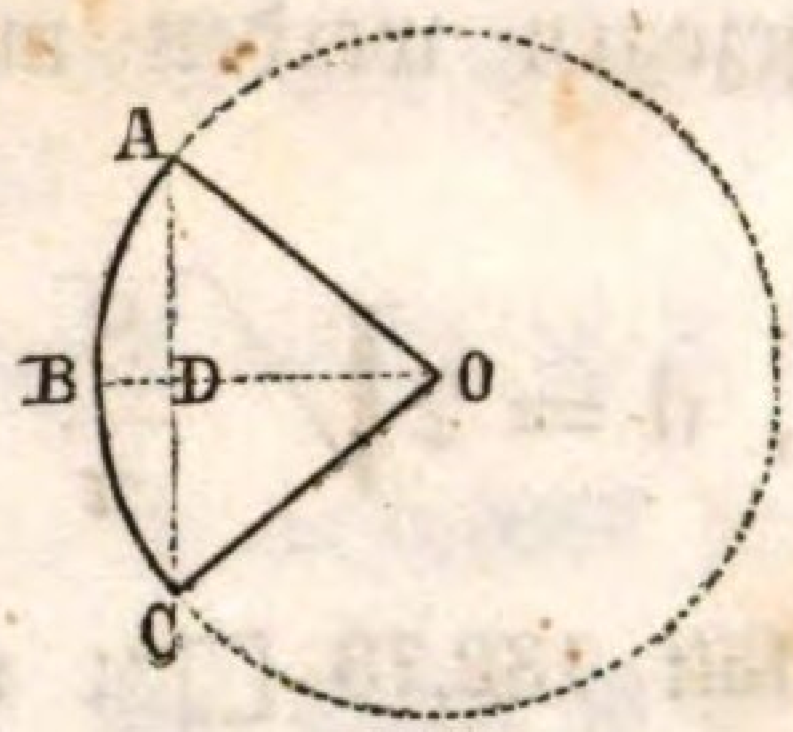
$$S = 0{,}7854\ (D^2 - d^2) \text{ oder}$$
$$S = 0{,}7854\ (D + d)\ (D - d)$$

Nach der letztern Formel findet man die Ringfläche, wenn man die Summe der Durchmesser mit ihrer Differenz und dieses Resultat noch mit $\frac{\pi}{4} = 0{,}7854$ multiplicirt.

Beispiel. Ist der äußere Durchmesser eines Ringes $6^1/_2$ Zoll, der innere $11^1/_2$ Zoll, so ist

$D + d = 16^1/_2 + 11^1/_2 = 28$ Zoll.
$D - d = 16^1/_2 - 11^1/_2 = 5$ „
$S = 0{,}7854 \times 28 \times 5 = 109{,}96$ □Zoll.

7. Die Fläche eines Kreissectors (Ausschnittes) ist gleich derjenigen eines Dreiecks, dessen Grundlinie die Bogenlänge und dessen Höhe der Radius des Kreises ist. Es sey die Bogenlänge AC = L, der Radius AO = r, so ist die Fläche S des Ausschnittes AOC:



$$S = \frac{L \times r}{2}$$

Wenn der Bogen AC in Graden ausgedrückt ist, so muß derselbe nach F. 3 dieses Abschnittes, zuerst im Längenmaaße gesucht werden. Statt dessen kann man auch die Fläche des ganzen Kreises berechnen und die Proportion anwenden: Wie sich der Bogen zu 360 verhält, so der Inhalt des Sectors zur Kreisfläche.

Beispiel. Wie groß ist die Fläche eines Sectors, wenn sein Bogen $15^0\ 20'$ und sein Diameter 8′ beträgt?

$$\text{Fläche des ganzen Kreises} = 0{,}7854 \times 8^2 = 50{,}2656\ \square'$$

$$360 : 15^1/_3 = 50{,}2656 : \text{Sector}$$

$$\text{Sector} = \frac{15^1/_3 \times 50{,}2656}{360} = 2{,}1409\ \square'$$

8. Flächeninhalt eines Kreissegmentes.

Man berechne den Flächeninhalt des ganzen Sectors, ferner den des Dreiecks, welcher aus der Sehne und den zwei Radien des Sectors gebildet ist. Ist das Segment größer als ein Halbkreis, so zähle man die beiden Flächeninhalte zu einander, ist es hingegen kleiner, so zähle man sie von einander ab.

Beispiel. Man sucht den Flächeninhalt eines Kreissegmentes A B C, Dessen Radius C O = 10, dessen Chorde A C = 11 und dessen Bogen A B C = 73° 45′.

Fläche des ganzen Kreises = $0{,}7854 \times 10^2 = 314{,}16$

$360 : 73^3/_4 = 314{,}16$: Sector

$$\text{Sector} = \frac{314{,}16 \times 73^3/_4}{360} = 64{,}3405$$

Höhe O D des $\triangle$ A O C $= \sqrt{A\,O^2 - A\,D^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Fläche des $\triangle$ A O C $= \dfrac{12 \times 8}{2} = 48$

Fläche des Segments = 64,3405 — 48, = 16,3405.

Nr. 3.

Berechnung der Oberfläche und des Inhaltes von Körpern.

A. Vom Würfel.

1. Der Würfel ist von gleichgroßen quadratischen Flächen begrenzt. Ist seine Kante 1 Fuß lang, so heißt er Cubikfuß. In gleichem Sinne sind Cubikzoll, Cubikmeter 2c. zu verstehen.

Wie jede Fläche durch eine quadratische Fläche, als Maaßeinheit, gemessen wird, so wird der Inhalt der Körper durch Würfel oder ein cubisches Maaß, wie Cubikfuß, Cubikmeter u. s. w. ausgemessen.

2. Ein Cubikmeter enthält 1000 Cubikdecimeter; denn man zerlege ihn in 10 gleich dicke Schichten, so wird jede Schichte 10 × 10 = 100 Cubikdecimeter, also alle 10 Schichten 10 × 10 × 10 = 1000 Cubikdecimeter enthalten. Auf gleiche Weise ergeben sich die Unterabtheilungen jedes andern würfelförmigen Maaßes.

Wegen dieser 1000fachen Verjüngung von einem Maaße zu seiner nächsten Unterabtheilung (bei der Decimaleintheilung) ist:

0,473026 Cubikfuß = 473 Cub.″ und 26 Cub.‴

2,54367245 C.-M. = 3 C.-M., 543 C.-Dec.M., 672 C.-Cent. und 450 C.-Mill.

Bei den Cubikmetern sind also die 3 ersten Stellen nach dem Komma die Cubikdecimeter, die 3 folgenden die Cubikcentimeter u. s. w.

Nach dem 12theiligen Maaße ist

$$1\ \text{Cub.}' = 12 \times 12 \times 12 = 1728\ \text{Cub.}''$$

$$1\ \text{Cub.}'' = 1728\ \text{Cub.}'''$$

3. Der Körperinhalt J eines Würfels ist gleich der dritten Potenz seiner Kantenlänge L, oder:

$$J = L \times L \times L = L^3$$

Beispiel. Wie viel Cubikfuß enthält ein Cubikklafter?

$$1\ \text{Klafter} = 6\ \text{Cub.}'$$

$$1\ \text{Cubikklafter} = 6 \times 6 \times 6 = 216\ \text{Cub.}'$$

4. Die Kantenlänge eines Würfels wird gefunden, wenn man aus dem cubischen Inhalt desselben die Cubikwurzel auszieht. Somit ist:

$$L = \sqrt[3]{J}$$

Beispiel. Wenn der Körperinhalt eines Würfels 100 Cub.'' beträgt, wie groß ist seine Kante?

$$L = \sqrt[3]{100} = 4{,}641''.$$

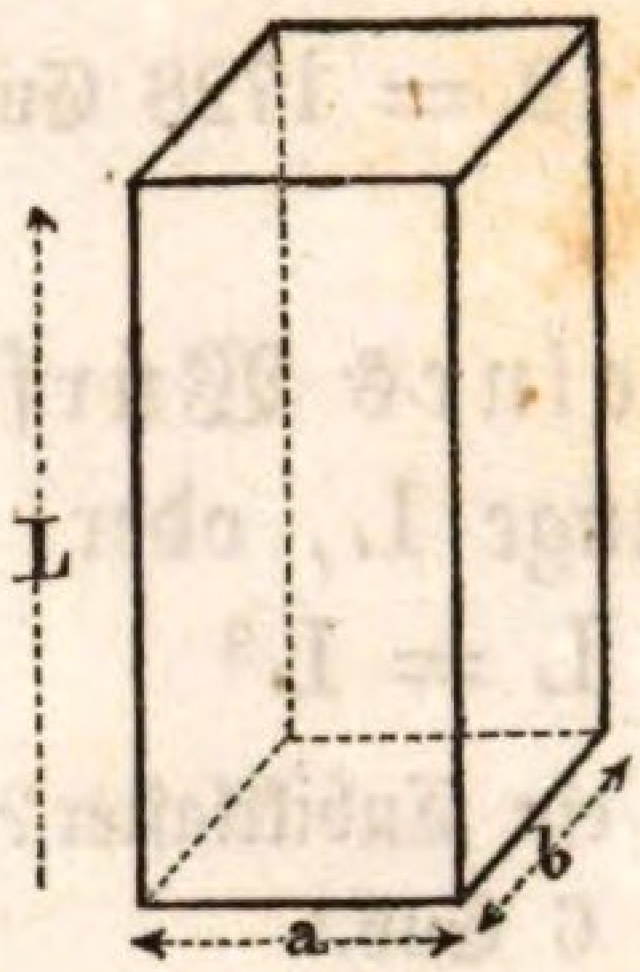
B. **Vom Prisma.**

1. Dasselbe hat zu Grundflächen zwei gleiche parallele Figuren und zu Seitenflächen Parallelogramme.

Sein Körperinhalt wird gefunden, wenn man die Grundfläche mit der (darauf senkrecht stehenden) Höhendimension multiplicirt.

2. Das rechtwinkelige Prisma (Parallelepiped) wird von 6 Rectangeln begrenzt.

Sein Körperinhalt J ist gleich dem Product seiner drei rechtwinkelig aufeinander stehenden Dimensionen a, b, L, nämlich



$$J = a \cdot b \cdot L$$

Beispiel. Bei einem rechtwinkligen Balken sey die Breite a = 11″, Dicke b = 9″ und Länge L = 24′; so ist sein Inhalt:

$$J = 1,1 \times 0,9 \times 24 = 23,76 \text{ Cub.}'$$

3. Man findet Eine Dimension dieses Körpers, wenn man dessen Inhalt mit dem Product der beiden andern Dimensionen dividirt. So ist:

$$a = \frac{J}{b \cdot L}, \; b = \frac{L}{a \cdot L}, \text{ ꝛc.}$$

Beispiel. Wie lang muß ein rechtwinklig ausgehöhlter Brunnentrog seyn, der 4 Cubikmeter Wasser fassen soll, bei einer Breite von 1,4 Meter und einer Tiefe von 0,9 Meter?

$$\text{Länge des Brunnentroges} = \frac{4}{1,4 \times 0,9} = 3,174 \text{ Meter.}$$

C. Von der Pyramide.

1. Eine Pyramide ist von einer beliebigen geradlinigen Figur als Grundfläche, und lauter Dreiecken als Seitenflächen eingeschlossen.

Der cubische Inhalt der Pyramide ergibt sich, indem man das Product aus Grundfläche und Höhe durch 3 dividirt.

2. Den Körperinhalt einer parallel zur Grundfläche

abgeschnittenen Pyramide findet man durch die Formel:

$$J = \frac{L}{3}\left[S + s + \sqrt{S \cdot s}\right]$$

worin S die Grundfläche, s die Schnittfläche, und L der senkrechte Abstand beider Flächen ist.

D. Vom Cylinder.

1. Der Cylinder oder die Walze ist ein Prisma, welches zwei parallele Kreise zu Grundflächen hat.

Die Verbindungslinie der Mittelpunkte dieser Kreise heißt Achse und steht auf den Kreisen senkrecht.

2. Die Mantelfläche des Cylinders kann in ein Rectangel abgewickelt werden, dessen Länge gleich dem Umfang $2\,r\,\pi$ der Grundfläche und dessen Höhe L gleich der Höhe des Cylinders ist. Bezeichnet S die Fläche des Mantels, so hat man:

$$S = 2\,s\,\pi \cdot L$$

Beispiel. Wie groß ist die Mantelfläche einer kreisrunden Säule von 4′ 2″ Durchmesser und 18′ Höhe?

$$S = 4{,}2 \times 3{,}14 \times 18 = 237{,}384\ \square'.$$

3. Der cubische Inhalt des Cylinders wird gefunden, indem man die Grundfläche $r^2\,\pi$ mit der Höhe L multiplicirt, oder:

$$J = r^2\,\pi \cdot L = 0{,}7854\ d^2 \cdot L$$

Beispiel. Wie viel Cubikfuß Wasser faßt eine cylindrische Röhre von 9 Fuß Länge und 6 Zoll Weite?

Inhalt $J = 0{,}7854 \times 0{,}6^2 \times 9 = 25447$ Cub.′

4. Die Höhe des Cylinders wird gefunden, wenn man den cubischen Inhalt durch die Grundfläche $r^2\,\pi$ dividirt; ferner der Radius oder Durchmesser, wenn man den

cubischen Inhalt durch die Höhe dividirt und hierauf aus der so erhaltenen Kreisfläche den Radius bestimmt. Mithin ist:

$$L = \frac{J}{r^2 \pi}, \; r = \sqrt{\frac{J}{L \times \pi}}$$

Beispiel. I. Es werden 10 Cub.′ Wasser in eine cylindrische Röhre von 8″ Durchmesser gegossen; wie hoch wird die Röhre angefüllt?

$$\text{Höhe } L = \frac{10}{0{,}4 \times 0{,}4 \times 3{,}14} = \frac{10}{0{,}5024} = 19{,}904'.$$

Beispiel II. Eine $5\frac{1}{4}$′ (Duodecimalmaaß) hohe cylindrische Röhre soll $8\frac{1}{2}$ Cub.′ enthalten; wie groß muß der innere Durchmesser derselben seyn?

Man reducire obige Maaße in Zolle. Die Höhe ist $= 5\frac{1}{4} \times 12 = 63''$ und der Inhalt $= 8\frac{1}{2} \times 12^3 = 8\frac{1}{2} \times 1728 = 14688$ Cub.″ Somit ist

$$r = \sqrt{\frac{14688}{63 \times 3{,}14}} = 8{,}6''$$

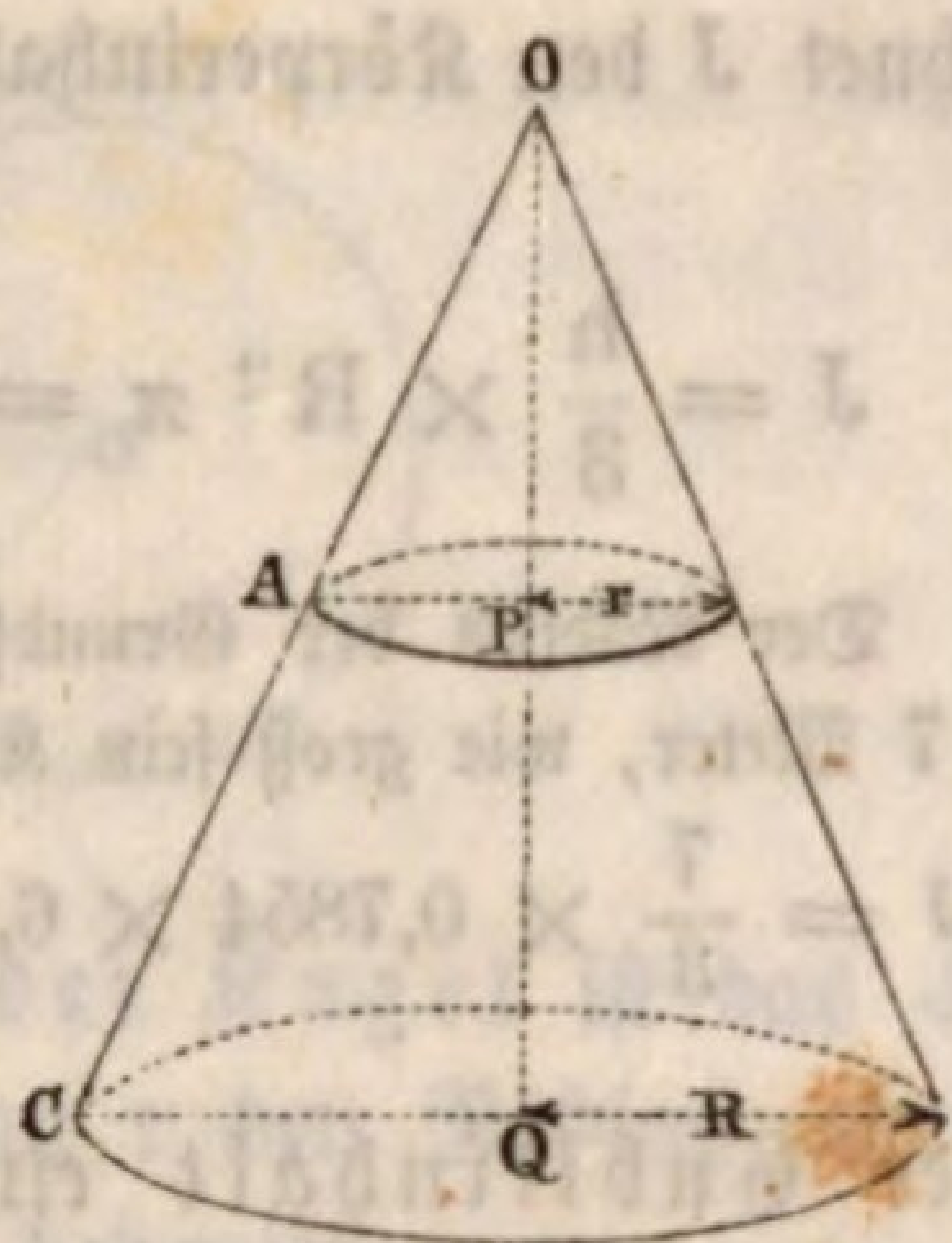
$$\text{Durchmesser} = 17{,}2'' = 1'\ 5''\ 2{,}4'''.$$

E. Vom Kegel.

1. Der Kegel (Conus) ist eine Pyramide mit kreisförmiger Grundfläche. Die Gerade von der Spitze nach dem Mittelpunkt der Grundfläche heißt Achse und steht auf der Grundfläche senkrecht.

2. Die Mantel- oder Seitenfläche des Kegels kann in einen Kreisausschnitt abgewickelt werden, dessen Radius die Entfernung OC von der Spitze nach einem Punkt der Peripherie der Grundfläche und dessen Bogenlänge diese Peripherie ist.

Bezeichnet S die Seitenfläche und R den Radius der Grundfläche, so hat man:



$$S = R\pi \cdot \overline{OC}$$

Beispiel. Wie groß ist die Seitenfläche eines Kegels, wenn die Höhe OQ = 16′ und der Radius CQ = 5′?

Nach dem pythagoräischen Satze berechne man zuerst OC. Man erhält

$$OC = \sqrt{OQ^2 + OQ^2} = \sqrt{16^2 + 5^2} = \sqrt{281} = 16{,}76'$$

Somit die Fläche des Mantels:

$$S = 5 \times 3{,}14 \times 16{,}76 = 263{,}13\ \square'.$$

3. **Die Seitenfläche eines oben parallel mit der Grundfläche abgestutzten Kegels** kann in den Theil einer Ringfläche abgewickelt werden, und findet sich somit, wenn man den untern und obern Umfang addirt und die Hälfte dieser Summe mit der Seitenlänge AC multiplicirt. Bezeichnet r den Radius der Schnittfläche, so ist

$$S = (R + r)\,\pi \times \overline{AC}$$

Beispiel. Ist der untere Radius $\overline{CQ}$ = 4,′ der obere $\overline{AP}$ = 2,5′ und die Seitenlinie AC = 10′, so ist die Seitenfläche

$$S = (4 + 2{,}5) \times 3{,}14 \times 10 = 204{,}1\ \square'.$$

4. **Den cubischen Inhalt** eines vollständigen Kegels findet man, indem man das Product aus Grundfläche und Höhe mit 3 dividirt.

Bezeichnet J den Körperinhalt und $\overline{OQ} = h$ die Höhe, so ist

$$J = \frac{h}{3} \times R^2 \pi = \frac{h}{3} \times 0{,}7854\ d^2$$

Beispiel. Der Radius der Grundfläche eines Kegels sey 3,4 Meter, seine Höhe 7 Meter, wie groß sein Körperinhalt?

$$J = \frac{7}{3} \times 0{,}7854 \times 6{,}8^2 = 84{,}739 \text{ Cub.-M.}$$

5. Der Cubikinhalt eines parallel zur Grundfläche abgeschnittenen Kegels berechnet sich also:

Man addire zu den beiden Quadraten der Halbmesser das Product der Halbmesser, und multiplicire die gefundene Zahl mit dem Abstand h der beiden Kreise und der Zahl $\frac{\pi}{3} = 1{,}0472$; also ist:

$$J = \frac{\pi}{3} h \left[R^2 + r^2 + R \cdot r\right]$$

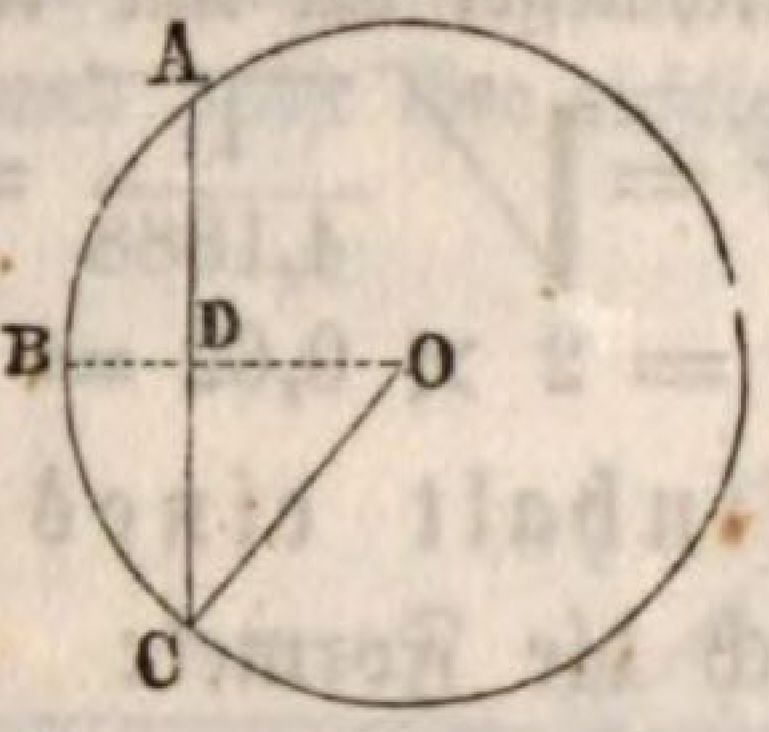
Beispiel. Welches ist der Cubikinhalt eines abgestumpften Kegels, wenn der untere Radius $= 7'$, der obere $= 4'$ und die Höhe $PQ = 9'$ ist?

$$J = \frac{3{,}14}{3} \times 9 \left[7^2 + 4^2 + 7 \times 4\right] = 1{,}0472 \times 9 \left[49 + 16 + 28\right]$$

$$J = 9{,}4248 \times 93 = 876{,}5 \text{ Cub.}'$$

F. Von der Kugel.

1. Ein Schnitt durch den Mittelpunkt der Kugel heißt größter Kreis; derjenige Theil A B C der Kugelfläche, welcher durch einen Schnitt A C abgeschnitten wird, Calotte; B D ist ihre Höhe. Der Körper A B C zwischen der Calotte und dem Schnitt A C wird Kugelsegment genannt.



2. Die Oberfläche der Kugel ist das 4fache eines größten Kreises; folglich wenn r den Radius, d den Durchmesser und S die Oberfläche bedeutet:

$$S = 4 \cdot r^2 \pi = d^2 \pi$$

Beispiel. Wie groß ist die Oberfläche, wenn der Durchmesser 7′ beträgt?

Fläche $S = 7 \times 7 \times 3{,}1416 = 153{,}94$ □′.

3. Der Flächeninhalt einer Calotte ABC ist gleich dem Umfang $d\pi$ eines größten Kreises, multiplicirt mit ihrer Höhe BD. Somit ist

$$S = d\pi \times BD.$$

4. Der Cubikinhalt einer Kugel ist $\frac{4}{3}\pi$ oder 4,1888 mal größer, als der Würfel über ihrem Halbmesser. Somit hat man:

$$J = 4{,}1888 \cdot r^3$$

Beispiel. Welches ist der Inhalt einer Kugel von 7′ Diameter?

Inhalt $J = 4{,}1888 \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 179{,}6$ Cub.′

5. Der Halbmesser der Kugel findet sich aus der letzten Formel, indem man dafür hat:

$$r = \sqrt[3]{\frac{J}{4{,}1888}}$$

Beispiel. Welchen Durchmesser hat eine Kugel von 1 Cub.' Inhalt?

Halbmesser $r = \sqrt[3]{\frac{1}{4,1888}} = 0,62'$.

Durchmesser $= 2 \times 0,62 = 1,24'$.

6. Der Cubikinhalt eines sphärischen Segments ergibt sich durch die Formel:

$$J = \pi\, h^2 \left(r - \frac{1}{3} h\right)$$

worin h die Höhe B D des Segmentes A B C bezeichnet.

Beispiel. Wie groß ist der Inhalt des Kugelabschnitts, wenn die Höhe desselben 2' und der Diameter der Kugel = 8' ist?

Inhalt $J = 3,14 \times 2^2 \left(4 - \frac{2}{3}\right) = 3,14 \times 4 \times 3\frac{1}{3} = 41,888$ Cub'.

G. Allgemeine Regel zur annähernden Bestimmung der Körperinhalte.

1. Wenn sich Körperformen nicht bequem auf die in den vorigen Abschnitten berechneten zurückführen lassen, so lege man durch sie in ihrer Längenrichtung eine Achse und bestimme eine Reihe von Querschnitten senkrecht auf diese Achse.

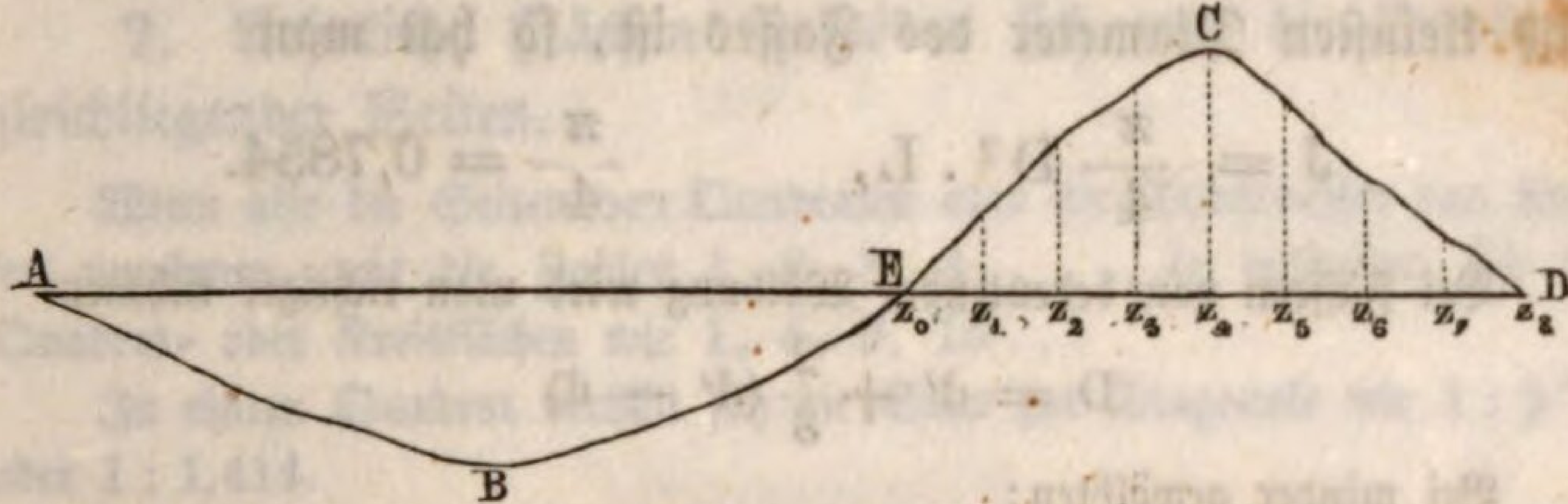
Alsdann ergibt sich annähernd der Cubikinhalt eines Körpertheils, welcher zwischen zwei Querschnitten liegt, indem man die halbe Summe dieser Querschnitte mit ihrem senkrechten Abstand multiplicirt.

2. Genauer wird der Cubikinhalt durch Anwendung der Simpson'schen Regel (S. 15) gefunden, wobei für die Ordinaten die Querschnitte zu nehmen sind.

Beispiel. Es soll eine horizontale Straße durch ein unebenes Terrain angelegt werden, so daß der Abtrag (Deblais) für eine gewisse Strecke gleich dem Auftrag (Remblais) sey.

Es sey ABCD das Längenprofil des natürlichen Bodens. Die Horizontalebene AED soll so ausgemittelt werden, daß der Abtrag ECD gleich

dem Auftrag ABE sey. Man nehme die Höhe der Ebene AED nach bloßer Schätzung an und prüfe ihre richtige Lage, wie folgt:



Man bestimme in gleichen Abständen die Flächeninhalte einer geraden Anzahl Querschnitte z_0, z_1, z_2, ..., senkrecht auf ED. Es sey etwa:

$z_0 = 0$, $z_1 = 8{,}2$ □M., $z_2 = 12{,}5$ □M., Abstand = 16,5 M.
$z_8 = 0$, $z_3 = 14{,}7$, $z_4 = 17{,}2$
$z_5 = 15{,}3$, $z_6 = 10{,}4$
$z_7 = 7{,}8$

so ist der cubische Inhalt des Abtrags:

$$J = \frac{16{,}5}{3}\left[0 + 0 + 4(8{,}2 + 14{,}7 + 15{,}3 + 7{,}8) + 2(12{,}5 + 17{,}2 + 10{,}4\right]$$

$$= 5{,}5\left[4 \times 45{,}0 + 2 \times 40{,}1\right] = 1450{,}9 \text{ Cub.-M.}$$

Ebenso bestimme man den Cubikinhalt des Auftrags. Sind beide Inhalte gleich, so wurde die Lage der Ebene AED richtig gewählt. Ist der Abtrag größer oder kleiner als der Auftrag, so muß diese Ebene höher oder tiefer gelegt werden. Man verlege in diesem Falle AD um ein Entsprechendes und wiederhole obiges Verfahren, bis AD der Bedingung genau genug entspricht.

H. Inhalt von Fässern.

1. Ist der Boden des Fasses kreisförmig, so betrachte man dasselbe als zusammengesetzt aus zwei abgekürzten Kegeln (S. 28). Sind d und d′ die beiden Diameter des Fasses in der Mitte und am Boden und L die ganze Länge desselben, so ist der cubische Inhalt J des Fasses

$$J = \frac{\pi}{12}(d^2 + d'^2 + dd')\,L, \qquad \frac{\pi}{12} = 0{,}2618$$

2. Betrachtet man das Faß als einen Cylinder, dessen Diameter D ein arithmetisches Mittel zwischen dem größten und kleinsten Diameter des Fasses ist, so hat man

$$J = \frac{\pi}{4} D^2 . L, \qquad \frac{\pi}{4} = 0{,}7854.$$

Bei Fässern von bedeutender Wölbung wird man richtiger nehmen:

$$D = d' + \frac{2}{3}(d' - d)$$

Bei minder gewölbten:

$$D = d' + 0{,}6\,(d' - d)$$

Bei fast cylindrischen:

$$D = d' + 0{,}55\,(d' - d).$$

Beispiel. Welchen Inhalt hat ein starkgewölbtes Faß, dessen Diameter am Boden = 4', in der Mitte 4,6' und dessen Länge = 5' ist?

Durchmesser $D = 4 + \frac{2}{3}(4{,}6 - 4) = 4{,}4$

Inhalt des Fasses $J = 0{,}7854 \times (4{,}4)^2 \times 5 = 76{,}027$ Cub.'

3. Ist die Form des Bodens elliptisch, so bestimme man die Bodenfläche und den mittlern Querschnitt, indem man das Product der großen und kleinen Axe der Ellipsen mit $\frac{\pi}{4}$ multiplicirt und das arithmetische Mittel beider Flächen mit der Länge des Fasses multiplicirt.

I. Von geometrischen Verhältnissen.

1. Dreiecke haben ähnliche Formen, wenn ihre Winkel gleich sind; alsdann sind ihre gleichliegenden Seiten proportional.

Ueberhaupt sind Figuren ähnlich, wenn sie sich in ähnliche Dreiecke von gleicher Aufeinanderfolge zerlegen lassen.

Körper haben ähnliche Formen, wenn sich ihre

Oberflächen in gleich viele ähnliche Figuren von gleicher Anordnung zerlegen lassen.

2. Aehnliche Flächen verhalten sich wie die Quadrate gleichliegender Seiten.

Wenn also die Seiten von Quadraten oder die Durchmesser von Kreisen zunehmen, wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, ..., so verhalten sich die Quadrat- oder Kreisflächen wie 1, 4, 9, 16 ...

In einem Quadrat verhält sich die Seite zur Diagonale wie $1 : \sqrt{2}$ oder 1 : 1,414.

Verhalten sich zwei Kreisflächen wie 1 : 2, so verhalten sich ihre Durchmesser ebenfalls wie $1 : \sqrt{2}$ oder 1 : 1,414.

Ein Quadrat verhält sich zum einbeschriebenen Kreise wie 4 : 3,1416.

Wenn ein Kreis und Quadrat gleiche Fläche haben, so verhalten sich Durchmesser und Quadratseite wie 1 : 0,8862.

3. Aehnliche Körper verhalten sich, wie die dritten Potenzen ihrer respectiven Dimensionen.

a) Ist hiemit der Durchmesser einer Kugel A 3mal größer als der einer Kugel B, so ist der Umfang von A 3mal, die Oberfläche 9 und der Inhalt 27mal größer als von B.

b) Dasselbe gilt von Würfeln u. a. und namentlich auch von Modellen, Maschinen, Bauwerken, welche nach dem gleichen Plane bei verschiedenem Maaßstab ausgeführt sind. Sind 6″ z. B. auf 1″ reducirt, so ist jede Fläche im Modelle ꝛc. 36mal und jeder körperliche Theil 6.6.6. oder 216mal kleiner.

c) Die Seite eines Würfels verhält sich zu seiner größten Diagonale wie $1 : \sqrt{3}$ oder 1 : 1,73205.

d) Wenn eine Kugel das Doppelte einer andern ist, so verhalten sich ihre Durchmesser wie 1,259 : 1.

e) Eine Kugel verhält sich zum umschriebenen Würfel wie 3,1416 : 6.

f) Wenn ein Cylinder, eine Kugel und ein Kegel gleiche Dimensionen haben (nämlich die Höhe und der Durchmesser vom Cylinder und Kegel gleich dem Durchmesser der Kugel), so verhalten sich ihre Cubikinhalte wie 3 : 2 : 1.

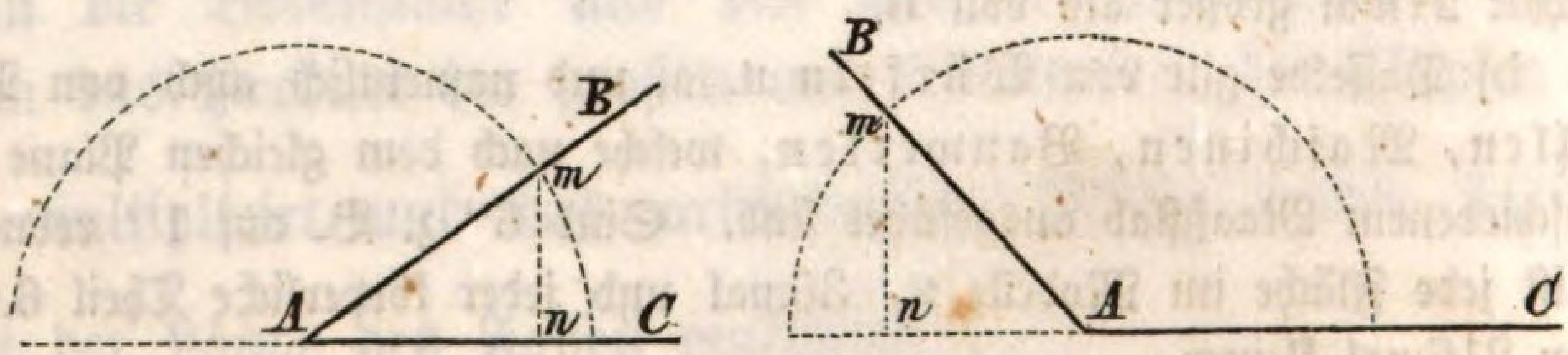
Nr. 4.

Trigonometrie.

Die Aufgabe der Trigonometrie besteht darin, aus irgend welchen bestimmenden Elementen eines Dreiecks die übrigen durch Rechnung zu finden.

Ordinate und Abscisse eines Winkels BAC.

Zieht man von einem beliebigen Punkte m des einen Schenkels AB eine Senkrechte mn auf den andern AC, so heißt mn die Ordinate und An die Abscisse dieses Winkels.



Die Ordinaten für Winkel zwischen 0 und 180° sind immer in gleicher Richtung zu den Schenkeln des Winkels während die Abcisse für spitze Winkel auf dem Schenkel AC, für stumpfe auf der Verlängerung von AC liegt. Deßhalb wird die Abscisse für spitze Winkel als positiv, für stumpfe als negativ betrachtet.

Trigonometrische Verhältnißzahlen.

Der Sinus eines Winkels ist das Verhältniß zwischen Ordinate und Hypothenuse desselben (Halbmesser des Kreises).

$$\sin A = \frac{mn}{Am};\ \text{folgl. } mn = Am \,.\, \sin A$$

Der Cosinus eines Winkels ist das Verhältniß zwischen Abscisse und Hypothenuse desselben.

$$\cos A = \pm \frac{A\,n}{A\,m}; \text{ folgl. } A\,n = \pm\, A\,m \,.\, \cos A$$

Die Tangente eines Winkels ist das Verhältniß zwischen Ordinate und Abscisse dieses Winkels.

$$\text{tang } A = \pm \frac{m\,n}{A\,n}; \text{ folgl. } m\,n = \pm\, A\,n \,.\, \text{tang } A$$

Die Cotangente eines Winkels ist das Verhältniß der Abscisse zur Ordinate.

$$\text{cotang } A = \pm \frac{A\,n}{m\,n}; \text{ folgl. } A\,n = \pm\, m\,n \,.\, \text{cotang } A$$

Anmerkung 1. Diese Verhältnisse sind für gleich große Winkel unveränderlich, wie groß auch die Ordinate angenommen wird. Wächst der Winkel, so nehmen Sinus und Tangente zu, während Cosinus und Cotangente abnehmen.

In den obigen Verhältnissen gilt das Zeichen $+$ für spitze, $-$ für stumpfe Winkel.

Anmerkung 2. Ist ein Winkel gegeben, so lassen sich die trigonometrischen Zahlen, und ist eine der letzteren gegeben, so läßt sich der Winkel, beides mit Hülfe der logarithmisch-trigonometrischen Tabellen, bestimmen.

Annähernde Werthe erhält man auch durch Construction. Man zeichne z. B. einen Winkel A mit dem Transporteur auf, ziehe eine Ordinate und messe die 3 Seiten des Dreiecks. Findet man nun z. B. Hypothenuse $= 100$, Ordinate $= 35$, Abscisse $= 93{,}67$; so ist

$$\sin A = \frac{35}{100} = 0{,}35 \quad ; \cos A = \frac{93{,}67}{100} = 0{,}9367.$$

$$\text{tang } A = \frac{35}{93{,}67} = 0{,}373..; \text{ cotg } A = \frac{93{,}67}{35} = 2{,}674..$$

Ist umgekehrt eine der 4 trigonometrischen Zahlen gegeben, z. B. tang $A = 0{,}4$, so zeichne man einen rechten Winkel, mache den einen Schenkel als Ordinate $= 4$ und den andern als Abscisse $= 10$ und ziehe die Hypothenuse; wonach der Winkel A, welcher der Ordinate 4 gegenübersteht, mit dem Transporteur annähernd 22 Grad gefunden werden wird.

Einfache trigonometrische Formeln.

$$\sin A = \sqrt{1 - (\cos A)^2}; \cos A = \sqrt{1 - (\sin A)^2}$$

$$\operatorname{tang} A = \frac{\sin A}{\cos A}; \qquad \operatorname{cotg} A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$\operatorname{tang} A = \frac{1}{\operatorname{cotg} A} \qquad \operatorname{cotg} A = \frac{1}{\operatorname{tang} A}$$

$$\sin A = \frac{\operatorname{tang} A}{\sqrt{1 + \operatorname{tang} A)^2}}; \cos A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\operatorname{tang} A)^2}}$$

$$\sin A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\operatorname{cotg} A)^2}}; \cos A = \frac{\operatorname{cotg} A}{\sqrt{1 + (\operatorname{cotg} A)^2}}$$

$$\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos (A \pm B) = \cos A \operatorname{eos} B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin 2 A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2 A = 1 - 2 (\sin A)^2$$

$$\operatorname{tang} 2 A = \frac{2 \operatorname{tang} A}{1 - (\operatorname{tang} A)^2}$$

$$\operatorname{cotg} 2 A = \frac{(\operatorname{cotg} A^2 - 1)}{2 \operatorname{cotg} A}$$

Wenn A ein spitzer Winkel ist, so hat man

$\sin A = \cos (90 - A)$; $\operatorname{tang} A = \operatorname{cotg} (90 - A)$

z. B. $\sin 40^0 = \cos 50^0$; $\operatorname{tang} 70^0 = \operatorname{cotg} 20^0$

Wenn A ein stumpfer Winkel ist, so ist

$\sin A = \sin (180 - A)$; $\operatorname{tang} A = - \operatorname{tang} (180 - A)$

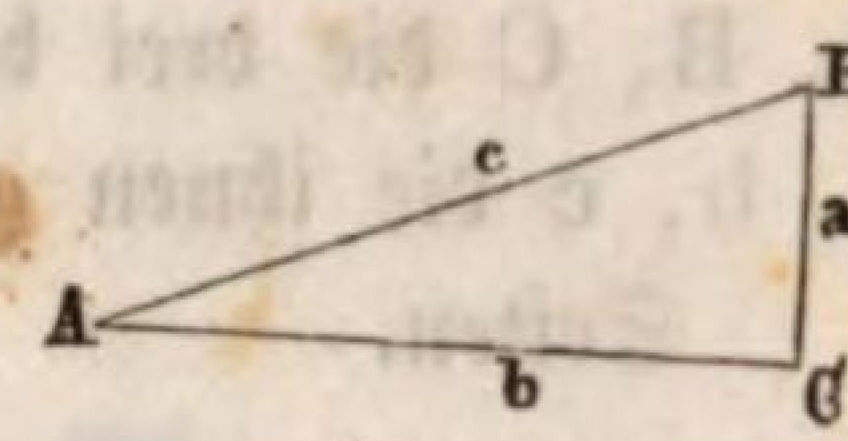
$\cos A = - \cos (180 - A$; $\operatorname{cotg} A = - \operatorname{cotg} (180 - A)$

z. B. $\sin 112^0 = \sin 68^0$; $\operatorname{tang} 112^0 = - \operatorname{tang} 68^0$ u. s. w.

Auflösung des rechtwinkligen Dreiecks.

Wenn zwei Elemente, worunter wenigstens eine Seite ist, gegeben sind, so können die übrigen mit Hülfe folgender Tabelle gefunden werden.

A, B, C sind die Winkel, C = 90°.
a, b, c die gegenüberstehenden Seiten.



Gegeben.	Gesucht.	Auflösung.
a, b	A, B, c	$\tan A = \frac{a}{b}$; $\tan B = \frac{b}{a}$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
a, c	A, B, b	$\sin A = \frac{a}{c}$; $\cos B = \frac{a}{c}$; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$
a, A	b, c	$b = a \cot A$; $c = \frac{a}{\sin A}$
b, A	a, c	$a = b \tan A$; $c = \frac{b}{\cos A}$
c, A	a, b	$a = c \sin A$; $b = c \cos A$

Beispiel. Eine Bergstraße hat auf 142m Länge 8,5m Steigung; wie groß ist ihr Steigwinkel?

Hier ist: $c = 142$, $a = 8{,}5$; folglich

$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{8{,}5}{142} = 0{,}0598$$

In Tabelle I. S. 39 findet man

$$\sin 3^0 = 0{,}0523$$
$$\sin 4^0 = 0{,}0698.$$

Es ist daher annähernd

$$0{,}0598 = \sin 3^0.\ 30'.$$

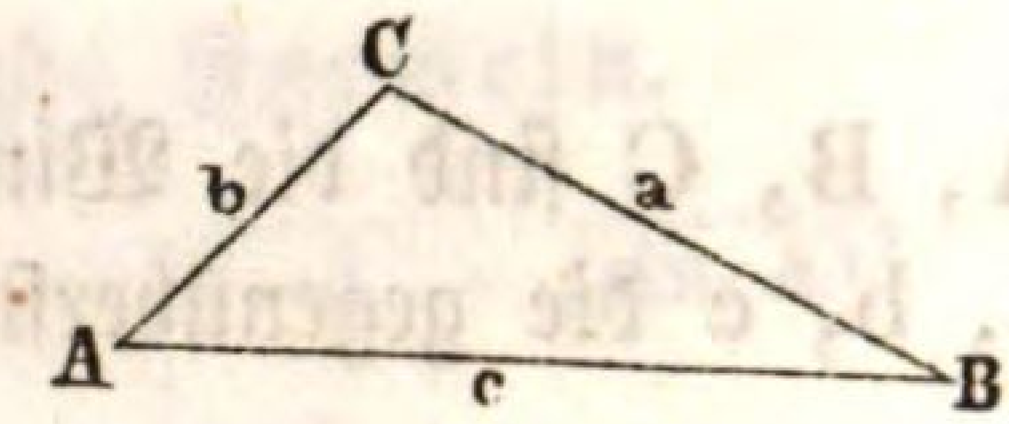
Durch Anwendung der Logarithmen ergibt sich genauer:

$$\log 8{,}5 = 0{,}929\ 4189$$
$$\log 142 = 2{,}152\ 2883$$
$$\log \sin A = 8{,}777\ 1306 - 10$$
$$A = 3^0\ 25'\ 51{,}3''$$

Auflösung des schiefwinkligen Dreiecks.

Wenn drei Elemente, worunter wenigstens eine Seite seyn muß, gegeben sind, so können die übrigen Elemente vermittelst folgender Formeln gefunden werden.

A, B, C die drei beliebigen Winkel.
a, b, c die ihnen gegenüberliegenden Seiten.



Gegeben.	Gesucht.	Auflösung.
a, b, c	A, B, C	$s = \frac{a + b + c}{2}$; $\sin {}^1/_2 A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{b\,c}}$ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$; $\cos {}^1/_2 A = \sqrt{\frac{s(s-a)}{b\,c}}$
a, b, C	c, A, B	$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b \cos C$ $\operatorname{cotg} A = \frac{b - a \cos C}{a \sin C}$; $\operatorname{cotg} B = \frac{a - b \cos C}{b \sin C}$
a, c, C	b, A, B	$\sin A = \frac{a \sin C}{c}$; $B = 180 - A - C$ $b = \frac{c \sin B}{\sin C}$
a, B, C	b, c, A	$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$; $c = \frac{a \sin C}{\sin A}$ $A = 180 - B - C$
a, A, B	b, c, C	$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$; $c = \frac{a \sin C}{\sin A}$ $C = 180 - A - B$

Beispiel. Die drei Seiten eines Dreiecks seyen gegeben; man soll einen der drei Winkel suchen.

Es sey: $a = 74$; $b = 49$; $c = 83$;

Durch Anwendung der Formel $\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{b\,c}}$

ergibt sich:

$$s = \frac{74 + 49 + 83}{2} = 103;\ s - b = 54;\ s - c = 20$$

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{54 \,.\, 20}{49 \,.\, 83}} = \sqrt{0{,}26555\,..} = 0{,}5153.$$

In Tabelle I. findet man:

$$\sin 31^0 = 0{,}5150$$

Es ist daher sehr annähernd

$$\frac{1}{2} A = 31^0, \text{ folglich } A = 62^0$$

Genauer findet sich das Resultat immer durch Anwendung der Logarithmen. Man hat:

$$\log (s - b) = 1{,}732\ 3938 \qquad \log b = 1{,}690\ 1961$$

$$\log (s - c) = 1{,}301\ 0300 \qquad \log c = 1{,}919\ 0781$$

$$\log (s - b)(s - c) = 3{,}033\ 4238 \qquad \log b\, c = 3{,}609\ 2742$$

$$\log \frac{(s - b)(s - c)}{b\, c} = 19{,}42\ 41\ 496 - 20$$

$$\log \sin \frac{1}{2} A = 9{,}712\ 0748 - 10$$

$$\frac{1}{2} A = 31^0 \,.\, 1' \,.\, 7''$$

$$A = 62^0 \,.\, 2' \,.\, 14''$$

Tabelle I.

Trigonometrische Zahlen.

Grad.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Contangente.	Grad.
1	0,0175	0,9998	0,0175	57,2899	89
2	0,0349	0,9994	0,0349	28,6363	86
3	0,0523	0,9986	0,0524	19,0811	88
4	0,0698	0,9976	0,0699	14,3007	87
5	0,0872	0,9962	0,0875	11,4301	85
6	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	84
7	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	83
8	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	82
9	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	81
10	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	80
11	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	79
12	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	78
13	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	77
14	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	76
15	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	75
16	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	74
17	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	73

Grad.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Contangente.	Grad
18	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	72
19	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	71
20	0,3420	0,9397	0,3640	2,4775	70
21	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	69
22	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	68
23	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	67
24	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	66
25	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	65
26	0,4384	0,8988	0,4877	2,0530	64
27	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	63
28	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	62
29	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	61
30	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	60
31	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	59
32	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	58
33	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	57
34	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	56
35	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	55
36	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	54
37	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	53
38	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	52
39	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	51
40	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	50
41	0,6560	0,7547	0,8693	1,1504	49
42	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	48
43	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	47
44	0,6947	0,7193	0,9657	1,9355	46
45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45
Grad.	Cosinus.	Sinus.	Contangente.	Tangente.	Grad.

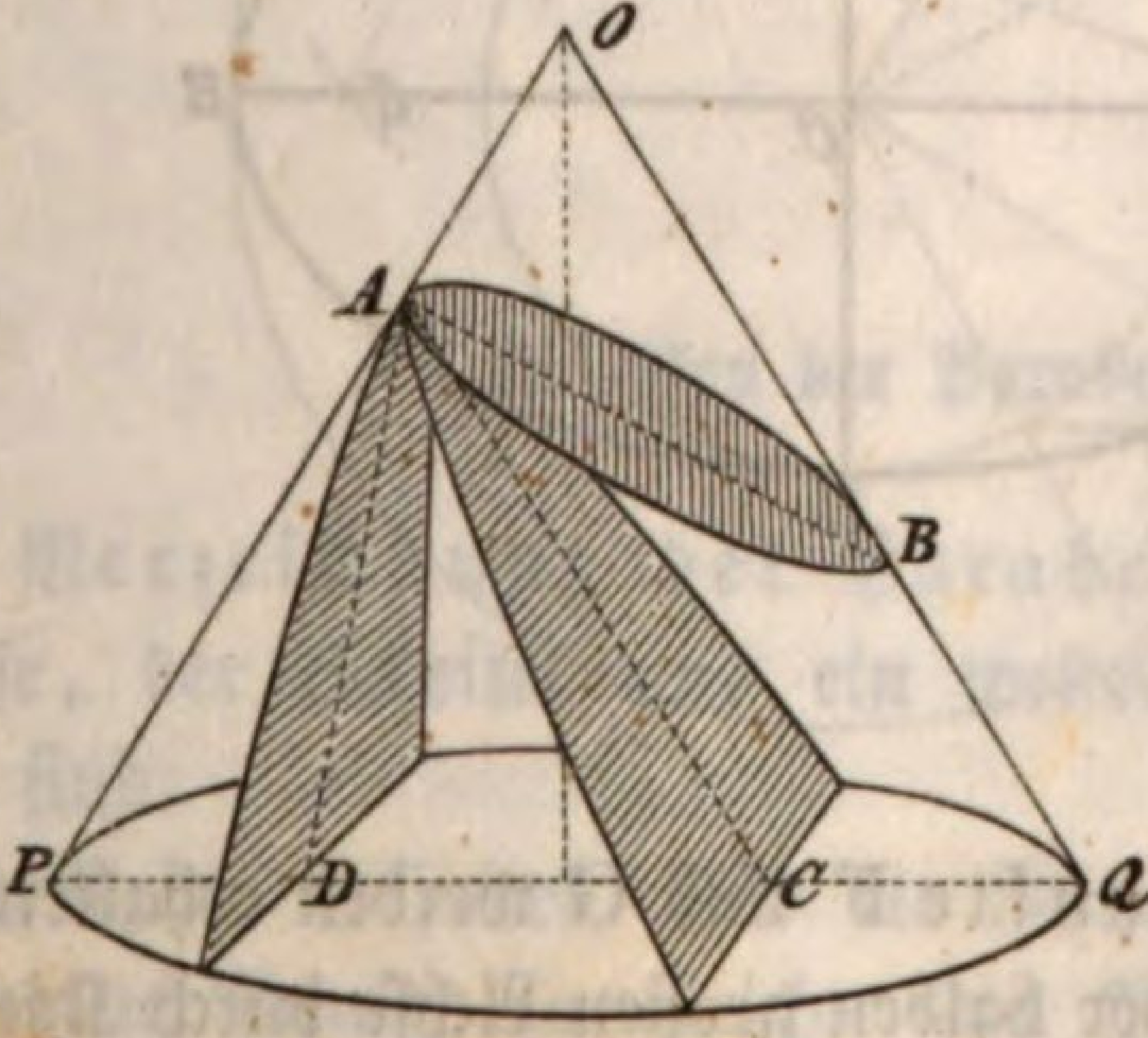
Anmerkung. Für den Winkel 0^0, 90^0, 180^0 hat man:

$\sin 0^0 = 0$	$\sin 90^0 = 1$	$\sin 180^0 = 0$
$\cos 0^0 = 1$	$\cos 90^0 = 0$	$\cos 180^0 = -1$
$\tang 0^0 = 0$	$\tang 90^0 = \infty$	$\tang 180^0 = 0$
$\cotg 0^0 = \infty$	$\cotg 90^0 = 0$	$\cotg 180^0 = -\infty$

Nr. 5.

Von den Kegelschnitten.

Wird ein gerader Kegel durch eine Ebene geschnitten, so entstehen auf dem Mantel des Kegels krumme Linien, welche Kegelschnitte genannt werden. Die Lage der schneidenden Ebene entscheidet über die Art des Kegelschnittes, wie beistehende Figur zeigt.



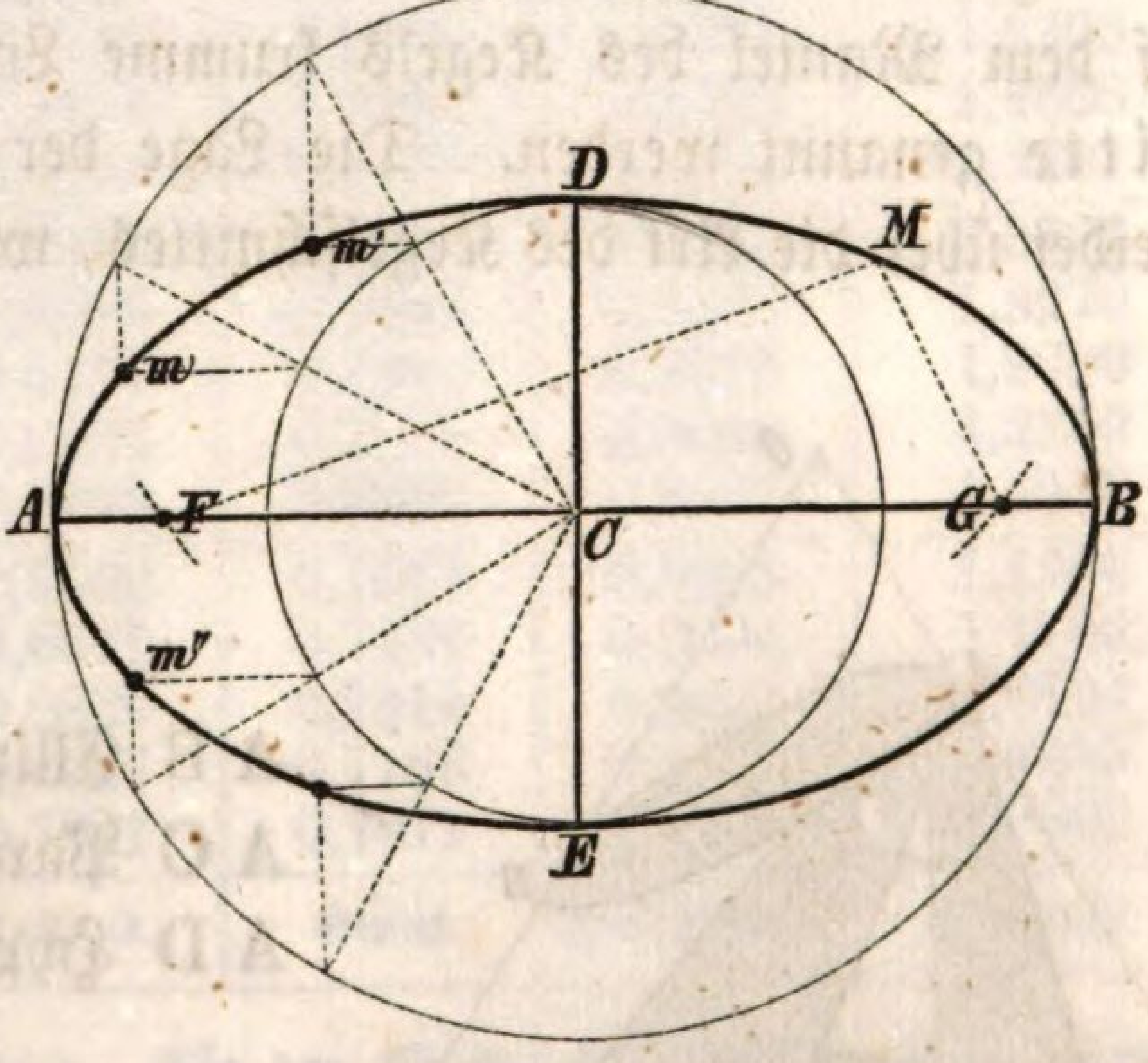
A B Ellipse.
A C Parabel.
A D Hyperbel.

Eine Ellipse entsteht immer, wenn die Ebene AB zwei gegenüberstehende Seitenlinien OP und OQ des Kegels schneidet; eine Parabel, wenn die Ebene AC mit OQ parallel ist und eine Hyperbel, wenn die Ebene AD weder die Seite OQ erreichen kann, noch ihr parallel ist.

A. Von der Ellipse.

1. Verzeichnung der Ellipse, wenn die große Achse AB und die kleine DE derselben gegeben sind.

Es sey C der Mittelpunkt, in welchem sich die Achsen rechtwinklig halbiren. Man ziehe von C aus Kreise mit den halben Achsen und lege durch C verschiedene Radien; von den daraus erhaltenen Punkten am äußern Kreise errichte man Parallelen zur kleinen Achse und von den correspondirenden Punkten am innern Kreise Parallelen zur großen Achse, so sind die Begegnungspunkte m, m′, m″ ... Punkte der Ellipse.



2. Die Brennpunkte F und G werden erhalten, wenn man von D aus mit der halben großen Achse durch Kreisbogen die Achse AB durchschneidet. Der Abstand der Brennpunkte wird Excentricität genannt. Zwei Gerade, welche von den Brennpunkten nach irgend einem Punkte M der Ellipse führen, heißen Leitstrahlen und geben zusammen immer die große Achse. — Wird eine Ellipse um eine ihrer Achsen gedreht,

so erzeugt sie ein Ellipsoid. Hat ein Hohlspiegel die Krümmung eines Ellipsoides und man stellt ein Licht in den einen Brennpunkt, so werden die Strahlen, welche den Spiegel treffen, nach dem andern Brennpunkt reflectirt und bringen daselbst wieder einen leuchtenden Punkt hervor.

3. Gleichung der Ellipse. Bezeichnet man die Abscissen, welche auf der großen Achse von der Mitte aus abgetragen werden, mit x und die auf die große Achse senkrechten Ordinaten mit y; ist ferner a die halbe große, b die halbe kleine Achse; so ist die Gleichung für den Mittelpunkt:

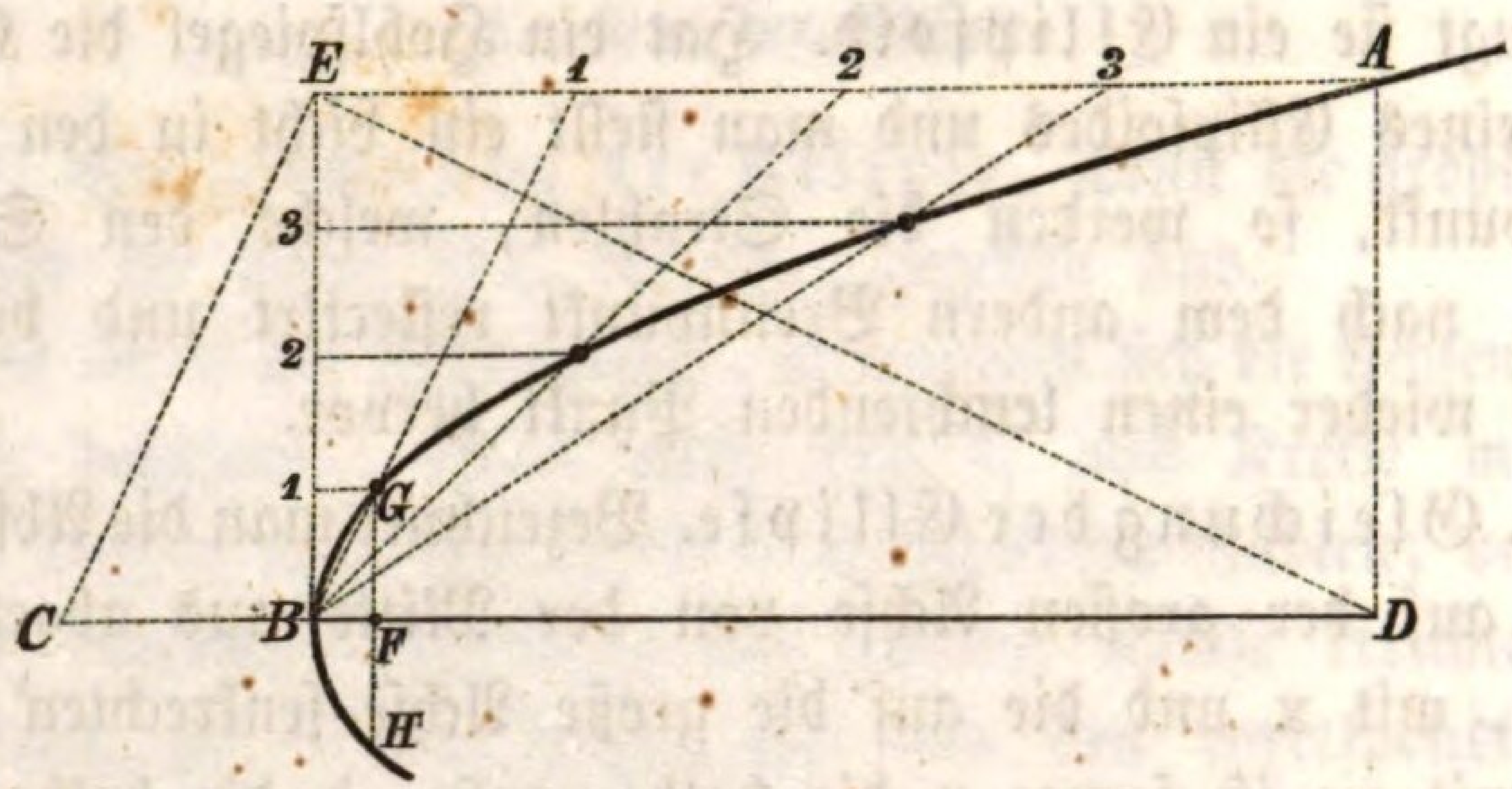
$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$$

4. Flächeninhalt einer Ellipse. Der Flächeninhalt ist gleich dem Produkt der beiden Achsen, multiplicirt mit $\frac{\pi}{4} = 0{,}7854$.

B. Von der Parabel.

1. Verzeichnung der Parabel, wenn die Richtung der Achse, der Scheitel und ein weiterer Punkt der Parabel gegeben sind.

Ist B der Scheitel, BD die Richtung der Achse und A der gegebene Punkt; so errichte die Ordinate AD senkrecht auf BD und verzeichne das Parallelogramm BDAE, theile AE und EB in gleich viele Theile, ziehe von B aus die Linien $B._1$, $B._2$, $B._3$, ... und von den Theilungspunkten der Linie EB Parallellinien mit der Achse, so liegen die dadurch entstandenen Durchschnittspunkte in der Parabel.



2. Brennpunkt. Man errichte EC senkrecht auf ED und mache $BF = \frac{1}{4} CB$, so ist F der Brennpunkt der Parabel. Wenn parallele Lichtstrahlen auf einen parabolisch gekrümmten Hohlspiegel, parallel zur Achse, auffallen, so werden diese Strahlen so vom Spiegel zurückgeworfen, daß sie sich im Brennpunkte sammeln. — Zieht man GH durch F senkrecht zur Achse, so ist GH = CB die Länge des Parameters.

3. Gleichung der Parabel. Werden die Abscissen x von dem Scheitel B aus gerechnet und die Ordinaten mit y bezeichnet, so ist die Parabelgleichung: $y^2 = px$, wo p den Parameter bezeichnet.

1. Flächeninhalt der Parabel. Die Fläche BAD der Parabel, liegend zwischen der Abscisse BD und der Ordinate AD, ist = $\frac{2}{3}$ des Parallelogramms BD AE, welches die fragliche Abscisse und Ordinate zu Dimensionen hat.

Anmerkung. Die Hyperbel findet in der Technik nur wenig Anwendung, weßhalb ihre Construction hier übergangen wird.

Nr. 6.

Vom specifischen Gewicht der Körper.

1. Unter specifischem Gewicht eines Körpers versteht man das Verhältniß seines absoluten Gewichtes zu dem eines andern Körpers von gleichem Volumen.

Die Gewichte der festen und tropfbarflüssigen Körper vergleicht man gewöhnlich mit dem Gewichte des reinen Wassers bei einer Temperatur von 4° C., die Gewichte der gasförmigen Körper aber mit dem Gewichte der atmosphärischen Luft, wenn dieselbe bei 0° C. einem Druck von 76 Centimeter Quecksilberhöhe ausgesetzt ist.

Wenn 1 Schweiz. Cubikfuß irgend einer Steinart 135 Pfund wiegt und 1 Cubikfuß reines Wasser 54 Pfund, so ist das specifische Gewicht dieser Steinart $\frac{135}{54} = 2^1/_2$, d. h. diese Steinart ist $2^1/_2$mal schwerer als eine Wassermasse von gleichem Körperinhalte.

2. Regeln zur Auffindung des specifischen Gewichtes.

a) Bleibt ein Körper, wenn er ganz unter Wasser getaucht wird, in jeder Stelle in Ruhe, so ist sein absolutes Gewicht gleich dem Gewicht der eben so großen Wassermasse, die er verdrängt. Folglich ist sein specifisches Gewicht = 1.

b) Sinkt der Körper im Wasser unter, so wäge

man ihn in der Luft; dann, an einen Faden gebunden, im Wasser; ziehe das letztere Gewicht vom erstern ab, so erhält man den Gewichtsverlust, welcher, in das absolute Gewicht dividirt, das specifische Gewicht gibt.

Beispiel. Es sey das absolute Gewicht eines Körpers = 400 Gramm.
" " sein Gewicht im Wasser . . . = 280 "

so ist sein specifisches Gewicht $= \frac{400}{400 - 280} = 3,333$

c) Schwimmt der Körper auf dem Wasser, so verbinde man einen schwereren Körper, etwa Blei, mit demselben, bestimme das Gewicht beider getrennt in der Luft, dann den Gewichtsverlust des Bleies, hierauf den Gewichtsverlust beider und ziehe von diesem den Gewichtsverlust des Bleies ab; dadurch erhält man den Gewichtsverlust des fraglichen Körpers, welcher, in sein absolutes Gewicht dividirt, sein specifisches Gewicht gibt.

Beispiel. Welches ist das specifische Gewicht einer Holzart, die leichter als ein gleiches Volum Wasser ist?

Es sey:

das absolute Gewicht eines Stückes von diesem Holze = 200 Gramm.
das absolute Gewicht eines zugelegten Bleistückes . . = 600 "
der Gewichtsverlust des Bleies im Wasser . . . . = 54 "
der Gewichtsverlust beider Körper im Wasser . . . = 450 "
folglich derjenige des Holzes allein . . . . . . = 396 "

und also das specifische Gewicht des Holzes $\frac{200}{396} = 0{,}505$.

d) Das specifische Gewicht von Flüssigkeiten findet man, wenn man irgend einen (die Flüssigkeit nicht einsaugenden) Körper erst in der Luft, dann im Wasser und endlich in jener Flüssigkeit abwiegt. Der Gewichtsverlust des Körpers in der Flüssigkeit, dividirt durch seinen Gewichtsverlust im Wasser, gibt alsdann das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit.

Beispiel. Ein Körper wäge in der Luft 15, im Wasser 11 und in

einer zu untersuchenden Salzauflösung $9^3/_4$ Loth, so verliert er im ersten 4, in der zweiten $5^1/_4$ Loth. Folglich:

$$\text{specifisches Gewicht der Salzauflösung} = \frac{5^1/_4}{4} = \frac{21}{16} = 1{,}3125.$$

Anmerkung. Das specifische Gewicht von Mischungen läßt sich nicht mit Sicherheit aus jenen der einzelnen Substanzen voraus berechnen, weil häufig eine chemische Durchdringung stattfindet. Es muß daher durch directe Versuche gefunden werden. Mischt man z. B. einen Cub.-Zoll Blei mit einem Cub.-Zoll Zinn, oder 1 Maas Schwefelsäure mit einer Maas Wasser, so erhält das Gemisch nicht die mittlere Dichtigkeit, sondern eine größere, oder ein größeres specifisches Gewicht; denn das Metallgemisch wird nicht völlig 2 Cub.-Zoll, und die vermischte Säure nicht völlig 2 Maas ausmachen. So geben gleiche Theile reiner Weingeist von 0,791 und Wasser von 1,000 spec. Gewicht ein Gewicht, dessen spec. Gewicht nicht $\frac{1{,}791}{2}$ oder 0,895, sondern 0,914 beträgt.

Stoffe, welche die Feuchtigkeit einsaugen, sollten, bei Bestimmung ihres absoluten Gewichtes in der Luft, unter hoher Temperatur getrocknet seyn.

Die Angaben über das specifische Gewicht weichen bedeutend von einander ab, obschon man oft in die Genauigkeit der Versuche keine Zweifel setzen kann. Dieß hat aber leicht begreifliche Ursachen:

1) Ist die Dichtigkeit gleich benannter Substanzen oft sehr verschieden, wie z. B. eine Art Kalkstein, Marmor, Steinkohle u. a. m. merklich schwerer ist als eine andere.

2) Sind Metalle nicht nur nach dem Grade der Reinheit, sondern auch je nachdem sie gegossen, geschlagen, gewalzt oder geprägt sind, von ungleicher Dichtigkeit; selbst aufrechter Guß ist dichter als anderer.

3) Bei Holzarten, wo sich die größten Verschiedenheiten zeigen, und den daraus gewonnenen Kohlen, übt die Natur des Bodens, auf welchem der Baum gewachsen ist, die Jahreszeit, in welcher er gefällt wird &c., der Grad der Verkohlung &c. einen merklichen Einfluß aus.

Die Zahlen der folgenden Tabelle sind als Mittelwerthe anzusehen.

Tabelle II.

Specifisches Gewicht einiger Substanzen.

	Specifisches Gewicht oder Gew. von 1 Liter in Kilogr.	Gewicht von 1 französ. Cubik-Fuß in Kilogr.	Gewicht von 1 Schweizer Cubik-Fuß in Pfd.
1) Metalle.			
Platina-Draht	21,040	721,25	1136
" gediegen	17,332	594,48	936
Gold, rein gehämmert . . .	19,362	664,12	1046
" gegossen	19,258	660,55	1040
Silber, gegossen	10,474	359,03	565
" geschmiedet	10,510	360,24	568
" gemünzt	10,408	356,74	562
Quecksilber	13,598	466,01	734
Blei, rein	11,330	388,62	612
" gepreßt	11,388	390,61	615
Zinn von Cornwallis . . .	7,291	249,93	394
Wismuth	9,822	336,67	530
Zink, gegossen	6,861	235,07	370
Kupfer-Draht	8,878	304,53	479
" gegossenes	8,788	301,23	475
Messing, gegossenes	8,395	288,99	453
" Draht	8,544	292,87	461
Kanonengut	8,800	301,84	475
Gußeisen	7,270	247,03	389
Stabeisen	7,788	266,95	420
Stahl, nicht gehärtet . . .	7,833	268,50	423
" gehärtet	7,816	267,92	422
Gußstahl	7,920	271,66	428
2) Holzarten.			
Buchenholz, trocken	0,570	19,55	30,8
" grün	0,965	33,10	25,1
Tannenholz	0,550	18,85	29,7
Rothes Tannenholz	0,657	22,52	35,5
Pappelholz	0,383	13,14	20,7
Eichenholz, Kern	0,170	40,07	63,2
" Stamm und trocken .	0,715	24,52	38,6
Afrikanisches Eichenholz . . .	1,000	34,30	54
Kiefernholz, trocken	0,550	18,85	29,7
" grün	0,912	31,28	49,2
Apfelbaumholz	0,793	27,18	42,8
Birnbaumholz	0,661	22,66	35,7
Mahagonyholz	1,060	36,36	57,2

	Spezifisches Gewicht oder Gew von 1 Liter in Kilogr	Gewicht von 1 französ. Cubik-Fuß in Kilogr.	Gewicht von 1 Schweizer Cubik-Fuß in Pfd.
Buxbaumholz	1,328	45,52	71,7
Ebenholz	1,200	41,12	64,8
Eichenholz, trocken	0,550	18,85	29,7
" grün	0,912	31,28	49,2
Kirschbaumholz	0,715	24,51	38,6
Nußbaumholz	0,671	22,99	36,2
Weidenholz	0,585	20,05	31,6
Lindenholz	0,604	20,70	32,6
Ulmenholz	0,671	23,00	36,2
Korkholz	0,240	8,23	13,0
3) Brennmaterialien.			
Kohle von Buchenholz	0,150	5,14	8,1
" " Tannenholz	0,110-0,100	3,4-3,7	5,4-5,9
" " Eichenholz	0,194	6,65	10,5
" " Fichtenholz	0,157	5,39	8,5
Steinkohle, trockene	1,290-1,636	44-56	70-88
" magere	1,186-1,512	40-52	64-82
" fettere	1,165-1,465	40-50	63-79
Koke	0,420-0,515	14-18	22-28
4) Mineralische Produkte.			
Porphyr	2,452-2,972	84-102	132-160
Basalt	2,425-3,000	83-103	131-162
Granit	2,613-2,936	90-100	141-159
Mühlstein	2,483	85,13	134
Schiefer	2,853	97,81	154
Sandstein	1,933	66,26	104
Tuffstein	0,914	31,35	49
Gypsstein	2,168	74,31	117
Kalkstein	2,720	93,30	147
Kalk, ätzender	1,842	63,18	19
Thonerde	2,200	75,46	119
Backstein	2,200	68,60	108
Weißes Glas	2,892	99,14	156
Fensterglas	2,642	90,57	143
Porzellan	2,146-2,495	73-86	116-135
Steinsalz	2,143	73,50	116
Schießpulver	0,836-1,745	29-60	45-94
Eis	0,930	31,36	51
Wasser, rein	1,000	34,285	54
Meerwasser	1,026	35,18	55

	Specifisches Gewicht oder Gew. von 1 Liter in Kilogr.	Gewicht von 1 französ. Cubik-Fuß in Kilogr.	Gewicht von 1 Schweizer Cubik-Fuß in Pfd.
5) Animalische Produkte.			
Elfenbein	1,917	65,71	104
Wachs	0,965	33,05	52
Butter	0,942	32,30	52
Talg	0,942	32,30	52
Milch	1,032	35,39	56
Wolle	1,260	43,19	68
Seide	1,300	44,56	70
6) Vegetabilische Produkte.			
Baumwolle	1,470-1,500	50-51	79-81
Flachs	1,500	51,42	81
Gerste	1,278	43,84	69
Weizen	1,346	46,17	73
Zucker	1,606	55,09	87
Essig	1,013-1,080	35-37	55-58
Wein	9,91-1,081	34-37	53-58
Alkohol	0,797-0,835	27-29	43-45
Terpentinöl	0,870	29,81	47
Olivenöl	0,916	31,39	49
Leinöl	0,940	32,23	52
7) Chemische Substanzen.			
Schwefelsäure, concentrirt	1,850	63,43	100
Salpetersäure, Wassergehalt 2,3%	1,500	51,33	81
" " 26,7%	1,479	50,71	60
Salzsäure, Chlorgehalt 39,675%	1,200	41,14	65
" " 29,757%	1,152	39,19	62
Ammoniak	0,896	30,75	48

	Specifisches Gewicht, das der Luft = 1 bei 76cm. Druck.	Gewicht von 1 Cubik-Meter in Kilogr.	Gewicht von 1 Schweizer Cubik-Fuß in franz. Gram.
8) Gasförmige Stoffe.			
Atmosphärische Luft von 0° C.	1,000	1,299	35,07
Sauerstoffgas	1,103	1,422	38,68
Wasserstoffgas	0,0688	0,089	2,41
Stickstoffgas	0,976	1,266	34,23
Kohlenoxydgas	0,941	1,222	33,00
Kohlensaures Gas	1,524	1,989	53,35
Steinkohlengas	0,5-0,6	0,65-0,78	17,5-21,0
Wasserdampf von 100° C.	0,624	0,810	21,88

Nr. 7.

Berechnung des Gewichtes eines Körpers.

1. Das Gewicht der Cubikeinheit irgend eines Stoffes wird gefunden, wenn man das Gewicht dieser Cubikeinheit reinen Wassers (Tabelle III) mit dem specifischen Gewichte dieses Stoffes multiplicirt.

Beispiel. Wie viel wiegt 1 Cubikfuß Gußeisen (engl. Maß)?
Gewicht von 1 engl. Cub.' Wasser (Tabelle III.) = 62,46 engl. ℔
Specifisches Gewicht von Gußeisen (Tabelle II.) = 7,207
Gewicht von 1 engl. Cub.' Gußeisen 62,46 × 7,207 = 450,16 ℔

2. Das Gewicht irgend eines Körpers erhält man, wenn man dessen Volum mit dem Gewichte der Cubikeinheit dieses Materials vervielfacht.

Beispiel 1. In einer Transmission ist eine schmiedeiserne Welle von 9 Cent.^{m} Durchmesser und 12,5^{m} Länge nöthig. Wie viel Gewicht wird dieselbe haben?

cubischer Inhalt der Welle $= \frac{(0,09)^2}{4} \times 3,14 \times 12,5 = 0,0795$ Cub.^{m}

Gewicht von Cub.^{m} Schmiedeisen (Tabelle II.) = 7788^{k}
Gewicht der Welle . . . . . . = 0,0795 × 7788 = 619,15^{k}

Beispiel 2. Wie viel wiegt ein Sandstein von 2,23 spec. Gewicht in französischen Pfunden, dessen Volum $17^3/_8$ französische Cubikfuß beträgt?

Gewicht von 1 französischem Cubikfuß Wasser $= 70$ ℔.

Gewicht des Sandsteins $17^3/_8 \times 70 \times 2{,}23 = 2714$ ℔.

3. Der cubische Inhalt eines Körpers wird aus seinem Gewicht erhalten, wenn man bestimmt, wie viel die Cubikeinheit dieses Stoffes wiegt und mit diesem Gewichte in das Gewicht des Körpers dividirt.

Beispiel 3. Eine massive Kugel von Gußeisen soll 100 Kilogramm wiegen; wie groß ist ihr Durchmesser?

Gewicht von 1 Cub.^{m} Gußeißen . . . . $= 7207^k$

Cubischer Inhalt der Kugel $= \frac{100}{7207}$ . . . $= 0{,}01387$ Cub.^{m}

Durchmesser der Kugel $= 2\sqrt[3]{\frac{0{,}01387}{4{,}1888}} = 0{,}298^m$

4. Das Gewicht irgend eines gußeisernen Körpers läßt sich zum Voraus oberflächlich nach dem Gewichte seines Modells bestimmen, wenn man letzteres mit dem Verhältnisse des specifischen Gewichtes des Gußeisens und demjenigen des Materiales, aus welchem das Modell angefertigt ist, also mit folgenden Zahlen, vervielfacht:

Modell von trockenem	Tannenholz . . .	17,5	von Zinn . .	1,10
„ „ „	Lindenholz . . .	15,0	„ Messing .	0,95
„ „ „	Erlen und Birken .	13,5	„ Blei . .	0,80
„ „ „	Birnbaum . . .	13,0		
„ „ „	Buchen	11,1		
„ „ „	Eichen	10,9		

Beispiel. Ein gußeisernes Gestell, dessen Modell aus Lindenholz 65 Kil. wiegt, hat dennoch ein Gewicht von circa $15{,}0 \times 65 = 975$ Kil.

Tabelle III.
Gewicht des reinen Wassers in verschiedenen Maaßen.

	Kilogramm.	Pfund.
1 Badischer Cubikfuß wiegt . .	27	54 badisch.
1 Baiersch. „ „ . .	24,86	44,40 baiersch.
1 Braunschweig. Cubikfuß wiegt	23,24	49,69 braunschw.
1 Bremer Cubikfuß wiegt . .	24,21	48,61 bremer.
1 Englisch. „ „ . .	28,32	62,45 engl.
1 Frankf. a. M. Cubikfuß wiegt	23,05	49,29 frankf. (schwer).
1 Französ. alt Cubikfuß wiegt .	34,28	70,02 franz. alt.
1 Französ. neu „ „ .	37,374	
1 Französ. Cub. Meter wiegt .	1000	2042,88 franz. alt.
1 Hamburg. Cubikfuß wiegt .	23,54	48,58 hambg.
1 Hannöver. „ „ .	24,92	53,28 hannov.
1 Hessen (Chur.) Cubikf. wiegt	23,81	50,91 Churh.
1 Hessen (Großh.) Cubikf. wiegt	15,62	31,26 Großh.
1 Lübeck. Cubikfuß wiegt . .	23,79	50,89 Lübeck.
1 Nassau. „ „ . .	27	54 Nassau
1 Oesterreich. Cubikfuß wiegt .	31,59	56,40 Oesterr.
1 Oldenburg. „ „ .	25,90	53,92 Oldenb.
1 Preuß. (rheinl.) Cubikf. wiegt	30,87	66,00 rheinl.
1 Russisch. Cubikfuß wiegt . .	28,31	69,18 russisch.
1 Sächsisch. „ „ . .	22,71	45,42 sächs.
1 Schweiz. „ „ . .	27	54 schweiz.
1 Württemb. „ „ . .	23,51	50,27 württemb.

Beispiel 1. Wie viel wiegt das Wasser, welches in einer 3″ weiten und 40′ hohen Röhre (rheinl. Maß) enthalten ist?

Inhalt der Röhre = 7,0686 □″ × 480″ = 3393 Cub.″ = 1,9635 Cub.′

Gewicht des Wassers = 1,9635 × 66 = 129,59 ℔ (rheinl.).

Beispiel 2. Wie lang muß eine cylindrische Röhre seyn von 18 Schweizerzoll innerer Weite, um 20 Centner Wasser zu fassen?

Gewicht von einem Cubikfuß Wasser $= 27^k = 54$ Schw. Pfund.

Cubischer Inhalt der Röhre $= \frac{2000}{54} = 37{,}037$ Cub.'

Länge der Röhre . . $= \frac{37{,}037}{(0{,}9)^2 \times 3{,}14} = 14{,}55'$.

Tabelle IV.

Gewicht von gewalztem Eisenblech.

Französische Blechlehre.			Rheinländ. Blechlehre.			Englische Blechlehre.		
Nr.	Dicke in Linien.	Gewicht per □' in ℔.	Dicke in 100tel per Zoll.	Gewicht per □Fuß ℔	Gewicht per □Fuß Loth.	Nr. des engl. iron guage.	Dicke in engl. Linien.	Gewicht per □' in ℔.
			30	13	14			
			28	12	$17\frac{1}{3}$			
			26	11	$20\frac{2}{3}$		1	40
1	$2\frac{1}{2}$	10	24	10	24		$\frac{15}{16}$	$37\frac{1}{2}$
2	$2\frac{1}{4}$	9	22	9	$27\frac{1}{3}$		$\frac{7}{8}$	35
3	2	8	20	8	$30\frac{2}{3}$		$\frac{13}{16}$	$32\frac{1}{2}$
4	$1\frac{7}{8}$	$7\frac{1}{2}$	19	8	$16\frac{1}{3}$		$\frac{3}{4}$	30
5	$1\frac{3}{4}$	7	18	8	2		$\frac{11}{16}$	$27\frac{1}{2}$
6	$1\frac{5}{8}$	$6\frac{1}{2}$	17	7	$19\frac{2}{3}$		$\frac{5}{8}$	25
7	$1\frac{1}{2}$	6	16	7	$5\frac{1}{3}$		$\frac{9}{16}$	$22\frac{1}{2}$
8	$1\frac{1}{8}$	$5\frac{1}{2}$	15	6	23		$\frac{1}{2}$	20
9	$1\frac{1}{4}$	5	14	6	$8\frac{2}{3}$		$\frac{7}{16}$	$17\frac{1}{2}$
10	$1\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{2}$	13	5	$26\frac{1}{3}$		$\frac{3}{8}$	15
12	$\frac{11}{12}$	$3\frac{2}{3}$	11	4	$29\frac{2}{3}$	1	$\frac{5}{16}$	$12\frac{1}{2}$
14	$\frac{3}{4}$	3	9	4	1	4	$\frac{1}{4}$	10
16	$\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{2}$	7	3	$4\frac{1}{4}$	7	$\frac{3}{16}$	$7\frac{1}{2}$
18	$\frac{1}{2}$	2	5	2	$7\frac{2}{5}$	11	$\frac{1}{8}$	5
20	$\frac{3}{8}$	$1\frac{1}{2}$	3	1	11	17	$\frac{1}{16}$	$2\frac{1}{2}$
22	$\frac{1}{4}$	1	2	—	$28\frac{2}{3}$			
24	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	—	$14\frac{1}{3}$			

Tabelle V.

Gewicht von gewalzten Metallplatten.

per franz. □Fuß in Kilogrammen ausgedrückt.						
Dicke in Linien.	Kupfer-Blech.	Messing-Blech.	Blei.	Zinn.	Zink.	Reines Silber.
$^1/_{12}$	0,166	0,170	0,250	0,145	—	0,209
$^2/_{12}$	0,364	0,339	0,500	0,290	—	0,418
$^3/_{12}$	0,530	0,509	0,750	0,435	0,408	0,627
$^4/_{12}$	0,795	0,678	1,000	0,580	0,544	0,836
$^5/_{12}$	0,894	0,848	1,250	0,725	0,631	1,045
$^6/_{12}$	1,059	1,017	1,500	0,870	0,817	1,254
$^7/_{12}$	1,225	1,187	1,750	1,015	0,953	1,464
$^8/_{12}$	1,423	1,356	2,000	1,160	1,089	1,673
$^9/_{12}$	1,589	1,526	2,250	1,305	1,225	1,882
$^{10}/_{12}$	1,754	1,695	2,500	1,450	1,371	2,091
$^{11}/_{12}$	1,954	1,865	2,750	1,595	1,497	2,300
1'''	2,118	2,034	3,000	1,740	1,633	2 509
$1^1/_4$	2,647	2,542	3,750	2,175	2,041	3,136
$1^1/_2$	3,177	3,015	4,500	2,610	2,449	3,763
$1^3/_4$	3,706	3,560	5,250	3,045	2,857	4,390
2	4,236	4,069	6,000	3,480	3,266	5,018
$2^1/_4$	4,766	4,578	6,750	3,915	3,674	5,645
$2^1/_2$	5,296	5,087	7,500	4,350	4,082	6,272
$2^3/_4$	2,826	5,596	8,250	4,785	4,490	6,899
3	6,356	6,115	9,000	5,220	4,899	7,527
per □Meter in Kilogrammen.						
1 Mill. M.	8,788	8,508	11,352	7,291	6,861	10,474

Tabelle VI.

Gewicht von runden und quadratischen Eisenstangen.

Französisch Maaß. Von 10' Länge in Kilogramm.			Schweizer Maaß. Von 10' Länge in Pfunden.		
Seite der quadratischen od. Diameter der runden Section.	Quadratische.	Runde.	Seite der quadratischen od. Diameter der runden Section.	Quadratische.	Runde.
1'''	0,125 Kil.	0,09 Kil.	3'''	3,94 ℔	2,96 ℔
6'''	4,69	3,75	5'''	10,95	8,3
10'''	13,00	10,00	7'''	21,46	16,4
12'''=1''	18,75	14,69	9'''	35,48	27,5
18'''	42,19	32,28	10'''	43,8	33,9
19	47,00	36,13	11	46,0	35,6
20	52,06	40	12	54,7	43,0
21	57,41	44,06	13	64,2	50,4
22	63,00	48,22	14	74,5	58,5
23	68,38	52,91	15	85,5	67,1
24=2''	75,00	58,13	16	97,3	76,4
25	81,38	62,50	17	109,8	86,2
26	88,00	68,25	18	123,1	96,0
27	94,91	73,13	19	137,2	107,8
28	102	79,13	20	152,0	119,4
29	109,50	84,06	21	167,6	131,6
30	117,19	90,75	22	183,9	144,4
31	125,13	96,06	23	201,0	157,9
32	133,31	102,50	24	218,9	171,9
33	141,78	109,69	25	237,5	186,5
34	150,50	117,50	26	256,9	201,8
35	159,50	119,53	27	277,0	218,7
36=3''	168,75	132,69	28	297,9	234,0
3¼''	198,04	155,54	30	342,0	268,6
3½''	229,64	176,24	32	389,1	305,6
3¾''	263,62	207,05	34	439,3	344,8
4	300,00	232,52	36	492,5	386,8
4¼	338,85	266,13	38	548,7	431,2
4½	379,64	292,52	40	608,0	477,5

Tabelle VII.

Gewicht und Metalldicke gußeiserner Röhren für Wasser- und Gasleitungen.

Innerer Durchmesser in Centim.	Wanddicke in Centim.	Gewicht von 1 laufenden Meter in Kilogramm.	Innerer Durchmesser in Centim.	Wanddicke in Centim.	Gewicht von 1 laufenden Meter in Kilogramm.	Innerer Durchmesser in Centim.	Wanddicke in Centim.	Gewicht von 1 laufenden Meter in Kilogramm.
2	1,014	5,50	31	1,217	88,78	61	1,427	201,65
2,5	1,017	7,20	32	1,224	92,09	62	1,434	205,98
3	1,021	8,30	33	1,231	95,41	63	1,441	210,23
4	1,028	11,00	34	1,238	98,78	64	1,448	214,62
5	1,035	14,46	35	1,245	102,18	65	1,455	218,95
6	1,042	16,61	36	1,252	105,60	66	1,462	223,34
7	1,049	19,12	37	1,259	109,11	67	1,469	227,67
8	1,056	21,01	38	1,266	112,57	68	1,476	232,21
9	1,063	24,22	39	1,273	116,10	69	1,483	236,68
10	1,070	26,82	40	1,280	119,64	70	1,490	241,22
11	1,077	29,45	41	1,287	123,24	71	1,497	245,76
12	1,084	32,11	42	1,294	126,84	72	1,504	250,30
13	1,091	34,81	43	1,301	130,52	73	1,511	254,91
14	1,098	37,53	44	1,308	134,12	74	1,518	259,52
15	1,105	40,29	45	1,315	137,94	75	1,525	264,21
16	1,112	43,08	46	1,322	141,69	76	1,532	268,89
17	1,119	45,91	47	1,329	145,37	77	1,539	273,65
18	1,126	48,76	48	1,336	149,18	78	1,546	278,40
19	1,133	51,65	49	1,343	153,08	79	1,553	283,24
20	1,140	54,56	50	1,350	156,97	80	1,560	288,06
21	1,147	57,52	51	1,357	160,86	81	1,567	292,96
22	1,154	60,50	52	1,364	164,82	82	1,574	297,87
23	1,161	63,51	53	1,371	168,79	83	1,581	302,84
24	1,168	66,56	54	1,378	172,82	84	1,588	307,81
25	1,175	69,63	55	1,385	176,79	85	1,595	312,71
26	1,182	72,57	56	1,392	180,90	86	1,602	317,76
27	1,189	75,89	57	1,399	185,00	87	1,609	322,80
28	1,196	79,06	58	1,406	189,11	88	1,616	327,92
29	1,203	82,27	59	1,413	193,29	89	1,623	332,96
30	1,210	85,50	60	1,420	197,47	90	1,630	338,22

Gewicht von Zahnrädern und Triebrollen.

Das approximative Gewicht von Zahnrädern und Triebrollen findet man, wenn man das Produkt aus dem Durchmesser in die Zahn- oder Rollenbreite noch mit folgenden Gewichten (in Kilogr.) vervielfacht:

	per □ Zoll schw.	per □ cm.
Kleine Räder bis 3 Fuß Durchmesser .	1,05 — 1,20	0,12 — 0,13
Größere Räder von 3—8 Fuß „ .	1,25 — 1,70	0,14 — 0,19
„ „ „ 8—12 „ „ .	1,45 — 1,9	0,16 — 0,21
Zahnkränze und Zahnkranzgetriebe . . .	1,90 — 2,00	0,21 — 0,22
Räder für Walz und Hammerwerke . . .	2,25 — 3,25	0,25 — 0,36
Triebrollen	0,30 — 0,45	0,033 — 0,05

Beispiel. Das Gewicht eines Triebrades von 3,1 Meter Durchmesser und 17½ Centimeter Zahnbreite beträgt, je nachdem solches mehr oder minder stark gebaut ist:

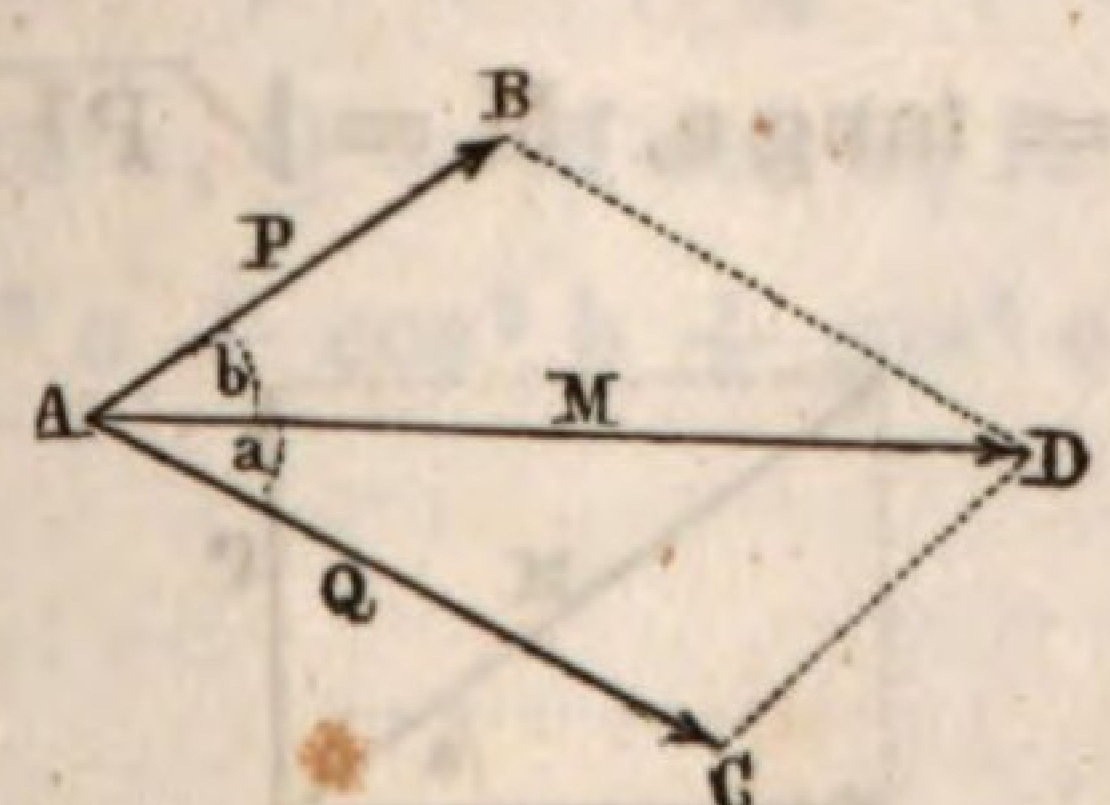
von $310 \times 17{,}4 \times 0{,}16 = 868$ Kil.
bis $310 \times 17{,}5 \times 0{,}21 = 1139$ „

Nr. 8.

Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

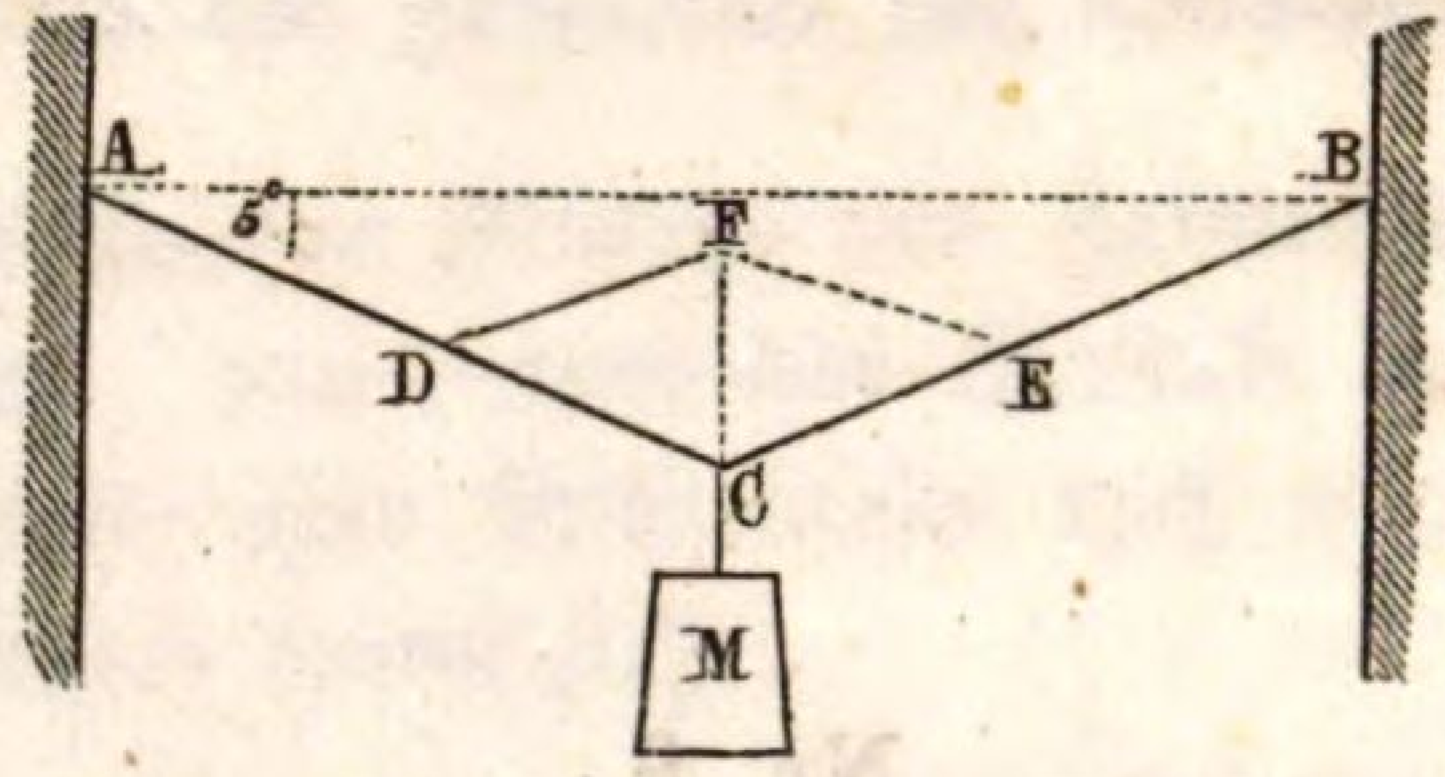
1. Kräfte werden durch Gewichte gemessen; in Zeichnungen dagegen durch Linien dargestellt, deren Richtung und Länge die Richtung und Größe der Kräfte angeben.

2. Parallelogramm der Kräfte. Es seyen AB = P und AC = Q zwei Kräfte, welche auf einen Punkt wirken. Verzeichnet man nun das Parallelogramm ABDC, so stellt die Diagonale AD = M eine Kraft vor, welche eine gleiche Wirkung auf den Punkt A ausübt, wie P und Q zusammen. Deßhalb heißt M die Mittelkraft der Seitenkräfte P und Q und die Figur das Parallelogramm der Kräfte.



Es seyen a und b die Winkel zwischen Q und M, P und M; so ist

$$P : M = \sin a : \sin (a + b)$$
$$P : Q = \sin a : \sin b$$
$$M = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2\,PQ \cos (a + b)}$$



Beispiel. Ein Seil ACB sey in zwei gleich hochgelegenen Punkten A und B befestigt, in seiner Mitte C hängt ein Gewicht M; wie stark werden die Seilstücke AC und BC angestreckt, wenn der Winkel CAB $= 5^0$ ist?

Die Kraft M werde durch die Verticale CF dargestellt; sie bildet mit CA einen Winkel von 85^0. Man zeichne das Parallelogramm CEFD, so stellt $CD = CE$ die Kraft vor, womit die Seilstücke gespannt sind. Nun ist aber im Dreieck CFD

$CD : CF = \sin CFD : \sin CDF$ oder $CD : M = \sin 85^0 : \sin 10^0$,

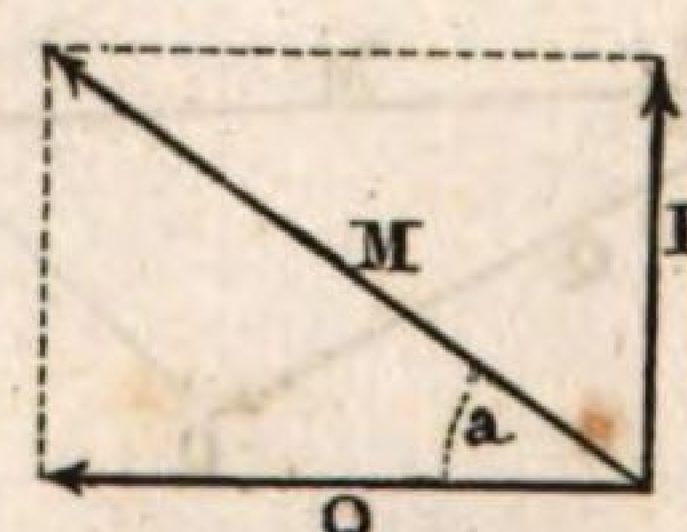
$$CD = M \times \frac{\sin 85}{\sin 10^0} = M \times \frac{0{,}9962}{0{,}1736} = 5{,}738\ M.$$

d. h. die Spannung des Seils ist 5,738 mal größer als die angehängte Last.

3. Sind die Seitenkräfte P und Q rechtwinklig aufeinander, so hat man:

$$P = M \sin a,\ Q = M \cos a$$

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tang} a,\ M = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



Beispiel. Ein Schiff wird durch eine Kraft M in einem Fluß oder Canal fortgezogen; wenn die Richtung der Zugkraft M mit der Längenrichtung des Flusses oder Canals einen Winkel $a = 20^0$ bildet, mit welcher Kraft Q könnte dieses Schiff in der Richtung seiner Bewegung fortgezogen werden und mit welcher Kraft P wird es stets fort gegen das Ufer gedrängt?

Kraft in der Richtung der Bewegung Q = M cos 20° = 0,9397 M
Kraft, senkrecht gegen das Ufer P = M sin 20° = 0,3420 M
d. h. die erstere ist etwa 94, die letztere 34 Procent von der wirklichen Zugkraft.

4. Drei oder mehr Kräfte, welche auf einen Punkt wirken, sey es, daß die Kräfte in einer Ebene liegen oder nicht, werden zusammengesetzt, indem man zuerst die Mittelkraft von zweien sucht, dann diese Mittelkraft und die dritte zusammensetzt, und so fortfährt, bis die Mittelkraft für alle gefunden ist.

5. Parallelepiped der Kräfte. Wirken drei Kräfte, welche nicht in einer Ebene liegen, auf einen Punkt, so denke man sich diese Kräfte als drei Seitenkanten eines Parallelepipeds, welche in einen Punkt (den Angriffspunkt) zusammenlaufen. Die Diagonale, welche von diesem Punkte aus nach dem gegenüberliegenden Eckpunkt des Körpers geht, ist die Mittelkraft jener drei Kräfte.

Sind die drei Kräfte P, Q, R auf einander senkrecht und bilden sie mit ihrer Mittelkraft M die Winkel a, b, c, so hat man

$$M = \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}$$

$$P = M \cos a, \; Q = M \cos b, \; R = M \cos C$$

$$\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c = 1$$

Nr. 9.

Gleichförmige Bewegung.

1. Die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung ist der Weg, den ein Körper in der Zeiteinheit (Sekunde, Minute 2c.) zurücklegt.

2. Gleichförmig fortschreitende Bewegung.

Es sey w der Weg, welchen ein Körper in t Sekunden zurücklege und v die Geschwindigkeit per Sekunde, so ist:

$$w = v\,t\ ,\quad v = \frac{w}{t}\ ,\quad t = \frac{w}{v}$$

Beispiel 1. Welchen Weg legt der Wagenzug einer Eisenbahn während 12 Minuten zurück, wenn derselbe eine gleichförmige Geschwindigkeit von 13^{m} per Sekunde besitzt?

Zurückgelegter Weg $w = 13 \times 12 \times 60 = 9360^{m}$

Beispiel 2. Es sey die Geschwindigkeit einer Hobelmaschine $= 0{,}08^{m}$; die Breite eines Spans $= 0{,}003^{m}$; die Breite der abzuhobelnden Fläche $= 0{,}4^{m}$ und die Länge derselben $= 2{,}8^{m}$. Wie lange dauert es, bis die Fläche einmal überhobelt ist?

Inhalt der zu hobelnden Fläche . . $0{,}4 \times 2{,}8 = 1{,}12\ \square^{m}$

Anzahl (neben einander liegender) Späne . $\frac{1{,}12}{0{,}003} = 374$

Zurückzulegender Weg, im Ganzen . $373 \times 2{,}8 = 1044{,}4^{m}$

Verwendete Zeit . . . . $\frac{1044{,}4}{0{,}08} = 13055$ Sekunden

$= 3{,}626$ Stunden.

3. Gleichförmig drehende Bewegung um eine feste Achse.

Es sey r der Halbmesser des sich drehenden Rades, der Welle 2c.,
v die Geschwindigkeit eines Punktes auf dem Umfang,
t die Anzahl Sekunden, welche zu einem Umgang nöthig sind,
n die Anzahl Umgänge per Minute, so hat man:

$$v\,t = 2\,r\,\pi$$

$$60\,v = 2\,r\,\pi \cdot n$$

Beispiel 1. Ein Wasserrad habe eine Umfangsgeschwindigkeit von $1{,}5^{m}$ und einen Halbmesser $= 2{,}9^{m}$; wie viele Sekunden braucht es zu einem Umgang und wie viele Umgänge macht es per Minute?

Anzahl Sekunden zu 1 Umgang $t = \frac{2r\pi}{v} = \frac{2 \times 2{,}9 \times 3{,}14}{1{,}5} = 12{,}14$

Anzahl Umgänge per Minute $n = \frac{60v}{2r\pi} = \frac{60 \times 1{,}5}{2 \times 2{,}9 \times 3{,}14} = 4{,}941$

oder auch $n = \frac{60}{12{,}14} = 4{,}941$

Beispiel 2. Ein Schwungrad mache per Minute 36 Umgänge und habe einen Durchmesser $= 3{,}8^{m}$. Wie groß ist seine Umfangsgeschwindigkeit?

Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{2r\pi\,.\,n}{60} = \frac{3{,}8 \times 3{,}14 \times 36}{60} = 7{,}159^{m}$.

Tabelle VIII.

Angabe einiger Geschwindigkeiten per Sekunde.

Fußgänger	= 1,4	Meter
Pferd im Schritt	= 0,9—1,1	„
„ im Trab	= 2,0—2,2	„

Pferd im Galopp	= 4—5	Meter
Frachtwagen	= 0,8	"
Postwagen	= 3	"
Waarenzug auf der Eisenbahn . . .	= 8	"
Schnellzug	= 14	"
Gewöhnlicher Wind	= 3	"
Sturmwind	= 15	"
Heftigster Sturm	= 30	"
Schall in der Luft (bei 16° C.)	= 340	"
" im Wasser	= 1435	"
" im Eichenholz	= 3625	"
Luft von 1 Atm. Spannung in den leeren Raum, ohne Contraction	= 395	"
Dampf von 1 Atm. in den leeren Raum, ohne Contraction	= 500	"
Einpfünder Kugel, gewöhnliche Ladung .	= 480	"
Vier und zwanzigpfünder Kugel . . .	= 780	"
Achsendrehung der Erde, unter dem Aequator	= 448	"
Fortschreitung der Erde	= 29400	"
Licht	= 316500	Kilometer.

Kolben einer kleinern Dampfmaschine .	= 1	Meter
" " größern " .	= 1,4	"
" " Lokomotive	= 2—2,5	"
" " Wasserpumpe	= 0,3	"
Wasserräder, am Umfang, gewöhnlich .	= 1,5	"

Geschwindigkeiten, welche den Hülfsmaschinen in Maschinenwerkstätten gewöhnlich gegeben werden.

a) Drehbänke.

1. Abdrehen und Egalisiren gewöhnlicher gußeißerner Walzen von circa $0,^{m}3$ Diameter (3 Umgänge per Minute) . = 0,05 Meter
2. Abdrehen und Egalisiren von Hartwalzen . . . . = 0,007 "
3. Handdrehbänke für Schmiedeisen, Gußeißen, Metall 2c. . = 0,10 "

b) Bohrmaschinen.

1. Cylinderbohrmaschine, z. B. Cylinder von $1^{m},8$ Diameter (4 Umgänge per Minute) . . = 0,03 "
2. Vorwärtsschreiten des Schneidzeuges beim Bohren von Schmiedeisen und Gußeisen . = 0,05—0,07 "

c) Metall-Hobelmaschine.
Schlitten derselben . . . . = 0,08—0,10 "

d) Schraubenschneidmaschine für Schrauben und Muttern von 15 à 30 Millimeter Durchmesser per Minute . . . . 20 à 90 Umgänge.

e) Stanzmaschine für Kesselblech bis 15 Millim. Dicke, per Minute . . . . . 13 à 15 Schläge.

Nr. 10.

Gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Freier Fall und senkrechter Wurf.

1. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung ist das Resultat einer Kraft, welche constant auf den bewegten Körper einwirkt, und demselben eine Geschwindigkeit gibt, welche in gleichen Zeiträumen um gleich viel zunimmt.

Die Gesetze dieser Bewegung sind:

a) Die Räume, welche der Körper durchlauft, wachsen für jeden folgenden Zeittheil, wie die ungeraden Zahlen, also wie 1, 3, 5, 7 u. s. w.

Theilt man nämlich die ganze Zeit der Bewegung z. B. in 4 gleiche Theile, und bewegt sich der Körper im ersten Zeittheil durch einen Weg = a, so beträgt der Weg im zweiten 3a, im dritten 5a und im vierten 7a.

b) Die totalen Räume verhalten sich wie die Quadrate der darauf verwendeten Zeiten; d. h. bewegt sich ein Körper zwei oder dreimal länger, so legt er einen vier- oder neunmal größern Weg zurück.

c) Die Geschwindigkeit, die der Körper in irgend einem Augenblick besitzt, ist so groß, daß er mit derselben, wenn sie gleichförmig bliebe, in der nämlichen Zeit den doppelten Weg zurücklegen könnte.

Ist z. B. der zurückgelegte Weg in 4 Sekunden = 24 Meter, und würde von da an der Körper sich gleichförmig 4 Sekunden lang fortbewegen, so würde er den doppelten Weg = 48 M., also in einer Sekunde $^{48}/_{4}$ = 12 M. durchlaufen. Somit ist die Geschwindigkeit dieser gleichförmig beschleunigten Bewegung am Ende von 4 Sekunden = 12 Meter.

d) Die Geschwindigkeiten sind den Zeiten proportional, d. h. nach einer zwei-, dreifachen Zeit ist auch die Geschwindigkeit zwei-, dreimal größer.

2. Diese Gesetze liefern folgende Formeln zur Auflösung der verschiedenen Aufgaben über die gleichförmig beschleunigte Bewegung:

$$v = gt \quad , \quad v = \sqrt{2gh}$$

$$h = \tfrac{1}{2}gt^2 \quad , \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

in welchen g die Geschwindigkeit nach der ersten Sekunde, d. h. den doppelten Weg der ersten Sekunde,
h den zurückgelegten Weg,
t die zu diesem Wege nöthige Zeit in Sekunden und
v die Geschwindigkeit nach dieser Zeit bedeutet.

3. Der freie Fall der Körper ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, weil die Schwerkraft (innerhalb kleiner Fallhöhen nämlich) constant auf den Körper wirkt.

Ein freifallender Körper erreicht während der ersten Sekunde des Falls eine Geschwindigkeit (wenn vom Widerstand der Luft abstrahirt wird):

g = 9,8088 Meter.		g = 33,608 baierische	Fuß.
= 30,195 pariser	Fuß.	= 34,637 sächsische	„
= 32,102 englische	„	= 33,581 hannoversche	„
= 31,253 rheinl.	„	= 34,232 württemb.	„
= 31,030 österreich.	„	= 32,696 schweiz. od. bad.	„

Der Fallraum der ersten Sekunde ist die Hälfte dieser Zahlen. Hiernach ist:

wenn v gegeben	wenn h gegeben:		
$h = 0{,}0509\ v^2$, . .	$v = \sqrt{19{,}62\ h}$ . .	in Metern.	
$h = 0{,}0155\ v^2$, . .	$v = \sqrt{64{,}36\ h}$ . .	„ engl.	Fußen.
$h = 0{,}0160\ v^2$, . .	$v = \sqrt{62{,}50\ h}$ . .	„ rheinl.	„
$h = 0{,}0166\ v^2$, . .	$v = \sqrt{62{,}06\ h}$ . .	„ österr.	„
$h = 0{,}0149\ v^2$, . .	$v = \sqrt{67{,}22\ h}$ . .	„ baierisch.	„
$h = 0{,}0145\ v^2$, . .	$v = \sqrt{69{,}27\ h}$ . .	„ sächsisch.	„
$h = 0{,}0146\ v^2$, . .	$v = \sqrt{68{,}46\ h}$ . .	„ würtemb.	„
$h = 0{,}0156\ v^2$, . .	$v = \sqrt{65{,}39\ h}$ . .	„ schweiz.	„

Beispiel 1. Hat ein Körper am Ende seines Falles eine Geschwindigkeit von 48 engl. Fußen, wie groß ist seine Fallhöhe?

Fallhöhe $h = 0{,}0155 \times 48^2 = 0{,}0155 \times 2304 = 35{,}712$ Fuß.

Beispiel 2. Welche Geschwindigkeit erlangt ein Körper, der 180 rheinl. Fuß hoch herunterfällt?

Geschwindigkeit $v = \sqrt{61{,}5 \times 180} = 205{,}592$ rheinl. Fuß.

4. Diese Gesetze gelten auch für den Fall auf einer geneigten Ebene, nur sind die durchlaufenen Räume im Verhältnisse der senkrechten Höhe zur Länge des Weges kleiner.

Hat also die Ebene $^1/_5$ Fall, oder z. B. auf 30 Fuß Länge eine Steigung von 6 Fuß, so wird eine Kugel, die auf derselben herabrollt, in der ersten Sekunde nur $^{15}/_5$ oder 3′ par. Maaß, in der zweiten 3×3 oder 9′, in der dritten 5×3 oder 15′ weiter laufen.

5. Wirft man einen Körper vertikal in die Höhe, so braucht derselbe gerade so viel Zeit zum Steigen, als zum Wiederherunterfallen; er muß dieselbe Anfangsgeschwindigkeit haben, die er am Ende durch den Fall erlangt; seine Geschwindigkeit nimmt auf dieselbe Weise ab, wie sie

beim Falle zunimmt. Die obigen Formeln sind daher auch auf den Wurf anzuwenden, in so fern man auch hier von der Einwirkung der Luft abstrahirt.

Beispiel 1. Wie hoch steigt ein Körper, der 6 Sekunden zum Steigen und Herabfallen braucht?

Zum Niederfallen ist so viel Zeit erforderlich, als zum Steigen, also 3 Sekunden. Für diese Zeit ist die Fallhöhe, somit auch die

Steighöhe $h = \frac{1}{2} \times 9{,}8088 \times 3^2 = 44{,}14$ Meter.

Beispiel 2. Wie lange steigt eine Kugel, die mit 250′ (rheinl.) Geschwindigkeit vertical in die Höhe geschossen wird und wie hoch steigt sie?

Anzahl Sekunden $t = \frac{v}{g} = \frac{250}{31{,}253} = 8.$

Steighöhe . . $h = 0{,}016 \times 250^2 = 1000'.$

6. Es werde ein Körper in schiefer Richtung, welche mit dem Horizont einen Winkel a bildet, abgeworfen. Durch die Schwere wird er so aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt, daß seine Bahn eine Parabel wird. Zerlegt man die Geschwindigkeit des Körpers in jedem Punkt der Bahn in eine horizontale und eine verticale, so ist die horizontale gleichbleibend während des ganzen Verlaufes der Bewegung. Wenn v die Anfangsgeschwindigkeit, so ist v cos a die horizontale Geschwindigkeit und v t cos a der Weg in t Sekunden in horizontaler Richtung. Die verticale Bewegung des Körpers ist während des Steigens gleichförmig verzögert, beim Sinken gleichförmig beschleunigt wie beim freien Fall und kann also nach den vorhergehenden Regeln ermittelt werden.

Anmerkung. In der Wirklichkeit entspricht der Erfolg nun freilich diesen Regeln nicht vollkommen, da der Widerstand der Luft und auf der schiefen Ebene zugleich die Reibung den Fall oft merklich hemmen.

Das erste Hinderniß wirkt indessen nur bedeutend, wenn Körper hoch herabfallen, wenn sie ein geringes specifisches Gewicht haben, oder mit einer großen Fläche die Luft durchschneiden. Denn je mehr Luft sie im Fallen verdrängen müssen, desto geringer fällt ihre Geschwindigkeit aus.

Nro. 11.

Von dem Pendel.

1. Pendel heißt jeder Körper, der sich um eine nicht durch seinen Schwerpunkt gehende horizontale Axe hin- und herdreht.

Von diesem sogenannten physischen Pendel ist das mathematische zu unterscheiden, bei welchem der schwere Punkt durch eine gewichtslose Stange mit der Axe verbunden gedacht wird.

Für dieses letztere Pendel gilt folgende Formel:

$$1)\ t = \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

wo t die Dauer einer einfachen Schwingung in Sekunden,

L die Pendellänge und

g die Geschwindigkeit der ersten Sekunde beim freien Fall, also das Maaß für die Intensität der Schwere bedeutet. Für Paris ist $g = 9{,}8088^m$; folglich für diese geographische Breite

$$2)\ L = 0{,}9936\ .\ t^2 \text{ Meter.}$$

2. Aus diesen Formeln geht hervor:

a) Die Schwingungszeiten verhalten sich an einem und demselben Orte wie die Quadratwurzeln der Längen.

Sind T und t die Schwingungszeiten zweier Pendel, L und l ihre respectiven Längen, so verhält sich:

$$T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$$

b) Die Schwingungszeiten eines und desselben Pendels an verschiedenen Orten verhalten sich umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus den Intensitäten der Schwere an diesen Orten.

Vermittelst dieses Satzes konnte durch das Pendel die Zunahme der Schwere vom Aequator nach den Polen, also die Abplattung der Erde ermittelt werden.

c) Die Anzahl der Schwingungen in derselben Zeit, z. B. in 1 Minute, verhalten sich umgekehrt wie die Schwingungszeiten, und also umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Längen.

Sind L und l die Längen zweier Pendel,
N „ n die Anzahl der respectiven Schwingungen,
so verhält sich:

$$N : n = \sqrt{l} : \sqrt{L}$$

d) Weder die Größe des Gewichtes, noch die des Schwingungsbogens hat einen merklichen Einfluß auf die Schwingungszeit.

3. Wenn ein Pendel genau eine einfache Schwingung in einer Sekunde, oder 60 in einer Minute macht, so heißt es Sekundenpendel.

Setzt man in Formel 2) t = 1 Sekunde, so ergibt sich für die geographische Breite von Paris:

Länge des Sekundenpendels = 0,9936 Meter.
= $36\frac{2}{3}$ pariser Zoll.
= $39\frac{1}{8}$ engl. „

Diese Länge ändert sich nach b) etwas mit der geographischen Breite:

Bei 0^0	Breite ist die Länge des Sek. Pendels	= 0,9908 Met.
" 30^0	" " " " " " "	= 0,9923 "
" 45^0	" " " " " " "	= 0,9935 "
" 60^0	" " " " " " "	= 0,9949 "
" 90	" " " " " " "	= 0,9966 "

Beispiel 1. Wie lang muß ein Pendel seyn, das in 1 Minute 40 Schwingungen macht?

Es ist: Schwingungszeit $t = \frac{60}{40} = 1{,}5$ Sek.

Länge für Paris $l = 0{,}9936\,(1{,}5)^2 = 2{,}236$ Meter.

Beispiel 2. Wie viel Schwingungen macht ein Pendel per Minute, dessen Länge = 49 engl. Zoll ist?

Anzahl Schwingungen des Sekundenpendels per Minute = 60; daher nach c) die Proportion:

$$n : 60 = \sqrt{49} : \sqrt{39^1/_8}$$

$$n = \frac{60 \times \sqrt{49}}{\sqrt{39{,}125}} = 53.61 \text{ Schwingungen.}$$

4. Das Pendel kann auch als Geschwindigkeitsmesser dienen. Aus der Länge, bei welcher ein Pendel so viel Doppelschwingungen macht als ein Wellbaum Umgänge in derselben Zeit, kann die Anzahl dieser letztern leicht gefunden werden. Hiezu läßt sich folgende Tabelle benutzen:

Anzahl Doppelschwing.	Länge des Pendels.	Anzahl Doppelschwing.	Länge des Pendels.	Anzahl Doppelschwing.	Länge des Pendels.	Anzahl Doppelschwing.	Länge des Pendels.
20	2,236 m	30	0,994 m	46	0,423 m	65	0,211 m
21	2,028	32	0,873	48	0,388	70	0,182
22	1,848	34	0,773	50	0,358	75	0,159
23	1,691	36	0,690	52	0,331	80	0,140
24	1,552	38	0,619	54	0,307	85	0,123
25	1,431	40	0,559	56	0,285	90	0,110
26	1,323	42	0,507	58	0,266	95	0,099
27	1,227	44	0,462	60	0,248	100	0,089
28	1,141						

Nro. 12.

Von der mechanischen Arbeit.

1. Die mechanische Arbeit (travail mécanique, quantité de travail) besteht darin, daß irgend ein Widerstand längs eines Weges überwunden wird.

Das Heben von Lasten auf gewisse Höhen; das Fortschaffen von Lasten auf Straßen, Eisenbahnen, Kanälen; das Zermalmen von Fruchtkörnern in Mehl; das Ausspinnen von Baumwolle in Fäden; das Hämmern und Auswalzen von Eisen; das Einrammen der Pfähle; das Behauen der Steine und Hölzer 2c. sind Beispiele solcher mechanischen Arbeiten.

In allen Fällen ist die Arbeit um so größer, je größer der überwundene Widerstand und je größer der Weg, längs welchem derselbe überwunden wurde.

Wird ein Gewicht von 5 K. auf eine Höhe von 1 M. gehoben, so ist 5 mal mehr Arbeit nöthig, als zum Heben von 1 K. auf 1 M. Höhe.

Wird aber 1 K. Gewicht z. B. 4 hoch gehoben, so ist 4 mal mehr Arbeit erforderlich, als wenn dasselbe Gewicht nur 1 M. hoch zu heben ist.

Wenn ebenso ein Reibungswiderstand von 50 K. in horizontaler oder schiefer Richtung 10 M. weit zu überwinden ist, so ist leicht einzusehen, daß hiezu $50 \times 10 = 500$ mal mehr Aufwand an Arbeit statt finden muß, als wenn ein K. Widerstand durch den Weg von 1 M. geführt wird.

Was hier vom Heben eines Gewichtes und vom Ueberwinden der Reibung gesagt ist, gilt von jedem andern Vorgang, wo eine Kraft längs eines Weges thätig ist.

Somit ist die mechanische Arbeit proportional der Größe der überwundenen Kraft und der Länge des Weges, also proportional dem Produkt aus Kraft und Weg.

Hieraus geht auch hervor, daß Kraft und Arbeit in der Mechanik verschiedene Begriffe sind. Kraft ist die Ursache einer Veränderung, also nur Ein Faktor der Arbeit; der andere Faktor ist immer ein Weg, der von der Kraft durchlaufen wurde.

Ueberwindet eine Kraft einen Widerstand, so denkt man sich immer die Richtungen beider übereinstimmend mit der Richtung des Weges. Würde die Richtung der Kraft P mit der Bahn den Winkel a bilden, so wäre nur die Seitenkraft $P \times \cos a$ (siehe Nr. 8) als thätig anzusehen.

2. Um die beiden Faktoren der Arbeit in Zahlen auszudrücken, kann man sich natürlicher Weise beliebiger Einheiten, wie z. B. des Pfundes, des Fußes 2c. bedienen. Beinahe allgemein gebraucht man jedoch dabei das Kilogramm zur Krafteinheit und den Meter zur Raumeinheit.

Die Arbeit, welche eine Kraft von 1 Kil. längs eines Weges von 1 Meter verrichtet, ist somit die Arbeitseinheit und wird Kilogrammeter genannt. Man bezeichnet sie gewöhnlich mit KM oder $K \times M$.

So heißt z. B. eine Arbeit von 20 KM eine solche, welche ein Gewicht von 20 Kilogrammen 1 Meter, oder von 10 Kilogrammen 2 Meter, oder von 5 Kilogrammen 4 Meter 2c. hoch zu heben im Stande wäre. Dabei bleibt die Arbeit dieselbe, ob sie in kürzerer oder längerer Zeit verrichtet werde.

3. Es ist für die Zwecke der Industrie erforderlich, daß in einer bestimmten Zeit eine gewisse Arbeit stetig verrichtet werde. Die in 1 Sekunde stetig hervorgebrachte Arbeit heißt insgemein Effekt.

Da der Weg, welchen die Kraft per Sekunde gleichförmig

zurücklegt, ihre Geschwindigkeit ist, so ist der Effekt gleich dem Produkt aus der Kraft P in die Geschwindigkeit V oder gleich P × V.

Der Effekt der Motoren wird öfters noch durch eine andere Arbeitseinheit, als der Kilogrammeter, nämlich durch die Pferdekraft (cheval-vapeur, horse power) ausgedrückt.

Diese Einheit wird in gleichem Maaße, wie die Leistung der Pferde, verschieden angenommen. In England ist die

Pferdekraft	= 33000 ℔' per Minute	= 78 K.M. per Sek.	
oder auch	= 44000 " " "	= 104 " "	

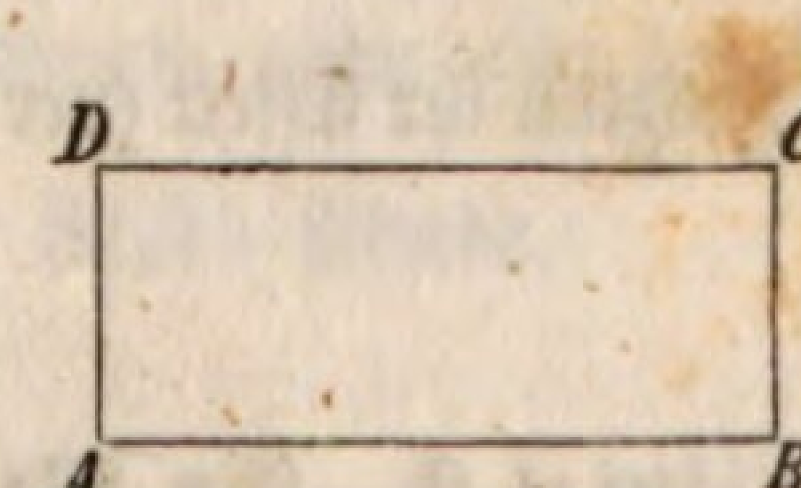
Nach Poncelet, Morin, Redtenbacher u. a. nehmen wir die Pferdekraft = 75 K.M. an.*

Diese letztere Größe ist in andern Maaßen ausgedrückt:

= 500 ℔' per Sek.	= 30000 ℔' per Minute	in Schweizer oder bad. Maaß
= 542 " " "	= 32550 " " " "	engl. "
= 472 " " "	= 28300 " " " "	franz. "
= 424 " " "	= 25420 " " " "	wiener "
= 510 " " "	= 30600 " " " "	rheinl. "
= 560 " " "	= 33600 " " " "	württb. "

4. Graphische Darstellung der Arbeit.

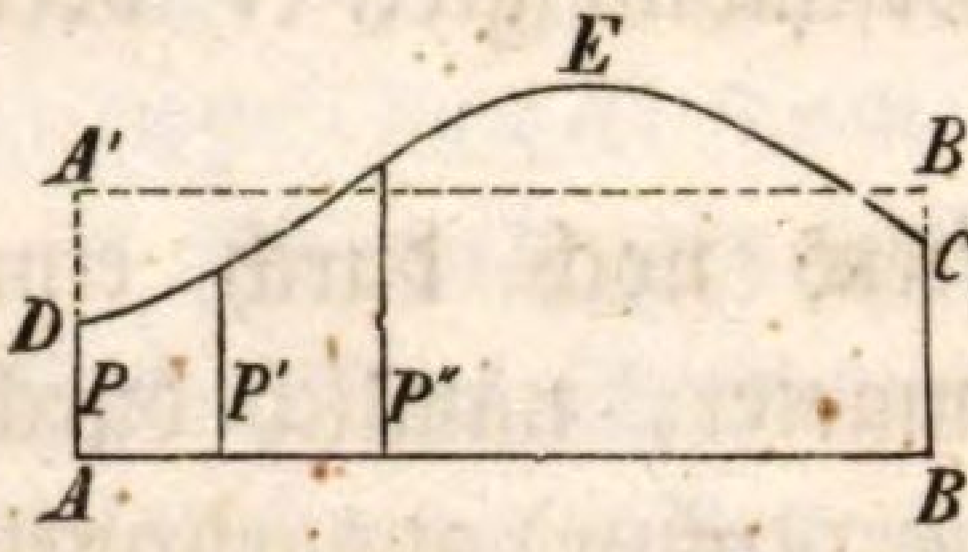
a) Die Kraft sey constant.



Man trage den zurückgelegten Weg als geradlinige Abscisse AB und die Kraft als senkrechte Ordinate AD auf, so ist die Fläche AB × AD des Rectangels ABCD das Maaß der Arbeit.

* Hachette, Clement u. A. nehmen für die Einheit die Dynamie an, welche 1 Cubikmeter Wasser oder 1000 Kilogramm 1 Meter hoch hebt und also = 1000 K.M. ist.

b) Die Kraft sey veränderlich.



Die Werthe P, P′, P″,... der veränderlichen Kraft trage man als senkrechte Ordinate in den entsprechenden Punkten des Weges AB auf, verbinde die Endpunkte der Ordinaten durch eine krumme Linie DEC, so stellt die Fläche der Figur ABCED die Arbeit dieser Kraft vor.

c) Mittlere Intensität einer veränderlichen Kraft.

Wenn die constante Kraft AA′ längs des Weges AB die gleiche Arbeit verrichtet, welche von der veränderlichen durch diesen Weg verrichtet wurde, so heißt diese constante Kraft die mittlere Intensität jener veränderlichen Kraft.

In diesem Falle muß seyn:

Rectangel ABB′A′ = Fläche ABCED, folglich

$$\text{Mittlere Intensität } AA' = \frac{\text{Fläche } ABCED}{\text{Weg } AB}$$

Beispiel 1. Eine einfach wirkende Pumpe mache in 1 Minute 40 Hübe, und liefere per Hub 25 Liter Wasser auf die Höhe von 20 M.; wie groß ist der Effekt der Pumpe?

Die Pumpe liefert per Sekunde $\frac{55 \times 40}{60} = 16^2/_3$ Kilogr.

Folglich ihr Effekt (per Sekunde) $16^2/_3 \times 20^m = 333{,}3$ K.M.

$$= \frac{333{,}3}{75} = 4{,}44 \text{ Pferdkr.}$$

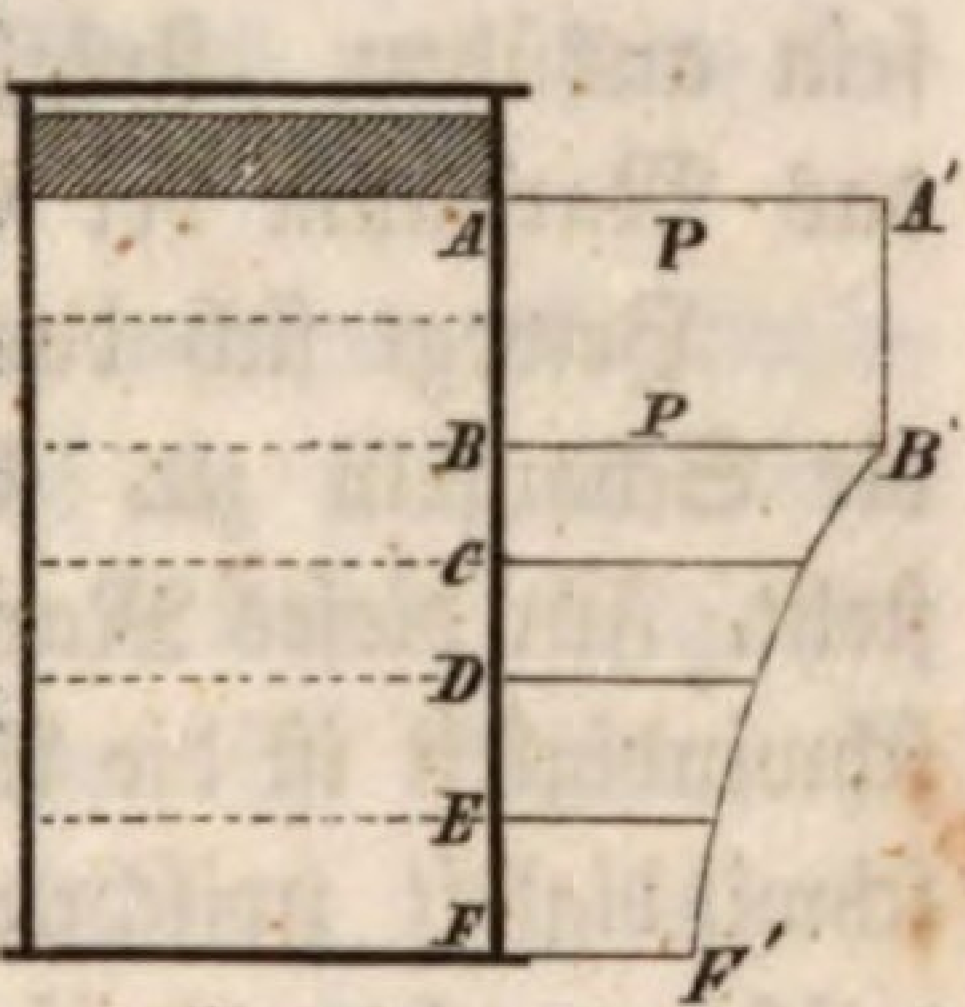
Beispiel 2. Ein Wagen bedürfe auf horizontaler Straße eine mittlere Zugkraft $= 500^k$, er werde mit einer Geschwindigkeit von $0^m,9$ fortgezogen; wie groß ist der Effekt der Zugthiere?

Effekt $= 500^k, \times 0^m,9 = 450$ K.M. $= 6$ Pferdkräfte.

Beispiel 3. Der Druck auf den Kolben K eines Dampfcylinders (nach Abzug des Gegendrucks) sey 3000 K.; die Hubhöhe des Cylinders $= 0{,}9^m$; nach dem der Kolben $^1/_3$ des Weges zurückgelegt habe, werde

der Dampf abgesperrt und wirke durch Expansion. Welche Arbeit verrichtet der Dampf während eines Hubes?

Man theile den leeren Cylinderraum AF in 6 gleich hohe cylindrische Schichten. Längs der beiden Theile AB wirkt der Dampfdruck P mit der vollen Kraft von 3000 Kil., und wenn diese letztere als Ordinate des Parallelogramms AA'B'B gedacht wird, so kann die auf diesem Wege erzeugte Arbeit durch dessen Flächeninhalt ausgedrückt werden und ist somit



$$= {}^2/_6 \times 0^m,9 \times 3000^k = 900^{km}.$$

Längs BC dehnt sich der Dampf so aus, daß er zuletzt den Raum AC einnimmt, und da der Druck in gleichem Verhältnisse abnimmt, wie die Ausdehnung wächst, so wird also der Druck in C nur noch $^2/_3$ des vollen Druckes also bloß 2000 Kil. betragen. Auf gleiche Weise findet man den Druck in

$$D = {}^1/_2 \times 3000 = 1500^k$$
$$E = {}^2/_5 \times 3000 = 1200$$
$$F = {}^1/_3 \times 3000 = 1000$$

Mit diesem Gewichte in ihren respektiven Punkten als Ordinaten aufgezeichnet, erhält man eine Figur BB'F'F, welche auf der einen Seite durch die Curve B'F' begrenzt ist und deren Flächeninhalt die Arbeit ausdrückt, welche der Dampf längs des Weges BF ausübt, und welche somit (nach S. 15)

$$= {}^1/_3 \times {}^1/_6 \times 0^m,9\,(3000 + 1000 + 2 \times 1500 + 4\,(2000 + 1200))$$
$$= 0^m,05 \times 19800 = 990^{km}.$$

Daher die Gesammtarbeit während eines Hubes

$$= 900 + 990 = 1890^{km}.$$

Bei 36 Hin- und Hergängen des Kolbens per Minute wäre also der Effekt

$$= \frac{1890 \times 2 \times 36}{60} = 2268^{km}. = 30{,}24 \text{ Pferde.}$$

5. Sowohl die leblosen, als auch die lebenden Motoren geben nicht bei jeder Geschwindigkeit die gleiche Arbeit; es gibt für sie eine vortheilhafteste Geschwindigkeit, mit welcher sie ein **Maximum des Effektes** liefern.

Die größte Geschwindigkeit, welche z. B. der Umfang eines unterschlächtigen Wasserrades annehmen kann, ist diejenige,

mit welcher das Wasser gegen die Schaufeln fließt. In diesem Fall kann aber das Wasser keinen Druck mehr auf die Schaufeln ausüben. Folglich ist die Arbeit des Wassers = 0 für das Maximum der Geschwindigkeit.

Bewegt sich das Rad langsamer, so nimmt der Druck auf die Schaufeln zu. Er ist am größten, wenn das Rad still steht. Für dieses Maximum des Druckes, oder Minimum der Geschwindigkeit ist die Arbeit wieder = 0. Es gibt daher eine Geschwindigkeit zwischen den beiden Extremen, welche den Effekt größer macht als für jeden andern Werth der Geschwindigkeit.

Wirkt der Dampf auf den Kolben einer Dampfmaschine, und man denkt sich die Geschwindigkeit des Kolbens so groß, wie die des eintretenden Dampfes, so ist der Druck des Dampfes in diesem Fall = 0, folglich auch seine Arbeit = 0. Gerade so arbeitet der Dampf nicht, wenn er mit seinem größten Drucke, beim Stillstehen der Kolben, wirken würde.

Wie es sich mit den beiden Motoren Wasser und Dampf verhält, so mit jedem andern.

6. Bei lebenden Motoren hat Berguer folgende Formel zwischen der Kraft des Motors und seiner Geschwindigkeit aufgestellt, welche innerhalb gewisser Grenzen ziemlich richtige Werthe gibt:

$$P = \left(1 - \frac{v}{c}\right) Q$$

Worin Q den größten Druck bezeichnet, den der Motor ausüben kann, bei welchem also die Geschwindigkeit = 0 ist;

c die größte Geschwindigkeit des Motors, bei welcher also der Druck = 0 ist;

P derjenige Druck des Motors, welcher einer Geschwindigkeit v entspricht.

Wenn $v = \frac{1}{2}c$ angenommen wird, so folgt $P = \frac{1}{2}Q$, d. h. wenn der Motor mit der mittlern Geschwindigkeit arbeitet, so ist seine Kraft ebenfalls ein mittlerer Werth und seine Arbeit $\frac{1}{4}cQ$ wird ein Maximum.

Weicht die Geschwindigkeit v von dieser mittleren Geschwindigkeit nach oben und unten um gleich viel ab, so ist in beiden Fällen die Arbeit die gleiche und zwar um so kleiner, je größer diese Abweichung von den mittleren Werthen ist. Wenn z. B.

$v = \frac{1}{3}c$, so ist $P = \frac{2}{3}Q$, Arbeit $= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}cQ$
$v = \frac{2}{3}c$, " " $P = \frac{1}{3}Q$, " $= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}cQ$

7. Bei lebenden Motoren hat indessen nicht nur die Intensität der Kraft und die Geschwindigkeit des Arbeiters, sondern auch die Arbeitszeit wesentlichen Einfluß auf die gesammte Tages- oder Wochenarbeit. Für kurze Zeit kann das Thier und der Mensch den oben angegebenen Effekt bedeutend steigern; allein für die Dauer nicht. Nach Gerstner hat die Arbeitszeit denselben Einfluß wie die Geschwindigkeit, d. h. wird die mittlere Arbeitszeit überschritten, so nimmt die Leistungsfähigkeit des Motors rascher ab als die Arbeitszeit zunimmt.

8. Vom absoluten Effekt und dem Nutzeffekt der Motoren.

Der Effekt, welcher auf eine arbeitende Maschine verwendet wird, besteht aus zwei Theilen: der eine Theil wird von den Reibungen der Zwischenorgane der Maschine absorbirt und gewährt somit keinen Nutzen; der andere wird gänzlich zum beabsichtigten Zwecke verwendet und kann aus diesem Grunde auch Nutzeffekt genannt werden. Der schädliche und nützliche Effekt machen also zusammen den absoluten Effekt eines Motors aus.

Tabelle IX.

Angabe von Nutzeffekten auf französischen Werken, nach Morin und Taffe.

	Pferdekräfte.
1 alter franz. Mahlgang mit Steinen von 1,m78 Diam.	3,4
1 engl. Mahlgang mit Steinen von 1m,30 Diam. . .	2,8 à 4,2
1 Sägmühle mit 1 Sägblatt	2 à 3,5
1 id. mit 4 Sägblättern	3,7 à 4,5
1 Circularsäge	3 à 7,3
1 Fourniersäge	0,7
1 Lohmühle	1,4
1 Holländer	2,3 à 5,4
1 Stampfwerk für Papierzeug mit 26 Stampfern . . .	2,4 à 2,7
1 endlose Papiermaschine	1,4 à 4,1
1 vertikaler Oelmühlstein	2,7
1 Walkmühle mit 2 Hämmern	1,6
1 Rauhmaschine	0,4
1 Waschmaschine in Cattunfabriken von 2m Diam. . .	1,6
1 Schleifstein von 2m Diam.	10,4
1 Stirnhammer von 56 Ctr. Gewicht	30
id. 100 id.	37
1 Aufwerfhammer von 14 Ctr. Gewicht	10 à 12
1 Schwanzhammer von 10 Ctr. Gewicht	6,4 à 7,5
1 kleiner Hammer für Maschinentheile	4 à 7,5
1 Quetsche (Luppenzängwerk)	8 à 10
1 Luppenwalzwerk mit 2 Walzenpaaren	20
1 Walzwerk zu Eisenbahnschienen	40—45
1 Kleineisenwalzwerk, wenn bloß 2 Walzenpaare gleichzeitig im Gange sind	15—20
1 id. wenn alle Walzen im Gange sind und langes Bandeisen gewalzt wird	25—30
1 Grobeisenwalzwerk im 1sten Falle	20—25
im 2ten Falle	35—40
1 Walzwerk für schwaches Eisenblech	15—20
mittleres	25—30
starkes	40—45
1 id. für Kupfer-, Zink- oder Bleiblech . . .	30
1 Bengelscheere	2—3

Tabelle X.

Nutzeffekte belebter Motoren

beim Heben von Gewichten und Treiben von Maschinen.

	Ausgeübter Druck.	Mittl. Geschw. per Sek.	Effekt per Sek.	Dauer der Arbeit in 1 Tag	Effekt in 1 Tag.
	Kil.	Meter.	Km.	St.	Km.
1) Ein Mensch, welcher eine Leiter hinaufsteigt, und keine andere Last trägt, als das Gewicht seines Körpers .	65	0,15	9,75	8	2808000
2) Ein Handlanger, welcher Gewichte mit der Hand hebt	20	0,17	3,40	6	73440
3) Ein Handlanger, welcher Gewichte mit einem Seil hinaufzieht und das Seil leer heruntergehen läßt .	18	0,20	3,60	6	77760
4) Ein Arbeiter, welcher eine Last auf seinem Rücken eine Leiter hinaufträgt und leer zurückkehrt	65	0,04	2,60	6	56160
5) Ein Handlanger, welcher Steine in einem Stoßkarren auf einer Fläche transportirt, welche $^1/_{12}$ Steigung hat, und der leer zurückgeht	60	0,02	1,20	10	43200
6) Ein Arbeiter, welcher Erde mit einer Schaufel auf die Höhe von 1,60 Meter (5′) wirft	2,7	0,40	1,08	10	38880
7) Ein Arbeiter, welcher auf ein Tretrad von außen wirkt					

	Ausgeübter Druck.	Mittl. Geschw. per Sek.	Effekt. per Sek.	Dauer der Arbeit in 1 Tag	Effekt in 1 Tag.
	Kil.	Meter.	Km.	St.	Km.
1° im Niveau mit der Achse des Rades . . .	60	0,15	9	8	259200
2° gegen den untern Theil des Rades, unter 25°	12	0,70	8,4	8	251120
8) Ein Arbeiter, welcher an einer Kurbel treibt	8	0,75	6	8	172800
9) Ein Arbeiter, horizontal gehend, stoßend oder ziehend, ununterbrochen	12	0,60	7,2	8	207360
10) Ein Arbeiter, der abwechselnd vertical stoßt und zieht	6	0,75	4,5	10	162000
11) Ein Pferd, welches einen Göpel bewegt und im Schritte geht	45	0,9	40,5	8	1166400
12) id. wenn es im Trotte geht	30	2,0	60	4,5	972400
13) Ein Ochse, welcher einen Göpel im Schritte bewegt	65	0,6	39	8	1123200
14) Ein Maulesel id. . . .	30	0,90	27	8	777600
15) Ein Esel id.	14	0,80	11,2	8	322560

Die Nutzeffekte dieser 4 Thiere verhalten sich daher zu einander wie 100 : 89 : 67 : 28.

Tabelle XI.

Nutzeffekt belebter Motoren

beim Transporte von Lasten auf horizontalen Landstraßen von gewöhnlicher Beschaffenheit.

	Transportirte Last.	Geschw. per Sek.	Effekt. per Sek.	Dauer der Arbeit in 1 Tag.	Effekt per Tag.
	Kil.	Meter.	Km.	St.	Km.
1) Ein Fußgänger auf einer Straße ohne Last	65	1,50	97,5	10	3510000
2) Ein Handlanger, welcher einen zweiräderigen Karren zieht und leer zurückkehrt.	100	0,50	50	10	1800000
3) id. in einem Schubkarren	60	0,50	30	10	1080000
4) Ein Reisender mit Gepäck auf dem Rücken	40	0,75	30	7	756000
5) Ein Handlanger, welcher Lasten auf dem Rücken trägt und leer zurückgeht.	65	0,50	32,5	6	702000
6) Ein Handlanger, welcher mit einer Schaufel Erde auf die Entfernung von 4 Meter wirft	2,7	0,68	1,8	10	64800
7) Ein Pferd, auf seinem Rücken belastet, im Schritt	120	1,10	132	10	4752000
id. im Trott	80	2,20	176	7	4435000
8) Ein Pferd an einem Fuhrwerke, fortwährend belastet, im Trott	350	2,20	770	4,5	12474000
9) Ein Pferd an einem Karren im Schritt, fortwährend belastet	700	1,10	770	10	27720000
id. leer zurückkehrend . .	700	0,60	420	10	15120000

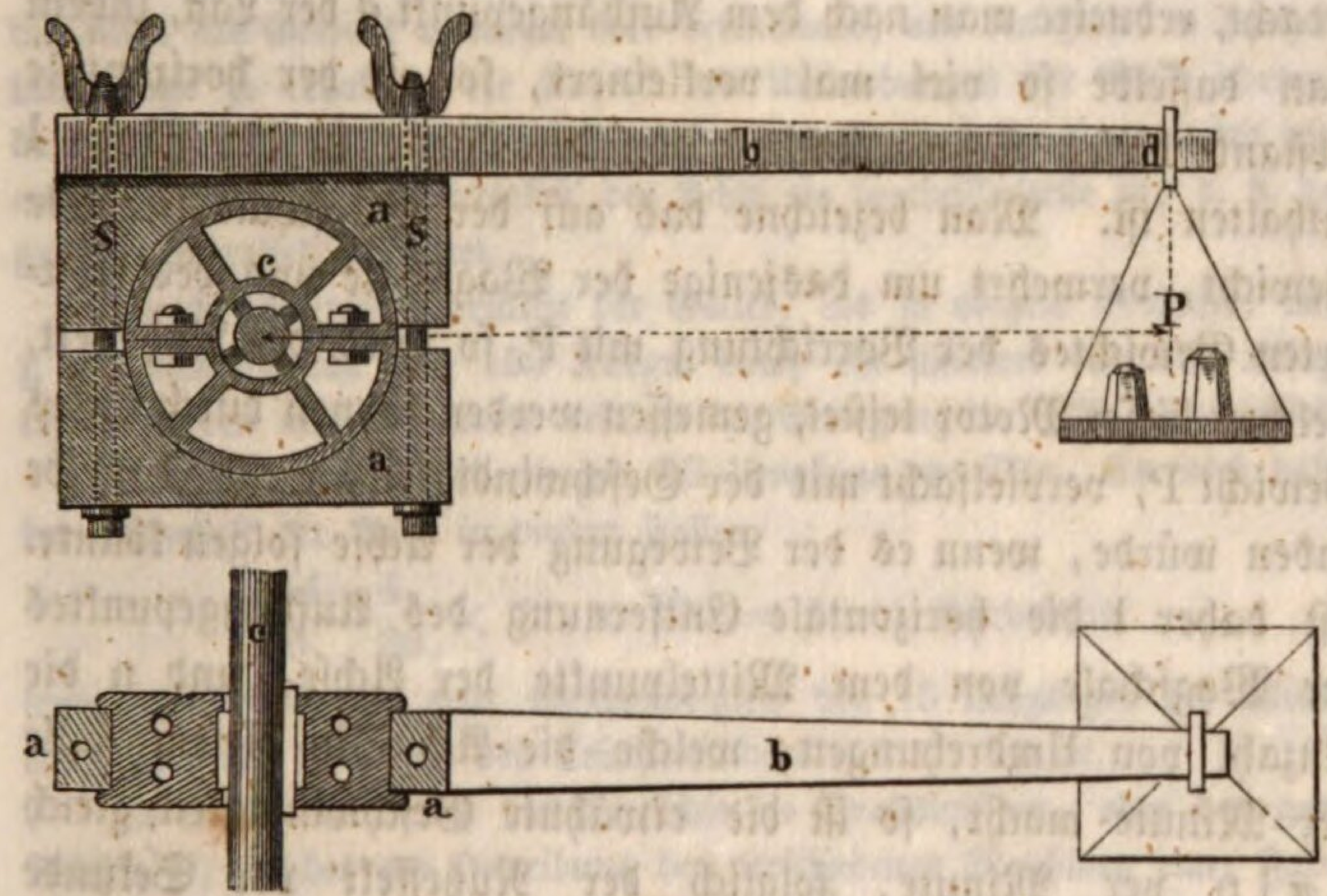
Anmerkung. Wie hieraus zu ersehen ist, wird bei Horizontaltransporten unter Nutzeffekt das Product aus der transportirten Last (nach Abzug des Gewichtes, welches das Fuhrwerk selbst hat) in den zurückgelegten Weg verstanden. Dieser Nutzeffect, dessen Einheit ebenfalls mit Kilogrammeter bezeichnet wird, ist von dem eigentlichen Nutzeffekt wohl zu unterscheiden, und bei demselben Motor je nach der Beschaffenheit der Straße und des angewendeten Fuhrwerkes sehr veränderlich.

Die absolute Zugkraft der Menschen beträgt bei fortgesetzter Arbeit 7—10 Kil., kann dagegen für wenige Augenblicke bis auf 140 Kil. gebracht werden. Diejenige der Pferde beträgt im ersteren Falle 50—70 Kil., in letzterem bis auf 400 à 500 Kil.

Messung des Nutzeffektes vermittelst des Dynamometers von Prony.

Mit diesem einfachen Apparat kann nicht nur mit hinreichender Genauigkeit der Nutzeffekt eines Wasserrades, einer Dampfmaschine 2c. gemessen und dadurch eine Vergleichung dieses Nutzeffektes mit dem theoretischen Effekte dieser Motoren angestellt werden, sondern er dient ebenso gut dazu, um den Nutzeffekt kennen zu lernen, welcher erfordert wird, um gewisse Maschinen in Gang zu bringen, gewisse Arbeiten zu verrichten oder welcher durch die Transmission der Bewegung, durch die verschiedenen Reibungen und andere Widerstände absorbirt wird.

Derselbe beruht auf dem Principe, die zu messende Kraft einer arbeitenden Welle durch Reibung zu absorbiren, und das Moment der letztern zu bestimmen.



Er besteht daher bloß aus zwei halbkreisförmig ausgeschnittenen Sätteln a a, welche einen gut abgedrehten Theil dieser Welle c oder eine auf derselben befestigten Rolle umfaßt, und wovon der eine Sattel einen Hebelarm b trägt, an dessen Ende eine Wagschaale zur Aufnahme von Gewichten angebracht ist.

Werden die zwei Sättel vermittelst Schraubenbolzen s s fest an die Achse angedrückt, und ist der Hebel mit keinem Gewichte beschwert, so wird die Achse mit ihrer gewöhnlichen Geschwindigkeit den Hebel im Kreise herumführen.

Es werde der Hebel mit einem Gewichte beschwert, welches gerade so groß ist, um, indem es in entgegengesetzter Richtung der Bewegung der Achse wirkt, den Hebel in einer horizontalen Lage zu erhalten, so daß die Achse in den Sätteln herumgleiten muß. Bei horizontaler Lage der Welle hat nun aber auch das Gewicht des Dynamometers Einfluß auf die Drehung. Dieses Gewicht, im Schwerpunkt der Vorrichtung

gedacht, reducire man nach dem Aufhängepunkt d der Last, indem man dasselbe so viel mal verkleinert, so oft der horizontale Abstand dieses Schwerpunktes von der Welle in der Länge l enthalten ist. Man bezeichne das auf der Wagschale liegende Gewicht, vermehrt um dasjenige der Wagschale und des reducirten Gewichtes der Vorrichtung mit P, so wird der Nutzeffekt, welchen dieser Motor leistet, gemessen werden können durch dieses Gewicht P, vervielfacht mit der Geschwindigkeit, welche dasselbe haben würde, wenn es der Bewegung der Achse folgen könnte. Ist daher l die horizontale Entfernung des Aufhängepunktes der Wagschale von dem Mittelpunkte der Achse, und n die Anzahl von Umdrehungen, welche die Achse in diesem Falle per Minute macht, so ist die erwähnte Geschwindigkeit gleich $2\pi l n$ per Minute, folglich der Nutzeffekt per Sekunde $= \frac{\pi l n P}{30}$.

Wenn l in Metern und P in Kilogr. ausgedrückt wird, so ist

$$\text{Effekt per Sekunde} = \frac{\pi l}{75 \cdot 30} \cdot n P \ \text{Pferdekräfte.}$$

Wenn bei Versuchen die Länge l denselben Werth beibehält, so ist der Bruch $\frac{\pi l}{75 \cdot 30}$ constant; man wird ihn also ein für alle Mal berechnen und immer nur mit n und P multipliciren.

Beispiel. Es sey der Hebelarm des Dynamometers $= 4^m$. Die Welle, an welcher derselbe angebracht ist, laufe ganz leer, d. h. ohne irgend eine Maschine in Bewegung zu setzen, und mache 15 Umgänge per Minute, und das erforderliche Gewicht, um den Hebel bei dieser Geschwindigkeit in horizontaler Lage zu erhalten, mit Einschluß der Wagschale = 150 Kil.

Es wird daher der Nutzeffekt dieser Welle per Sekunde

$$\frac{3{,}14 \cdot 4}{75 \cdot 30} \times 15 \times 150 = 12{,}56 \ \text{Pferdekräfte.}$$

Indem man bei stärkerem oder schwächerem Andrücken der Sättel an die Achse das Gewicht vermehrt oder vermindert, um den Hebel in horizontaler Lage zu erhalten, die Anzahl von Umdrehungen der Achse jedesmal bemerkt und daraus den Nutzeffekt nach obiger Formel berechnet, wird man erfahren, welche Geschwindigkeit der Achse die vortheilhafteste ist, d. h. den größten Nutzeffekt darbietet.

Durch stärkeres Andrücken der Sättel, als in obigem Versuche, wird z. B. das Gewicht von 150 Kilogr. durch ein stärkeres von 162 Kilogr. ersetzt werden müssen, indem ersteres der Bewegung der Achse folgen würde.

Die Achse mache alsdann nur 13 Umgänge per Min. Es wird daher der Nutzeffekt der Achse in diesem Falle

$$\frac{3{,}14 \ . \ 4}{75 \ . \ 30} \times 11 \times 170 = 10{,}44 \text{ Pferdekräfte}$$

seyn, und daher die erste Geschwindigkeit von 15 Umgängen per Minute einen größeren Nutzeffekt der Triebkraft darbieten als letztere.

Es werde nun durch dieselbe Achse die Transmission, oder das ganze Triebwerk, welches zur Betreibung der verschiedenen Maschinen einer Fabrik nöthig ist, in Gang gebracht, jedoch ohne daß die Maschinen arbeiten.

Ist in diesem Falle das Gewicht P = 170 Kil. und macht die Achse bloß 11 Umdrehungen per Minute, so beträgt der Nutzeffekt, welchen die Achse noch außerdem besitzt,

$$\frac{3{,}14 \ . \ 4}{75 \ . \ 30} \times 11 \times 170 = 10{,}44 \text{ Pferdekräfte.}$$

Werden nun außerdem noch durch diese Transmission z. B. 100 Webstühle nebst ihren Zubereitungsmaschinen in Bewegung gesetzt, beträgt alsdann das Gewicht P 43 Kil. und macht die Achse noch 10 Umdrehungen per Minute, so ist der Nutzeffekt, welcher noch zu fernerer Benutzung disponibel ist:

$$\frac{3{,}14 \ . \ 4}{75 \ . \ 30} \times 10 \times 43 = 2{,}40 \text{ Pferdekräfte.}$$

Nehmen wir nun an, daß das Maximum des Nutzeffekts, welches der Motor liefern kann, = 12,60 Pferdekräfte ist, so ist daher derjenige, welcher zur Bewegung des Triebwerkes erfordert wird, = 12,60 — 10,44 = 2,16 Pferdekräfte, und derjenige, welcher zur Bewegung der Webstühle dient,

$$10{,}44 - 2{,}40 = 8{,}04 \text{ Pferdekräfte.}$$

Praktische Bemerkungen über die Benützung des Dynamometers.

1) Die zwei Sattelhälften, sowie der Hebel werden gewöhnlich aus

Holz, die Friktionsrolle dagegen aus Gußeisen angefertigt und glatt abgedreht. Um dieselbe, ohne die Welle aus ihren Lagern heben zu müssen, auf diese letztere anbringen zu können, wird sie aus zwei mittelst 4 starken Mutterschrauben mit einander verbundenen Hälften gebildet.

2) Damit bei starker Belastung kein Gleiten der Rolle auf der Achse stattfinden kann, muß dieselbe auf sehr solide Weise befestigt werden, was wohl am besten geschehe, wenn solche genau nach der Dicke der Welle ausgedreht und mit einer einzigen Schließe aufgekeilt würde. Um jedoch die nämliche Rolle für Achsen von verschiedener Dicke, sowie auch für unabgedrehte Achsen verwenden zu können, ist es zweckmäßiger, sie entweder mittelst starker Stellschrauben, oder was noch besser ist, mit 4 Schließen zu befestigen.

3) Die Schraubenbolzen s s müssen während der Probe fortwährend durch eine Person so regulirt werden, daß eine möglichst regelmäßige Bewegung der Achse stattfinde, indem nur alsdann die der Belastung entsprechende Geschwindigkeit derselben genau zu ermitteln ist.

4) Um diese Gleichförmigkeit mit Leichtigkeit bewerkstelligen zu können, und damit keine zu große Erhitzung stattfinde, sollte der Friktionsrolle kein geringerer Durchmesser als $1^3/_4$ à 2 Fuß gegeben werden; die Erhitzung ist ferner durch fortwährendes Einfließen von Seifenwasser zu beseitigen.

5) Die Wagschale kann auch durch ein an dem Hebel verschiebbares Gewicht ersetzt werden; in diesem Falle ist die in Rechnung zu bringende Entfernung e veränderlich und kann leicht durch eine am Ende des Hebels angebrachte Scale, wie bei den römischen Wagen bestimmt werden.

6) Um bei zufälligen momentanen Vergrößerungen der Kraft den daraus entstehenden gefährlichen Schwankungen des Hebels vorzubeugen, ist rathsam, das Ende desselben durch irgend eine Vorrichtung so festzuhalten, daß es sich nur einige Zolle hin- und herbewegen kann.

7) Um bei den Versuchen genaue Resultate zu erhalten, ist es nöthig, auch das Gewicht des Hebels zu berücksichtigen, und da dasselbe ziemlich gleichförmig auf der ganzen Länge vertheilt ist, so muß also die Hälfte desselben zu dem Gewichte P hinzugerechnet werden.

8) Soll die Friktionsrolle auf einer senkrechten Achse angebracht werden, wie es bei der Kraftmessung von Turbinen meistens zu geschehen hat, so muß das am Ende des Hebels angebrachte Seil über eine Leitrolle, deren Achse parallel zum Hebel liegt, zur Wagschale geführt worden. In diesem Falle fällt natürlicherweise das Gewicht des Hebels außer Rechnung.

Nr. 13.

Von der lebendigen Kraft eines Körpers.

Ein Körper falle durch eine Höhe h frei herab und erlange dadurch eine Geschwindigkeit v, so ist nach S. 67

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Das Gewicht P des Körpers ist die Kraft, welche auf ihn während der ganzen Dauer der Bewegung einwirkt; folglich ist die am Körper verrichtete

$$\text{Arbeit} = P \cdot h = \frac{P v^2}{2g}$$

Die Größe $\frac{P v^2}{2g}$ zeigt an, welche Arbeitsgröße auf den Körper einwirken mußte, um ihm von der Ruhe aus eine Geschwindigkeit v beizubringen.

Die Arbeitsgröße ist somit auf die Beschleunigung der Masse, auf Ueberwindung der Trägheit und nicht auf Ueberwindung eines Widerstandes verwendet worden; sie ist in der Masse so aufgesammelt, wie etwa Wasser in einem Reservoir, dergestalt, daß der Körper zur Ueberwindung eines Widerstandes genau eben so viel Arbeit abgeben kann, bis seine Geschwindigkeit erschöpft ist.

Man nennt die Größe $\frac{Pv^2}{2g}$ die lebendige Kraft (force vive) eines Körpers.

Wäre der Uebergang des Körpers aus der Ruhe zur Geschwindigkeit v durch eine andere constante oder auch veränderliche Kraft, schnell oder langsam, bewirkt worden, so hätte der Körper die nämliche Arbeitsgröße in sich aufgenommen.

Hat der Körper bereits eine Geschwindigkeit v und wird dieselbe bis auf den Betrag V erhöht, so entpricht der jetzigen Geschwindigkeit die lebendige Kraft $\frac{PV^2}{2g}$; der Körper hatte aber schon die der Geschwindigkeit v entprechende lebendige Kraft $\frac{Pv^2}{2g}$; folglich beträgt

die Zunahme an lebendiger Kraft $= \frac{P}{2g}(V^2 - v^2)$

Anmerkung. Die Größe $\frac{P}{2g}$ wird in der theoretischen Mechanik als Ausdruck für die Masse des Körpers betrachtet. Bezeichnet man dieselbe mit **M**, so ist hiernach die lebendige Kraft $= Mv^2$, d. h. gleich dem Produkt aus Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit.

Beispiel 1. Welche Arbeit muß das Pulvergas in einem Geschütze entwickeln, um einer 6Pfünder Kanonenkugel eine Geschwindigkeit von 500^m per Sekunde zu geben?

Es ist hier das Gewicht $P = 3^k$, die Geschwindigkeit $v = 500^m$ und $g = 9{,}81^m$; folglich

$$\text{Arbeit} = \frac{3 \times 500^2}{2 \times 9{,}81} = 38266 \text{ K.M.} = 509{,}5 \text{ Pferde.}$$

Beispiel 2. Welche Arbeit muß der Dampf einer Locomotive entwickeln, um dieselbe aus der Ruhe in eine Geschwindigkeit von 10 M. per Sekunde zu versetzen; wenn angenommen wird, daß nur die Masse der

Locomotive zu beschleunigen, keineswegs aber andere Widerstände zu überwinden seyen?

Es sey das Gewicht der Locomotive . . . . = 15000 K.

Folglich die lebendige Kraft (Arbeit) $= \frac{15000 \times 10^2}{2 \times 9,81} = 76452$ K. M.

= 1019 Pferde.

Beispiel 3. Wenn diese Locomotive einen Weg von 200 M. durchlaufen mußte, bis sie die Geschwindigkeit von 10 M. erlangen konnte und wenn die Reibung $^1/_{200}$ vom Gewicht der Locomotive beträgt; wie viel Arbeit mußte längs dieses Weges auf die Reibung und die Beschleunigung der Masse verwendet werden?

Constanter Reibungswiderstand . . . $= \frac{15000}{200} = 75$ K.

Arbeit, welche dieser Widerstand auf dem Wege von 200^m consumirt . . . $= 75 \times 200 = 15000$ K.M.

Arbeit zur Beschleunigung der Masse (nach Beispiel 2) . . . . = 76425 K.M.

Gesammtarbeit . . . . $1019 + 200 = 1219$ Pferde.

mithin wird beim Ingangbringen der Locomotive circa 5 mal mehr auf Beschleunigung der Masse, als auf Ueberwindung der Reibung verwendet.

Ist die auf diese Bewegung verwendete Zeit = 40 Sekunden, und arbeitete die Maschine constant, so ist

der Effekt $= \frac{1219}{40} = 30,5$ Pferde.

Soll von dem Augenblick an, da die Geschwindigkeit der Locomotive 10 M. beträgt, diese Geschwindigkeit constant bleiben, so ist nur die Reibung zu überwinden. Hiefür ist:

der Effekt $= 75 \times 10 = 750$ K.M. = 10 Pferde.

Beispiel 4. Wie weit könnte diese Locomotive, vermöge der aufgehäuften lebendigen Kraft, sich fortbewegen, bis ihre Bewegung durch die Reibung erschöpft wäre?

Die lebendige Kraft der Locomotive ist = 76452 K.M.

der constante Widerstand . . . . . = 75 K.

hiemit der gesuchte Weg $= \frac{76452}{75} = 1019,3$ Meter.

Beispiel 5. Wie groß ist die Arbeit, welche zum Betrieb einer Feuerspritze nöthig ist, die per Sekunde 10 Liter Wasser mit einer Geschwindigkeit von 15 M. fortschleudert?

Antw. Gewicht von 10 Liter Wasser = 10 Kil.

$$\text{daher Effekt} = \frac{10 \times 15^2}{2 \times 9,81} = 114,6 \text{ K.M.}$$

Die Arbeit, welche auf die verschiedenen Widerstände zu verwenden ist, welche das Wasser beim Durchgang durch die Pumpen und Röhren erleidet, ist hier nicht inbegriffen.

Beispiel 6. Wie groß ist die Arbeit, welche in einem fließenden Wasser liegt, wenn die Wassermenge per Sekunde = 1 Cub.^{m} und die Geschwindigkeit derselben = 2 M. ist?

Antw. Gewicht von 1 Cub.^{m} Wasser . . . . . . = 1000 K.

$$\text{Effekt davon} \; . \; \frac{1000 \times 2^2}{2 \times 9,81} = 203,9 \text{ K.M.} = 2,72 \text{ Pferde.}$$

Beispiel 7. Welche lebendige Kraft ist in dem gußeisernen Ringe eines Schwungrades von $5^m,6$ mittlerem Durchmesser enthalten, welches 40 Umgänge per Minute macht, wenn der Querschnitt des Ringes = $0,03 \square^m$ ist?

Gewicht des Ringes $0,03 \times 5^m,6 \times 3,14 \times 7200^k = 3763$ K.

$$\text{Geschwindigkeit desselben} \; . \; . \; . \; \frac{5,6 \times 3,14 \times 40}{60} = 11^m,72$$

$$\text{Lebendige Kraft} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \frac{3763 \times (11,72)^2}{2 \times 9,81} = 26345 \text{ K.M.}$$

$$= 351,2 \text{ Pferde.}$$

(Siehe Abschnitt über Schwungräder.)

Nr. 14.

Von den Widerständen.

I. Von der gleitenden Reibung.

Der Widerstand, den die Reibung der Bewegung entgegensetzt, entspringt aus den Rauhigkeiten der sich berührenden Flächen.

Es gibt zweierlei Reibung, die gleitende und die rollende. Die erstere erzeugt sich durch Schleifen zweier Flächen auf einander; die letztere, wenn sich ein runder Körper auf einer Fläche oder irgend einem andern Körper, ohne zu gleiten, bewegt. Erstere ist weit beträchtlicher als letztere.

Für beide Arten von Reibung lehrt die Erfahrung Folgendes:

1. Die Reibung ist desto geringer, je härter und je glätter oder polirter die reibenden Flächen sind. Man vermindert dieselbe aus diesem Grunde durch Einschmieren der reibenden Körper mit Fett, Oel, Graphit ꝛc.

Unter großen Pressionen sind die weichsten Fette die schlechtesten und, sind die Berührungsflächen auf abgerundete Theile reducirt, so wird die Reibung durch Fette sehr wenig vermindert. Je kleiner der Druck übrigens ist, desto feiner und flüssiger müssen die Fette seyn.

2. Die Reibung ist im Anfange der Bewegung weit größer, als während derselben. In der Praxis kommt indessen nur letztere in Betracht, da erstere nur während eines Augenblickes eine größere Kraft zur Ueberwindung derselben erfordert.

Nach Coulomb ist bei Eichenholz das Verhältniß der Reibung im Anfange der Bewegung zu der während derselben wie 4,3 : 1. Bei den Metallen sind hingegen diese beiden Reibungen einander ziemlich gleich, besonders wenn sie nicht geschmiert sind.

3. Die Reibung nimmt in direkter Proportion mit dem Drucke zu, mit welchem die Körper gegen einander gepreßt werden. Das Verhältniß der Reibung zu diesem Druck ist für einen und denselben Fall, und unter ganz gleichen Umständen constant, hängt aber in den verschiedenen Fällen ganz von der Natur der reibenden Körper und dem Fette ab, mit welchem der Körper eingeschmiert wird. Dieses Verhältniß wird Reibungscoefficient genannt.

Bezeichnet R die Reibung, P den Druck, und f den Reibungscoefficienten, so ist

$$f = \frac{R}{P}, \quad R = f \cdot P.$$

Um also die Reibung zu bestimmen, welche zwischen zwei Körpern statt hat, darf man nur den Druck, mit welchem der eine Körper auf den andern drückt, mit dem Reibungscoefficienten multipliciren, der durch Versuche für jeden besondern Fall schon bestimmt worden ist und weiter unten angezeigt wird.

Drücken zwei sich reibende Körper z. B. mit 100^k gegen einander und beträgt die Reibung 10^k, so ist der Reibungscoefficient $= {}^{10}/_{100} = {}^1/_{10}$. Wäre dagegen der Reibungscoefficient bei gleichem Drucke $= {}^1/_5$, so würde die Reibung seyn $= {}^1/_5 \times 100 = 20^k$.

Die Reibung ist unabhängig von der Größe der Berührungsfläche; dagegen die Abnützung um so schneller, je kleiner bei sonst gleichen Umständen diese Berührungsfläche ist.

Wenn z. B. für einen Druck P die Berührungsfläche 50 □Cent.M. beträgt, und es vertheilt sich dieser Druck auf die ganze Berührungsfläche gleichförmig, so ist derselbe auf 1 □Cent.M. $= {}^1/_{50}$ P. Wäre diese Berührungsfläche nur 10 □Cent.M., so würde der Druck auf die Flächeneinheit von 1 □Cent.M. $= {}^1/_{10}$ P., d. h. 5 mal größer seyn.

In beiden Fällen ist der Reibungswiderstand derselbe, dagegen nützen sich im letztern Fall die reibenden Flächen viel schneller ab, als im erstern.

5. Die Reibung ist unabhängig von der Geschwindigkeit der reibenden Körper, d. h. gleitet der eine Körper schnell oder langsam über den andern weg, so bleibt der Reibungswiderstand derselbe. Dagegen ist der Nutzeffekt, welcher durch die Reibung consumirt wird, der Geschwindigkeit proportional.

Dieser Nutzeffekt wird nämlich gefunden, wenn man die Größe der Reibung mit der Geschwindigkeit des reibenden Körpers multiplicirt.

6. Die Reibung ist zwischen homogenen Körpern unter sonst gleichen Umständen etwas größer, als zwischen heterogenen Körpern.

Beispiel. Ein Schlitten von 250k Gewicht bewege sich auf horizontaler Bahn mit einer Geschwindigkeit von 2m per Sekunde. Wie groß ist die Reibung und der dadurch entstehende Effekt, wenn der Reibungscoefficient = 0,35 angenommen werden kann?

Druck des Schlittens gegen die Bahn . . . . = 250k
Reibung . . . . 0,35 × 250 = 87,5k
Effekt per Sekunde . . . . . 87,5 × 2 = 175km
oder = $2^1/_3$ Pferde.

7. Liegt ein Körper auf einer schiefen Ebene so, daß er gerade auf dem Punkte ist, durch sein eigenes Gewicht über dieselbe hinabzugleiten, so nennt man den Winkel a, welchen die schiefe Ebene mit dem Horizont bildet, den Reibungswinkel. Die trigonom. Tangente dieses Winkels ist immer gleich dem Reibungscoefficienten, also tang a = f.

Wenn etwa f = 0,14, so ist nach Tab. I.

$$\tang 8^0 = 0{,}14; \text{ also } a = 8^0$$

Tabelle XII.

Reibungscoefficienten für gleitende Reibung während der Bewegung.

Reibende Körper.	Lage der Fasern.	Zustand der Oberfläche	Reibungs-Coefficient.
Eiche auf Eiche	parallel	trocken	0,48
	senkrecht	"	0,34
	"	mit Wasser benetzt	0,25
Esche, Tanne, Buche auf Eiche	parallel	ohne Schmiere .	0,36—0,40
Lederne Riemen auf eichener Trommel	"	" "	0,27
Hanfseil	"	" "	0,52
	senkrecht	naß	0,33
Schmiedeisen auf Eiche . .	parallel	"	0,26
	"	ohne Schmiere .	0,62
	"	mit trockner Seife	0,21
Gußeisen auf Eiche	"	ohne Schmiere .	0,49
	"	mit Wasser . . .	0,22
	"	mit trockner Seife	0,19
Gegerbtes Leder auf Gußeisen oder Bronze	platt oder auf der Kante	ohne Schmiere .	0,56
		mit Wasser . . .	0,36
		fett und mit Wasser	0,23
		mit Oel geschmiert	0,15
Gußeisen auf Gußeisen . .	. . . . .	etwas fettig . . .	0,15
		benetzt	0,31
Schmiedeisen auf Gußeisen	. . . . .	trocken	0,18
Gußeisen auf Bronze . . .	. . . . .	"	0,15
Schmiedeisen auf Bronze .	. . . . .	"	0,17
Bronze auf Bronze	. . . . .	"	0,20
Gußeisen, Schmiedeisen, Bronze, Stahl, Hartholz, eines auf dem andern oder sich selbst	. . . . .	ein wenig fettes Anfühlen . . .	0,15
		auf gewöhnliche Art geschmiert .	0,07—0,08
		ununterbrochen geschmiert . . .	0,054

Aus Rennies Versuche über die Reibung des Eises geht hervor, daß sie sich beträchtlich mit der Vergrößerung des Druckes vermindert. So beträgt der Reibungscoefficient während der Bewegung:

Zwischen Eis und Eis bei	$1\frac{1}{2}$ Pf.	Druck	$\frac{1}{8}$
" "	144 "	"	$\frac{1}{56}$
zwischen Eisen und Eis bei	$1\frac{1}{2}$ "	"	$\frac{1}{24}$
" "	144 "	"	$\frac{1}{70}$.

II. Von der Achsenreibung.

Die Achsenreibung ist eine gleitende; sie wird deßhalb wie im vorigen Abschnitt bestimmt.

Um den Nutzeffekt, welcher durch die Reibung eines liegenden Zapfens, einer excentrischen Scheibe 2c. verloren geht, zu berechnen, muß die Umfangsgeschwindigkeit des sich drehenden Körpers mit dem Reibungswiderstande multiplicirt werden.

Bei stehenden Zapfen ist, unter übrigens gleichen Umständen, die Reibung und der Nutzeffekt derselben um $\frac{1}{3}$ geringer als bei liegenden Zapfen.

Beispiel. Wie groß ist der durch die Zapfenreibung verlorene Nutzeffekt eines Schwungrades, welches sammt dessen Achse 90 Centner wiegt und 100 Umgänge per Minute macht, wenn die Zapfen derselben 7 Zoll Dicke haben und in bronzenen Anrissen mit Talg geschmiert laufen?

Antwort. Hier ist zu nehmen . . . $f = \frac{1}{12}$

also die Reibung . . . . $\frac{9000}{12} = 750$ Pfd.

die Geschwindigkeit der Zapfen $7'' \times 3{,}14 \times \frac{100}{60} = 3\frac{2}{3}'$ per Sekunde.

der verlorene Nutzeffekt . . . . $3\frac{2}{3} \times 750 = 2750$ Pf. Fuß

folglich 1 Pferdekraft à 500 Pf. Fuß . . . . $= 5\frac{1}{2}$ Pferdekräfte.

Würde außer der Last des Schwungrads noch ein vertikaler Druck durch das an demselben angehängte Räderwerk von 30 Centnern auf die Zapfen ausgeübt werden,

so wäre die Reibung $= \frac{9000 + 3000}{12} = 1000$ Pf.

und der absorbirte Nutzeffekt $= 3^2/_3 \times 1000$ Pf. $= 3667$ Pf. Fuß $= 7^1/_3$ Pferdekraft.

Hätten die Zapfen zudem statt 7″ einen Durchmesser von 9″, so wäre zwar nach 4) die Reibung dieselbe, die Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen wäre dagegen statt $3^2/_3' = 4',7$ und der verlorene Nutzeffekt $= 9^3/_5$ Pferde. Hieraus ersieht man, daß es in dieser Beziehung von großem Nachtheil ist, den Zapfen eine unnöthig große Dicke zu geben, wogegen die Länge derselben keinen Einfluß auf diesen Verlust an Arbeit hat.

III. Reibung der Steine auf einander.

Nach Rondelet sollen gut zugerichtete Steine erst bei einem Neigungswinkel von $28^0 - 36^0$ der Berührungsfläche zur Horizontalen ausgleiten.

Da tang $28^0 = 0{,}5317$ und tang $36^0 = 0{,}7265$, so entsprechen diese Reibungswinkel den Reibungscoefficienten 0,53 und 0,73.

Bei einer Mauer, welche auf Beton ruht, ist der Reibungscoefficient, nach Mery $= 0{,}76$; ruht sie auf natürlichem Boden, $= 0{,}57$.

Es ist für alle steinerne Bauten, insbesondere für diejenigen, welche einem großen Horizontalschub zu widerstehen haben, sehr nützlich, daß die erwähnten Reibungscoefficienten groß sind, indem dadurch das Gleichgewicht von Brücken, Widerlagern, Futtermauern ꝛc. wesentlich erhalten wird.

IV. Reibung der Fuhrwerke auf Straßen.

Der Wälzungswiderstand der Fuhrwerke auf Straßen, mit Inbegriff der Achsenreibung, wurde von Morin durch genaue Versuche, welche in folgender Tabelle angegeben sind, ermittelt.

Tabelle XIII.

Reibungscoefficient der Fuhrwerke auf Straßen.

Beschaffenheit der Bahn.	Artilleriewagen.	Frachtwagen.	Eilwagen.	
a. Schotterstraßen.				
1) Ein wenig feucht, mit einigen freiliegenden Schotterstücken .	1/38,7	1/41	Schritt . . .	1/33,7
			Trab	1/26,8
			scharfer Trab	1/24,3
2) Sehr hart, mit grobem Schotter und naß	1/46,8	1/18,8	Schritt . . .	1/40,8
			Trab	1/26,8
			scharfer Trab	1/22,6
3) Hart mit Geleisen und Koth	1/24,6	1/25,8	Schritt . . .	1/21
			Trab	1/18,5
			scharfer Trab	1/17,2
4) Sehr verfahren, mit dickem Kothe	1/20,8	1/21,8	Schritt . . .	1/18
			Trab	1/16
			scharfer Trab	1/15
5) Sehr aufgerissen, mit Geleisen von 0,06—0,08 ᵐ Tiefe und dickem Kothe	1/16	1/16,7	Schritt . . .	1/13,7
			Trab	1/12,4
			scharfer Trab	1/11,8
6) Sehr schlecht, tiefe Geleise von 0,10—0,12 ᵐ, dicker Koth, der Grund hart und rauh .	1/14,3	1/14,8	Schritt . . .	1/12,2
			Trab	1/10,5
b. Pflasterstraßen.				
1) Sehr gutes Metzer Pflaster	1/70	1/75,5	Schritt . . .	1/62
			Trab	1/42
			scharfer Trab	1/36,2
2) Pariser Pflaster aus Sandstein von Fontainebleau, trocken	1/64,6	1/69,5	Schritt . . .	1/57
			Trab	1/38
			scharfer Trab	1/32,7
c. Brückenbahn von Holz.	1/46,8	1/49,8	Schritt u. Trab	1/40,8

V. Steifigkeit der Seile.

Wenn an einem Seil, das um eine Rolle oder Welle gewickelt ist, eine Last gehoben werden soll, so müssen sich die Seilstücke, welche nach und nach die Rolle oder Welle treffen, krümmen, während sich die abgewickelten wieder in gerade Richtung auszustrecken haben. Dieses Krümmen und Geradstrecken, wodurch die Theile des Seils sich an einander reiben, ist nur durch einen Kraftaufwand möglich, welcher **Steifigkeit** des Seils genannt wird.

Diese Steifigkeit ist um so größer, je dicker das Seil, je größer seine Spannung und je kleiner der Durchmesser der Rolle oder Welle ist.

Die Formeln, nach welchen die Steifigkeit berechnet werden kann, sind meistens zusammengesetzt und wegen der veränderlichen Umstände auch unsicher. Nach **Eytelwein** ist die Steifigkeit S annähernd

$$S = 0{,}18\ Q\ \frac{d^2}{D}$$

wo Q die Last in Kilogrammen,
d die Dicke des Seils
D der Durchmesser der Welle } in Centimetern bedeutet.

Beispiel. Es sey eine Last von 500^k an einem Seil von 4 Cent.M. Dicke zu heben; wie groß ist die Steifigkeit, wenn der Durchmesser der Rolle 40 Cent.M. beträgt?

$$S = 0{,}18 \times 500 \times \frac{4 \times 4}{40} = 36 \text{ Kilogr.}$$

Somit ist am Seil mit einer Kraft $= 500 + 36 = 536$ Kilogr. zu ziehen.

Nr. 15.

Von den mechanischen Potenzen.

Unter Maschine versteht man jede Vorrichtung, vermittelst welcher eine oder mehrere darauf wirkende Kräfte oder Widerstände durch andere Kräfte gesetzmäßig überwunden werden.

Diejenigen Theile der Maschine, auf welche die Kräfte wirken, sind ihre Angriffspunkte. Wenn eine Maschine in ihrem regelmäßigen Gange sich befindet, so bewegt sich jeder dieser Angriffspunkte mit einer gewissen Geschwindigkeit. Multiplicirt man die Kräfte mit den respectiven Geschwindigkeiten ihrer Angriffspunkte, so entstehen die Effekte dieser Kräfte (siehe Abschnitt über mechanische Arbeit).

Im regelmäßigen Gange der Maschine ist in jedem Augenblick die Summe der Effekte der treibenden Kräfte gleich der Summe der Effekte der hemmenden Kräfte.

Ist hiernach die zu überwindende Kraft (Last) z. B. 4mal größer als die treibende Kraft, so muß sich der Angriffspunkt der Kraft 4mal geschwinder bewegen, als der der Last. In diesem Sinne ist man im Stande,

mittelst einer kleinern Kraft einen weit größern Widerstand zu überwinden, sowie man mittelst einer langsam wirkenden Kraft einer kleinern Last eine schnellere Bewegung geben kann. So ist es daher zu verstehen, wenn man sagt, daß durch eine gewisse Vorrichtung an Kraft oder Geschwindigkeit gewonnen werde. Der Gewinn an Kraft setzt eine proportionale Einbuße an Geschwindigkeit, sowie der Gewinn an dieser eine solche an Kraft voraus. So kann man also mit 10 Pf. eine Last von 100 Pf. überwinden, wenn diese 10mal weniger Weg durchlaufen darf.

Da sich alle Maschinen als mannigfaltige Verbindungen mehrerer einfacher Maschinen betrachten lassen, so muß man berechnen können, was durch jede der letztern an Kraft oder Geschwindigkeit gewonnen wird.

Diese Elementarmaschinen heißt man gewöhnlich mechanische Potenzen, und ihre Zahl kann auf 6 reducirt werden. Sie sind: der Hebel, das Rad an der Welle, die Rolle, die schiefe Ebene, der Keil und die Schraube.

A. Vom Hebel.

Der Hebel ist eine unbiegsame, um einen festen Punkt bewegliche Stange, auf welche Kräfte wirken, die ihn nach entgegengesetzten Bewegungen zu drehen streben. Die graden Linien, welche vom Drehpunkt senkrecht nach den Richtungen der Kräfte führen, heißen Hebelsarme.

Hebel mit zwei Kräften. Die Kräfte P und Q seyen am Hebel im Gleichgewicht. Bei irgend einer Drehung sind die mechanischen Arbeiten beider Kräfte gleich. Sind die gleichzeitigen Wege von P und Q gleich V und V′, so muß mithin seyn:

$$PV = QV'$$

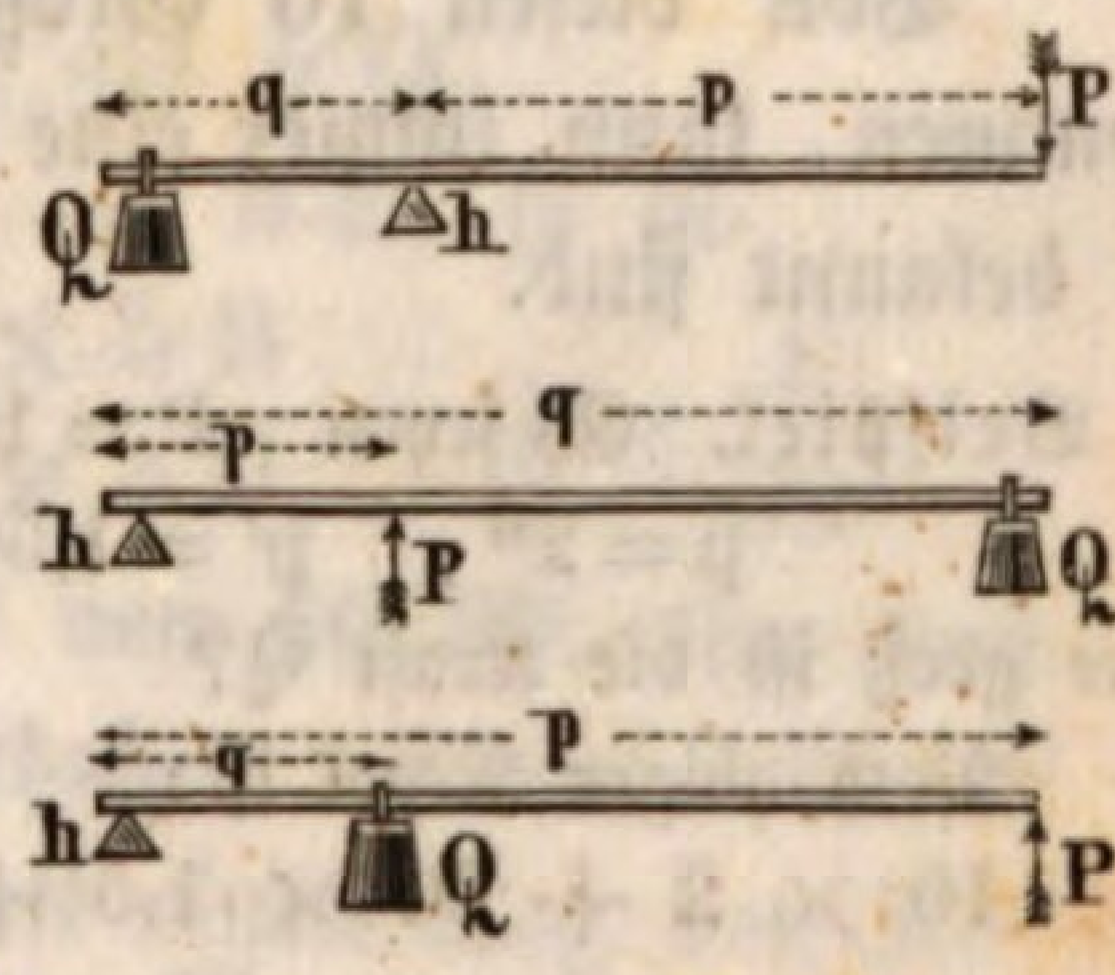
Da das Verhältniß dieser Wege gleich ist dem der Hebelsarme p und q, so ist auch

$$P \times p = Q \times q$$

$$\text{oder } P : Q = q : p$$

Die Produkte $P \times p$ und $Q \times q$ aus den Kräften in ihre respektiven Hebelsarme heißen statische Momente. Somit besteht Gleichgewicht, wenn diese Momente gleich sind, oder wenn sich die Kräfte umgekehrt verhalten wie die Hebelsarme.

Bei den hier verzeichneten Hebeln ist h der Drehpunkt. Man sieht, daß derselbe zwischen den Angriffspunkten der Kräfte P und Q, oder auch außerhalb derselben liegen kann, daß aber in allen Fällen die Hebelsarme p und q vom Drehpunkt aus senkrecht auf die Richtungen der Kräfte zu nehmen sind.



Beispiel 1. Wenn die Last Q = 100k und ihr Hebelsarm q = 0,m6 beträgt; wie groß muß die Kraft seyn, welche ihr an einem 1,m5 langen Hebelsarm das Gleichgewicht hält?

Antwort: Kraft $P = \frac{100 \times 0,6}{1,5} = 40^k$.

Beispiel 2. Mit einem 10′ langen Hebel und einer Kraft von 50 Pf. will man 350 Pf. heben, wo muß die Unterlage angebracht werden?

Antwort. Da die Last 7mal größer ist als die Kraft, so muß der längere Arm $^7/_8$ und der kürzere $^1/_8$ betragen; die Unterlage muß also, wenn sie zwischen Kraft und Last treten soll, $1^1/_4$ Fuß von der Last entfernt werden, wenn das Gewicht des Hebels selbst nicht in Anschlag kommt.

Hebel mit mehr als zwei Kräften. Angenommen, es wirken die Kräfte Q, Q′ nach der einen und P, P′ P″ nach der entgegengesetzten Richtung; ferner seyen ihre Hebelsarme beziehungsweise q, q′; p, p′ p″; so ist Gleichgewicht,

wenn die Summe der statischen Momente, welche nach der einen Seite Drehung anstreben, gleich ist der Summe der statischen Momente, welche nach entgegengesetzter Seite wirken. Somit muß seyn:

$$P p + P' p' + P'' p'' = Q q + Q' q'$$



Von diesen 10 Größen, welche in der Gleichung vorkommen, kann immer eine gefunden werden, wenn die übrigen 9 bekannt sind.

Beispiel. Es seyen $P = 10^k$, $P' = 30^k$, $P'' = 40^k$, $Q' = 50^k$; $p = 2^m$, $p' = 1{,}5^m$, $p'' = 0{,}6^m$, $q = 0{,}8^m$, $q' = 1{,}2^m$ wie groß ist die Kraft Q?

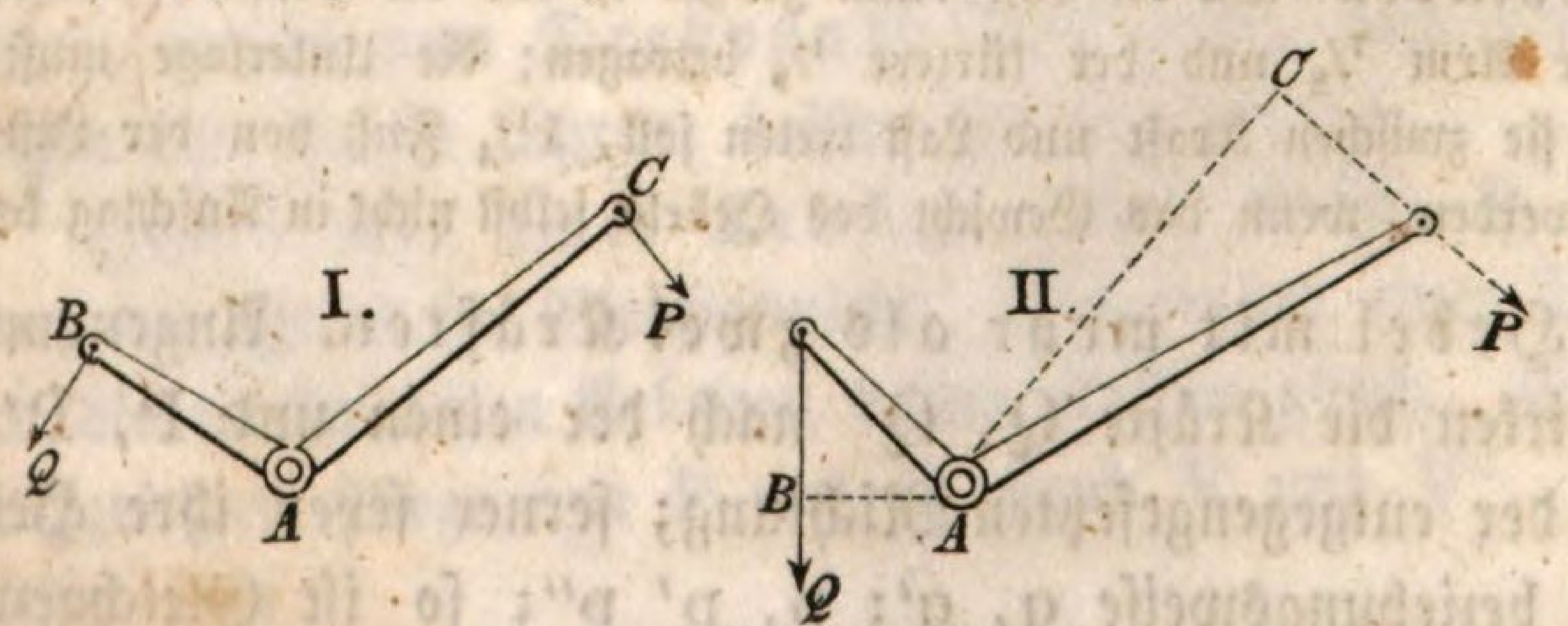
Nach obiger Regel ist:

$$10 \times 2 + 30 \times 1{,}5 + 40 \times 0{,}6 = Q \times 1{,}2 + 50 \times 0{,}8$$

$$89 = Q \times 1{,}2 + 40$$

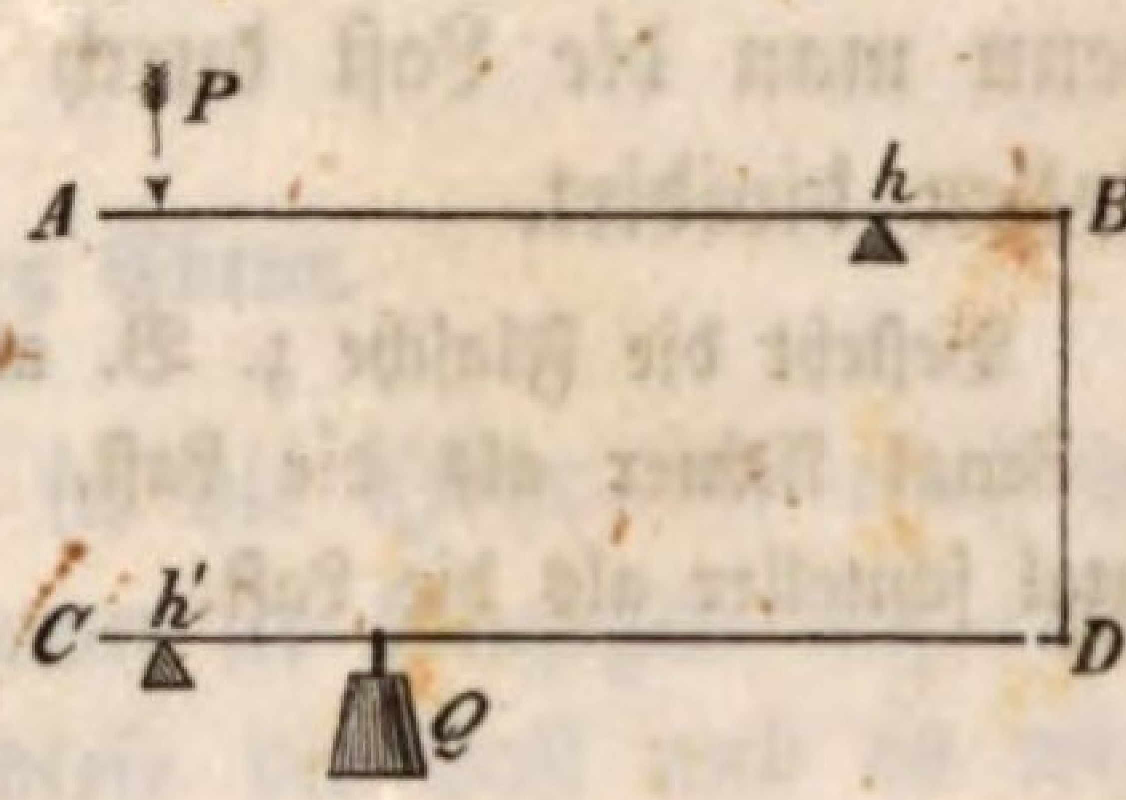
$$Q = \frac{89-40}{1{,}2} = 40{,}833^k.$$

Winkelhebel. Wirken die Kräfte P und Q, wie in Fig. I., senkrecht auf die Stangen AC, AB, so sind diese Stangen als Hebelsarme zu betrachten. Ist dieß dagegen nicht der Fall, wie in Fig. II., so ziehe man AB senkrecht auf die Richtung von Q und AC senkrecht auf die von P



und betrachte diese Senkrechten als Hebelsarme, alsdann ist für das Gleichgewicht, wie oben

$$P \times AC = Q \times AB$$



Zusammengesetzter Hebel. Sind die Hebel AB und CD durch die Stange BD mit einander verbunden und ist

der Hebelsarm h'D 6mal länger als h'Q,
" " hP 5mal " " hB, so ist

$$P = Q \times \frac{h'Q \times hB}{h'D \times hP} = Q \times \frac{1}{30}$$

Es kann also mit einer Kraft P von 50 Pf. eine Last Q von 50 × 30 = 1500 Pfund gehoben werden. Damit sich aber Q um 1'' hebe, muß die Kraft einen Weg von 30'' zurücklegen.

B. Von der Rolle.

1. Eine feste Rolle kann als ein Hebel mit gleich langen Hebelsarmen angesehen werden. Daher findet Gleichgewicht statt, wenn die Kraft gleich der Last ist.

Wird die Steifigkeit des Seils oder Riemens und die Achsenreibung berücksichtigt, so muß, damit Drehung erfolge, die Kraft um diese Widerstände größer seyn, als die Last. — Solche Rollen dienen dazu, die Richtung, in welcher eine Kraft wirkt, zu verändern. Sie werden alsdann Leitrollen genannt.

2. Bei einer beweglichen Rolle ist im Zustand des Gleichgewichts die Kraft gleich der halben Last.

3. Bei einem gewöhnlichen Flaschenzug bewegen sich

die Rollen der einen Flasche, während die der andern als fest zu betrachten sind.

Im Zustand des Gleichgewichtes findet man die Kraft, wenn man die Last durch die doppelte Anzahl der beweglichen Rollen dividirt.

Besteht die Flasche z. B. aus 4 Rollen, so ist die Kraft 2 × 4mal = 8mal kleiner als die Last. Alsdann bewegt sich die Kraft aber auch 8mal schneller als die Last.

C. Vom Rad an der Welle.

1. Für das Rad an der Welle gilt die Regel des zweiarmigen Hebels: wie sich der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades verhält, so verhält sich die Kraft am Umfang des Rades zur Last am Umfang der Welle.

Beispiel. Wie viel Kraft wird erfordert, um an einer Welle von 7″ Durchmesser eine Last von 1200 Pf. zu heben, wenn der Durchmesser des Rades 11½′ beträgt?

Bringt man die Steifigkeit des Seils und die Achsenreibung nicht in Anschlag, so erhält man für die Kraft P die Proportion:

$$P : 1200 = 0{,}7 : 11\tfrac{1}{2}$$

$$P = \frac{1200 \times 0{,}7}{11{,}5} = 73{,}04 \text{ Pf.}$$

2. Ist das Seil, an welchem die Last aufgewunden wird, sehr lang, so vermehrt sein Gewicht die Last, ohne das Verhältniß zwischen Kraft und Last zu ändern. Bei der allmähligen Aufwickelung des Seils ist nun die Last, also auch die Kraft in gleichem Maaße im Abnehmen begriffen.

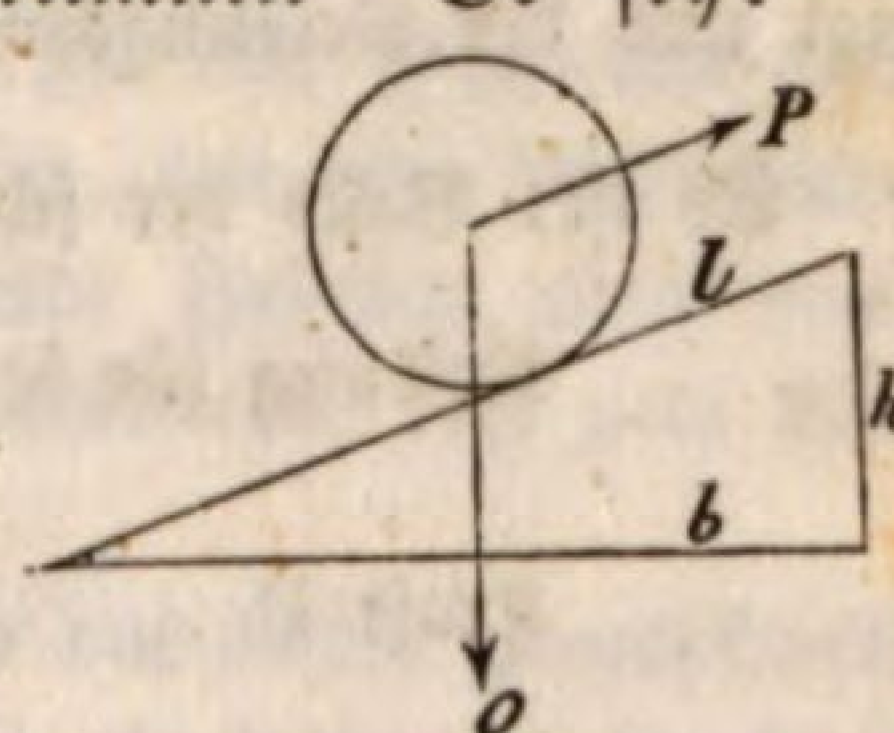
3. Windet sich das Seil in mehreren Lagen über einander, so wächst der Diameter der Seilwelle um ebenso viele Seildicken, während der des Rades gleich bleibt. In diesem

Fall ändert sich in gleicher Weise das Verhältniß der Kräfte, wie das der Diameter: bei constanter Last nimmt die erforderliche Kraft zu.

D. Von der schiefen Ebene.

Zieht man eine Last vertical in die Höhe, so muß die Kraft gleich der Last seyn. Zieht man sie hingegen auf einer horizontalen Ebene fort, so trägt diese die Last und es wird nur Kraft erfordert zur Ueberwindung der Reibung.

Bildet die Ebene einen spitzen Winkel mit der horizontalen Richtung, so wird sie schiefe Ebene genannt. Es sey:



l die Länge der schiefen Ebene,
b ihre Basis (horizontal),
h ihre Höhe (vertical) und
Q das Gewicht eines Körpers auf ihr:

so verhält sich:

1. die Kraft P, parallel zur schiefen Ebene, welche das Herabgleiten des Körpers verhindert, zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zur Basis; es ist daher

$$P = Q \times \frac{h}{l}$$

2. der Druck des Körpers, senkrecht gegen die schiefe Ebene, wie die Basis zur Länge.

$$\text{Folglich dieser Druck} = Q \times \frac{b}{l}$$

Die Reibung des Körpers auf der schiefen Ebene ist gleich diesem letztern Druck, multiplicirt mit dem Reibungscoefficienten f.

$$\text{Folglich die Reibung} = Q \times \frac{b}{l} \times f$$

Während der Bewegung aufwärts ist diese Reibung und die Kraft P zu überwinden; während der Bewegung abwärts der Unterschied beider; folglich ist

$$\text{Zugkraft für die Bewegung aufwärts} = Q \cdot \frac{b}{l} \cdot f + P$$

$$\text{Zugkraft für die Bewegung abwärts} = Q \cdot \frac{b}{l} \cdot f - P$$

Beispiel. Welche Kraft kann eine Last von 600^k auf einer schiefen Ebene auf- und abwärts bewegen, wenn dieselbe auf 12^m Länge um 1^m steigt und der Reibungscoefficient $\frac{1}{8}$ ist?

Es ist: Basis der schiefen Ebene $= \sqrt{12^2 - 1^2} = 11{,}95^m$

Reibung für beide Bewegungen $= 600 \times \frac{11{,}95}{12} \times \frac{1}{8} = 74{,}7^k$

Kraft P . . . . $= 600 \times \frac{1}{12} = 50^k$

Zugkraft aufwärts $= 74{,}7 + 50 = 124{,}7^k$

Zugkraft abwärts $= 74{,}7 - 50 = 24{,}7^k$

Wäre der Reibungscoefficient $= \frac{1}{15}$, so würde die Reibung $= 600 \times \frac{11{,}95}{12} \times \frac{1}{15} = 39{,}83^k$ seyn, während der Körper mit einer Kraft $P = 600 \times \frac{1}{12} = 50^k$ hinabzugleiten strebt. Folglich müßte die Zugkraft bei der Bewegung abwärts mit $50 - 39{,}83 = 10{,}17^k$ hemmend, d. h. der Bewegung entgegen wirken, wenn keine Beschleunigung der Masse eintreten dürfte.

Für die gewöhnlichen Straßen, insbesondere für Eisenbahnen ist die Steigung gering, so daß (wie auch aus dem letzten Beispiel erhellt) die Basis mit der Länge verwechselt werden kann.

Das Verhältniß zwischen Höhe und Basis heißt das

Steigungsverhältniß. Bezeichnet man dasselbe mit e, so ist unter obiger Voraussetzung

$$\text{Zugkraft aufwärts} = Q f + Q e$$

$$\text{Zugkraft abwärts} = Q f - Q e$$

Hier ist Qf die Kraft, mit welcher die Reibung und Qe die Kraft, mit welcher die Steigung überwunden wird. Wenn somit das Steigungsverhältniß gleich dem Reibungsverhältniß ist, so ist die Zugkraft aufwärts das doppelte der Reibung und die diejenige abwärts = 0.

Dieß ist der Fall bei Eisenbahnen, welche 1 auf 200 steigen, wenn der Reibungscoefficient constant $= \frac{1}{200}$ angenommen wird. Für eine solche Steigung oder auch jede geringere ist die Arbeit für eine Hin- und Herfahrt die gleiche, wie auf einer horizontalen Bahn, mit dem Unterschiede, daß sich bei der horizontalen die Arbeit auf beide Fahrten gleichförmig vertheilt, während bei der schiefen Bahn die Gesammtarbeit nur zum Hinaufsteigen verwendet wird.

Ist das Steigungsverhältniß 2mal größer als das Reibungsverhältniß, so ist die Zugkraft aufwärts das 3fache der Reibung; abwärts muß eine Kraft hemmend einwirken mit dem Betrage der Reibung. Dieß ist für obige Annahme der Fall bei Bahnen, welche 1 auf 100 steigen. Folglich ist für solche Bahnen doppelt so viel Aufwand an Arbeit nöthig für die Hin- und Herfahrt, wie auf einer horizontalen.

Für eine Steigung von 2%, d. h. 1 auf 50 ist nach Obigem 4mal mehr Arbeit nöthig, als auf horizontaler Bahn u. s. w.

Bei guten Landstraßen und gewöhnlichen Frachtwagen ist der Reibungscoefficient zu $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{25}$ anzunehmen. Bei einer Steigerung von $3\frac{1}{3}$ bis 4% wird aufwärts also schon die doppelte, abwärts keine Zugkraft nöthig.

E. Vom Keile.

Bei einem gleichschenkligen Keil verhält sich die Kraft, welche senkrecht auf den Rücken desselben wirkt, zum Widerstand, wie der Rücken des Keils zu dessen Seite.

Verhält sich z. B. der Rücken des Keils zur Seite, wie 1 : 20, so kann mit einem beliebigen Drucke auf den Rücken ein 20facher Seitendruck durch das Vordringen des Keils entwickelt werden. Daher kommt es, daß Räder und Rollen auf den Wellbäumen durch Keile auf solide Weise befestigt werden können.

F. Von der Schraube.

1. Wickelt man eine gerade Linie um einen Cylinder, in constanter Steigung zu den Seitenlinien des Cylinders, so entsteht eine Schraubenlinie. Wickelt man einen drei- oder vierkantigen Körper, in der Richtung einer Schraubenlinie, um den Cylinder, so entsteht eine Schraubenspindel. Diese bewegt sich in den analogen hohlen Gängen der Schraubenmutter.

Die Schrauben dienen dazu, um durch einen Druck längs der Achse derselben zwei Körper zusammenzupressen oder von einander zu entfernen.

2. Gleichgewicht an der Schraube ohne Reibung. Während der Angriffspunkt der Last (Druck längs der Achse) um die Höhe eines Schraubenganges vorrückt, legt die Kraft, am Umfang der Spindel wirkend, einen Weg gleich diesem Umfang zurück.

Folglich verhält sich die Kraft zur Last, wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfang der Spindel.

Unter Umfang der Spindel ist immer derjenige zu verstehen, der durch die Mitte des Vorsprungs des Schraubengangs gezogen wird.

3. Fast immer wird die Schraube oder die Mutter vermittelst eines Hebels gedreht; alsdann verhält sich die Kraft am Hebel zur Last wie die Höhe eines Schraubengangs zum Kreise, welchen der Angriffspunkt am Kreise zurücklegt.

4. Bei mehrgängigen Schrauben, z. B. bei zweigängigen, ist die Höhe beider Gänge zusammen als die in (2) erwähnte Höhe des Schraubengangs in Rechnung zu bringen.

Bei dreigängigen Schrauben steigt die Schraube oder Mutter bei jeder vollen Drehung um einen 3fachen Abstand eines Ganges. Daher treibt denn auch die Last, längs der Achse wirkend, solche steiler gewundene Schrauben leichter wieder zurück.

5. Gleichgewicht an der Schraube mit Reibung. Für vierkantige Schrauben ist die Kraft P, mit welcher am Umfang der Spindel das Zu- oder Losdrehen erfolgt:

$$P = \frac{f \pm e}{1 \mp ef} \times Q$$

wo Q die Last, f das Reibungs- und e das Steigungsverhältniß zwischen der Höhe des Gangs und dem Umfang der Spindel bezeichnet.

Beispiel. Bei einer eisernen Schraube, welche in einer metallenen Mutter läuft, ist f = 0,17; folglich wenn die Steigung e = 0,04 ist;

$$\text{Kraft zum Zudrehen} = \frac{0{,}17 + 0{,}04}{1 - 0{,}04 \times 0{,}17} \times Q = 0{,}212\ Q$$

$$\text{Kraft zum Losdrehen} = \frac{0{,}17 - 0{,}04}{1 + 0{,}04 \times 0{,}17} \times Q = 0{,}129\ Q$$

Wird die Reibung nicht berücksichtigt, so ist f = o zu setzen; also die nöthige Kraft zum Zudrehen nur Q e = 0,04 Q. Es verhält sich mithin die Kraft beim Zudrehen ohne Reibung zur Kraft beim Zudrehen mit Reibung, wie 0,04 : 0,212 oder 1 : 5. Daher werden durch die Reibung bei dieser Schraube circa $^4/_5$ der totalen Kraft consumirt.

Nr. 16.

Vom Schwerpunkt.

In jedem festen Körper befindet sich ein Punkt, durch dessen Unterstützung der ganze Körper am Fallen verhindert und welcher Schwerpunkt (centre de gravité) genannt wird.

Ist ein Körper an irgend einem Punkte frei aufgehängt, so liegt der Schwerpunkt stets in der Verticallinie, welche von dem Aufhängepunkt heruntergezogen wird. Man erhält daher den Schwerpunkt eines jeden Körpers, wenn man denselben an verschiedenen Stellen aufhängt, so daß er sich frei um den Aufhängpunkt bewegen kann, und jedesmal die von diesem Punkte abwärts gezogene Senkrechte an dem Körper anmerkt. Der Schwerpunkt liegt alsdann in dem Durchschnittspunkt dieser Verticallinien.

Bei den meisten Körpern läßt sich jedoch dieses praktische Verfahren nicht anwenden und es muß daher alsdann der Schwerpunkt durch Zeichnung oder Berechnung aufgesucht werden, wozu nachstehende Erläuterungen dienen:

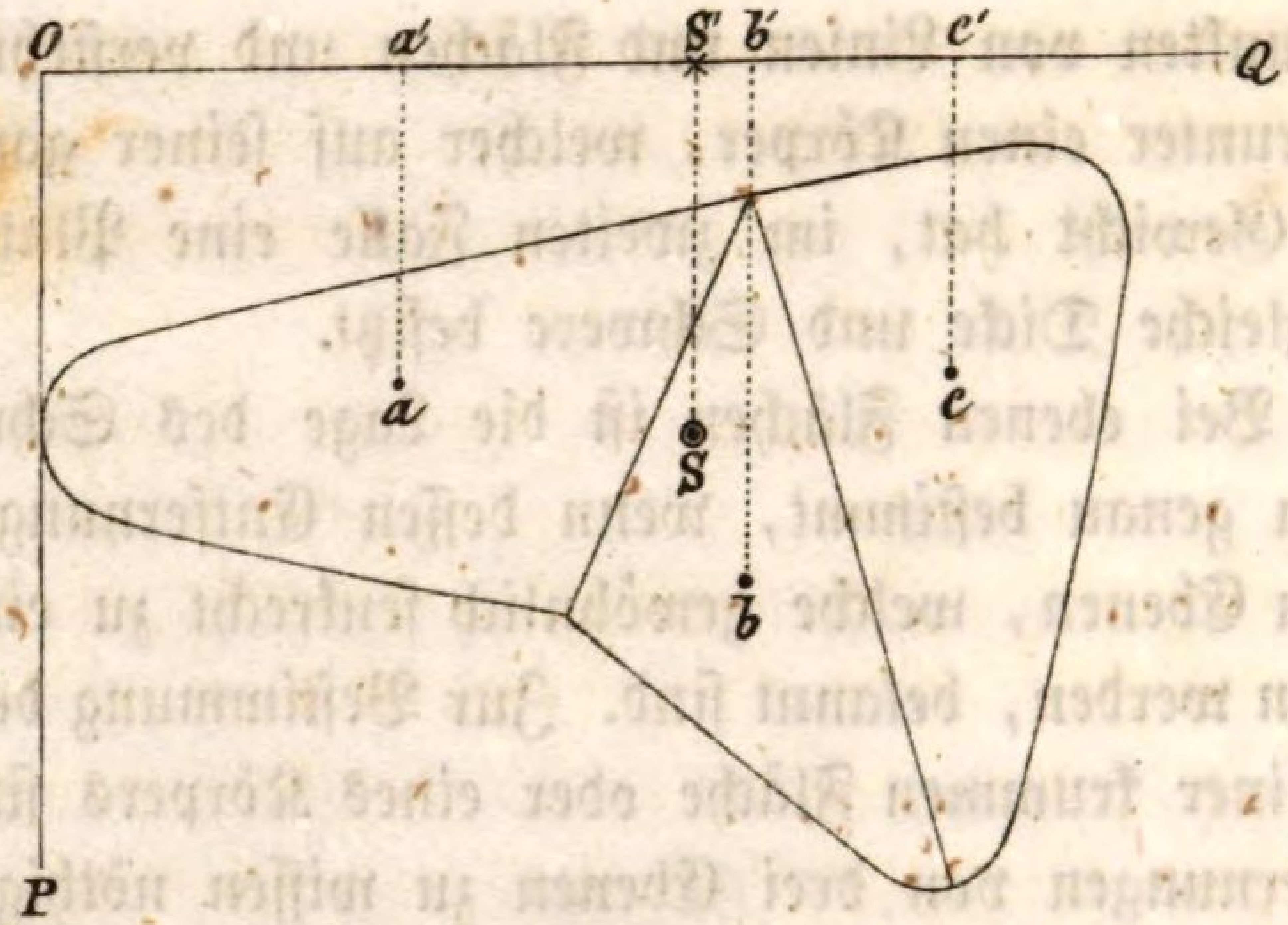
1) Obgleich in eigentlichem Sinne nur Körper Schwerpunkte haben können, so spricht man gleichwohl auch von den

Schwerpunkten von Linien und Flächen und versteht im ersten Falle darunter einen Körper, welcher auf seiner ganzen Länge gleiches Gewicht hat, im zweiten Falle eine Platte, welche überall gleiche Dicke und Schwere besitzt.

2) Bei ebenen Flächen ist die Lage des Schwerpunktes nur dann genau bestimmt, wenn dessen Entfernung von zwei gegebenen Ebenen, welche gewöhnlich senkrecht zu einander angenommen werden, bekannt sind. Zur Bestimmung des Schwerpunktes einer krummen Fläche oder eines Körpers sind dagegen die Entfernungen von drei Ebenen zu wissen nöthig.

3) Von diesen Entfernungen ergeben sich jedoch bei allen symmetrischen Flächen und Körpern einzelne von selbst. Bei einer kreisrunden oder elliptischen Fläche, einer Kugel, einem Ringe von gleichförmiger Dicke und Schwere fällt derselbe mit dem Centrum der Größe zusammen; bei einem Cylinder oder Prisma liegt er in der Mitte der Linie, welche die Schwerpunkte seiner Grundflächen verbindet; bei einem Parallelogramm im Durchschnittspunkte seiner Diagonalen. Ist ein Fuhrwerk oder Schiff so beladen, daß die eine Hälfte seiner Breite gleiches Gewicht hat als die andere Hälfte, so liegt der Schwerpunkt in dessen mittlerem Längenschnitt. Bei Brücken, Dachstühlen 2c., welche der Länge und Breite nach vollkommen symmetrisch sind, liegt derselbe im mittleren Längen- und Querschnitt zugleich.

4) Soll die Entfernung des Schwerpunktes S einer ebenen Fläche, wie z. B. die hier abgebildete, von zwei rechtwinkligen Geraden OP und OQ bestimmt werden, so zerlege man die Fläche in eine beliebige Anzahl Theile, deren Schwerpunkte leicht bestimmt werden können und die in a, b, c liegen mögen. Man fälle von diesen Punkten und von s die Senkrechten aa', bb', cc', ss' auf OQ.



Denkt man sich die Flächentheile mit ihren Inhalten A, B, C als Gewichte in den Punkten a′ b′ c′ der Geraden OQ aufgehängt, so werden sie eine Drehung um die Achse OP anstreben mit der Summe ihrer statischen Momente

$$A \times Oa' + B \times Ob' + C \times Oc'$$

Wirkt im Punkte s′ in entgegengesetzter Richtung eine Kraft, gleich dem Gesammtgewichte der schweren Fläche, so wird die Bewegung des Schwerpunktes s, also die Drehung des Ganzen, aufgehoben. Das Moment, welches diese Drehung gerade zu verhindern vermag, ist $Os' \times (A + B + C)$. Da dasselbe gleich der Summe der Momente der einzelnen Theile seyn muß, so ergibt sich die Entfernung OS′ des Schwerpunktes von OP

$$Os' = \frac{A \times Oa' + B \times Ob' + C \times Oc'}{A + B + C}$$

auf gleiche Weise die Entfernung des Schwerpunktes von OQ

$$ss' = \frac{A \times aa' + B \times bb' + C \times cc'}{A + B + C}$$

Man erhält daher die Entfernung des Schwerpunktes einer Fläche von einer gegebenen Linie, wenn man die Flächeninhalte der einzelnen Theile vervielfacht mit ihren respectiven

Entfernungen von dieser Linie, zusammen addirt und durch den Inhalt der ganzen Fläche theilt.

Denkt man sich s s' als Drehachse eines doppelarmigen Hebels, so werden die Momente derjenigen Theile, welche sich auf dem linken Hebelarme befinden, den Momenten der Theile auf dem rechten Arme gleich seyn, oder:

$$A \times a's' = B \times b's' + C \times c's'$$

5) Auf gleiche Weise wird der Schwerpunkt irgend eines Körpers bestimmt, wenn man die Inhalte der einzelnen Theile oder bei ungleicher Substanz deren Gewichte mit den Entfernungen ihrer Schwerpunkte multiplicirt, zusammen addirt und durch das ganze Volum oder Gewicht des Körpers theilt.

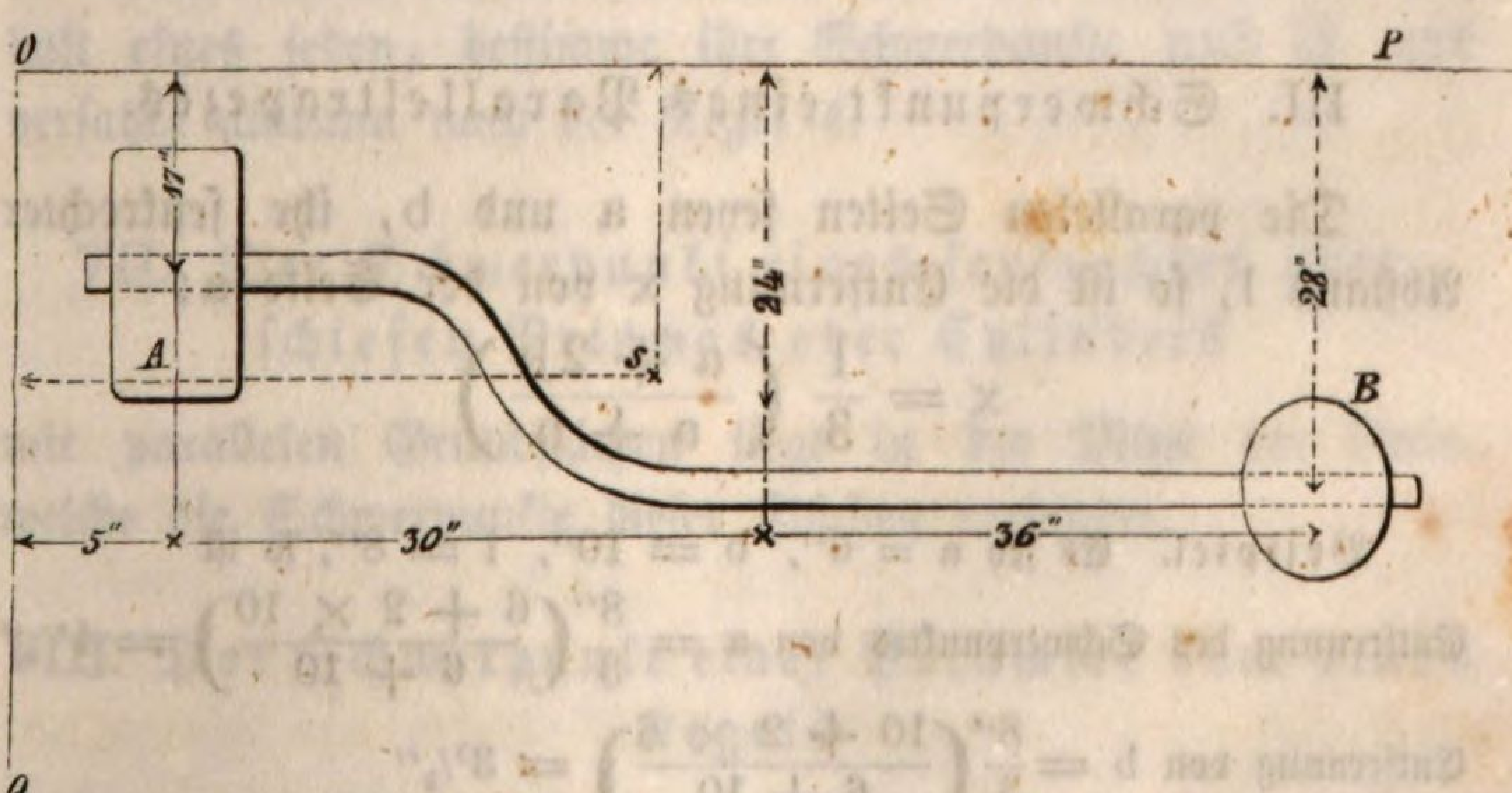
Beispiel. Eine 40 Pf. schwere Stange, deren Schwerpunkt für sich allein 35'' von O Q und 24'' O P läge, trage an einem Ende ein Gewicht A von 120 Pfd., am andern ein Gewicht B von 70 Pf., man sucht den Schwerpunkt s dieser 3 Körper zusammen.

Antwort. Entfernung derselben von der Ebene O Q

$$\frac{120 \text{ Pf.} \times 5'' + 40 \text{ Pfd.} \times 35'' + 70 \text{ Pf.} \times 71''}{120 + 40 + 70} = 30'',3$$

Entfernung von der Ebene O P

$$\frac{120 \text{ Pf.} \times 17'' + 40 \text{ Pf.} \times 24'' + 70 \text{ Pf.} \times 28''}{120 + 40 + 70} = 20'',56$$



Durch Anwendung des in 4) erklärten Verfahrens erhält man noch folgende Regeln zur Bestimmung des Schwerpunktes bei geometrischen Formen:

I. Schwerpunkt eines Kreisbogens.

Ist b die Länge des Bogens, l die Länge der Sehne, r der Radius, so ist die Entfernung des Schwerpunktes vom Centrum des Kreises:

$$x = \frac{r\,l}{b}$$

Bei einem Halbkreise ist l = 2 r und b = π r folglich:

$$x = \frac{2\,r}{\pi} = 0{,}6357 \times r.$$

II. Schwerpunkt eines Dreiecks.

Man ziehe von einem Schenkel gegen die Mitte der gegenüberstehenden Seite eine Linie, so liegt der Schwerpunkt in dieser letztern und zwar auf $\frac{1}{3}$ von dieser Seite entfernt.

III. Schwerpunkt eines Paralleltrapezes.

Die parallelen Seiten seyen a und b, ihr senkrechter Abstand l, so ist die Entfernung x von der Seite a:

$$x = \frac{l}{3}\left(\frac{a + 2\,b}{a + b}\right)$$

Beispiel. Es sey a = 6″, b = 10″, l = 8″, so ist

Entfernung des Schwerpunktes von a $= \frac{8''}{3}\left(\frac{6 + 2 \times 10}{6 + 10}\right) = 4\frac{1}{3}''$

Entfernung von b $= \frac{8''}{3}\left(\frac{10 + 2 \times 6}{6 + 10}\right) = 3\frac{2}{3}''$

IV. Der Schwerpunkt einer Parabelfläche,

welche senkrecht zur Achse abgeschnitten ist, befindet sich auf derselben und zwar $^3/_5$ vom Scheitel an gerechnet.

V. Der Schwerpunkt eines Kreissegmentes

befindet sich auf dessen Achse und zwar vom Centrum des Kreises in einer Entfernung:

$$x = \frac{1}{12} \cdot \frac{l^3}{S}$$

wo l die Länge der Sehne, S der Flächeninhalt des Segmentes bedeutet. Bei dem Halbkreise ist $l = 2r$ und $S = \frac{\pi r^2}{2}$

$$\text{folglich: } x = \frac{4r}{3\pi} = 0{,}4244 \times r$$

VI. Schwerpunkt eines regelmäßigen Polygones.

Man theile dasselbe in lauter Dreiecke, berechne den Inhalt eines jeden, bestimme ihre Schwerpunkte nach II. und verfahre alsdann nach der Regel 4.

VII. Der Schwerpunkt eines senkrechten oder schiefen Prismas oder Cylinders

mit parallelen Grundflächen liegt in der Mitte der Linie, welche die Schwerpunkte dieser Flächen verbindet.

VIII. Der Schwerpunkt einer Pyramide oder eines Kegels

liegt in der Linie, welche die Spitze mit dem Schwerpunkte

der Grundfläche verbindet und zwar in $\frac{1}{4}$ derselben von dieser Fläche.

IX. Schwerpunkt eines Kugelabschnittes.

Ist r der Radius der Kugel, h die Höhe des Abschnittes, so ist die Entfernung des Schwerpunktes vom Centrum:

$$x = \frac{h}{4} \cdot \frac{4r - h}{3r - h}$$

Bei der Halbkugel ist $h = r$

$$\text{daher: } x = \frac{3}{8} r$$

Guldin's Regel.

Der Flächeninhalt einer Rotationsoberfläche ist gleich der Länge des Bogens (genératrice), multiplicirt mit dem Weg, den der Schwerpunkt des Bogens zurücklegt, während der letztere die Fläche beschreibt.

Das Volumen eines Rotationskörpers ist das Produkt aus der erzeugenden Fläche und dem Wege, welchen der Schwerpunkt dieser Fläche bei der Rotation zurücklegt.

Nr. 17.

Von der Ausdehnung und Zusammenpressung der Materialien.

I. Grenze der Elasticität.

In jedem festen Körper sind die Kräfte seiner Molicüle im Gleichgewichtszustand. Wird derselbe zusammengedrückt oder ausgedehnt, so leisten die ihm innewohnenden Moleculärkräfte Widerstand, so daß der pressenden oder dehnenden Kraft eine bestimmte Verkürzung oder Verlängerung entspricht. Bei Gasen ist, nach dem Mariotte'schen Gesetze, die Zusammenziehung und Ausdehnung den Kräften proportional, welche sie bewirken. Bei festen Körpern ist die Verlängerung und Verkürzung, überhaupt die Formänderung, nur innerhalb einer gewissen Grenze den Kräften proportional. Man nennt diese Grenze die der unveränderlichen Elasticität.

Wird die Verlängerung oder Verkürzung über die Grenze hinaus bewirkt, so wächst die Formänderung schneller als die sie hervorbringende Kraft. Nach Verschwinden dieser Kraft tritt alsdann immer eine bemerkbare bleibende Formänderung und ein anderer Gleichgewichtszustand unter den Molecularkräften ein.

Ueberschreitet der Druck oder Zug ein gewisses Maaß, so erfolgt die Trennung der Theile oder der **Bruch**. Der Widerstand gegen die Trennung der Theile heißt **Festigkeit** oder **Stärke** des Körpers.

II. Ausdehnung und Pressung, Modul der Elasticität.

Die Kraft, welche einen prismatischen oder cylindrischen Stab, innerhalb der Grenze der Elasticität, seiner Länge nach ausdehnt oder zusammenpreßt, ist proportional dem Querschnitt s, der Ausdehnung oder Verkürzung a und steht im umgekehrten Verhältniß zu der Länge l des Stabes.

Es sey P diese Kraft und E ein von der materiellen Beschaffenheit des Stabes abhängiger Coefficient, so ist

$$P = E\left(\frac{a}{l}\right) \cdot s$$

Die Größe E charakterisirt den Grad der Elasticität des Materials und wird deßhalb **Modul der Elasticität** genannt.

Könnte für einen Stab, dessen Querschnitt s = 1 angenommen wird, die Ausdehnung oder Verkürzung a so groß gemacht werden, wie die ursprüngliche Länge, so würde die wirkende Kraft P gleich dem Modul E.

Beispiel. Nach Hodgkinson kann ein Zug von 187^k einem schmiedeisernen Stab von 1^m Länge und 1 $\square^{cm}$ Querschnitt eine Verlängerung von 0,082 Mill. beibringen. Wie groß ist der Modul der Elasticität für dieses Eisen?

Nach Obigem ist für s = 1 $\square^{cm}$, l = 1^m, a = $0{,}000081^m$

$$\text{Modul } E = P \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 187 \times \frac{1}{0{,}000082} = 2280487^{k}.$$

Tabelle XIV.

Ueber die Ausdehnung von Schmied- und Gußeisen,

per laufenden Meter.

Eisendraht, nach Ardaut.			Stange von Schmiedeisen, nach Hodgkinson			Gußeisen, nach Hodgkinson.		
Belastung per □cm.	Verlängerung.		Belastung per □cm.	Totale Verlängerung.	Permanente Verlängerung	Belastung per □cm.	Totale Verlängerung.	Permanente Verlängerung
	ausgeglüht.	hart.						
500 k.	0,29 mill.	0,26 mill.	187 k	0,082 mill.		74 k.	6,075 mill.	
1000	0,59	0,52	375	0,185		111	0,114	0,0018 mill.
1500	1,17	1,04	562	0,284		148	0,155	0,0045
2000	1,47	1,30	749	0,380	0,0025 mill	220	0,204	0,0089
2500	2,50	1,57	937	0,475	0,0034	296	0,326	0,0146
3000	13,00		1125	0,571	0,0042	370	0,416	0,0220
3250	14,10	2,22	1312	0,665	0,0051	444	0,551	0,0310
3500	18,00	2,40	1500	0,760	0,0068	517	0,611	0,0430
4000	20,50		1687	0,873	0,0101	592	0,715	0,0559
4250	Bruch	2,82	1875	1,013	0,0330	666	0,828	0,0703
4500	. . . . .	3,10	2250	2,227	0,0830	740	0,946	0,0884
4900	. . . . .	Bruch	2625	9,156	0,2617	815	1,068	0,1088
			3000	17,888	8,4691	886	1,206	0,1339
			3374	24,774	16,5145	963	1,392	0,1746
			3562	34,935	22,7087	1040	1,548	0,2007
			3745	Bruch	32,8201			

Tabelle XV.

Ueber die Compression von Schmied- und Gußeisen,

per laufenden Meter, nach Hodgkinson.

Stange von Schmiedeisen.		Stange von Gußeisen.	
Belastung per □cm	Totale Compression.	Belastung per □cm.	Totale Compression.
Kil.	Mill.	Kil.	Mill.
341	0,71	336	1,37
644	1,31	487	1,93
940	1,85	637	2,59
1093	2,16	792	3,19
1245	2,44	944	3,83
1392	2,72	1230	4,39
1545	3,02	1370	5,33
1695	3,30	1528	6,32
1840	3,61	1825	7,61
1995	3,91	2120	9,05
2145	4,42	2420	10,76
2290	5,44	2720	12,75
		3020	14,60
		3320	17,21
		3620	21,95
		4200	—

Bemerkungen zu den beiden vorstehenden Tabellen.

1) Die Ausdehnungen sind den Kräften proportional, bei Schmiedeisen bis zu 1400 k, bei Gußeisen bis zu 660 k; die Verkürzungen für beide bis zu circa 1660 k.

2) Für gleiche Belastungen comprimirt sich, innerhalb der elastischen Grenze, sowohl Schmied- als Gußeisen mehr, als es sich ausdehnt. Ist diese Grenze überschritten, so tritt das Umgekehrte ein.

3) Die Ausdehnung und Compression von Gußeisen beträgt für gleiche Belastungen circa das Doppelte von der des Schmiedeisens.

4) Das Verhältniß zwischen der Ausdehnung und den Kräften, oder auch der Compression und den Kräften läßt sich graphisch darstellen, indem man auf einer geraden Linie, von einem Endpunkte aus, die Ausdehnungen und Verkürzungen als Abscissen und die entsprechenden Kräfte als rechtwinklige Ordinaten darauf abträgt. Verbindet man alsdann die Endpunkte der Ordinaten, so entsteht eine Curve, deren erster Theil so lange geradlinig ist, als die Kräfte den Ausdehnungen oder Verkürzungen proportional sind. Der krumme Theil der Curve kehrt seine concave Seite der Abscissenlinie zu.

Nach den Versuchen von Hodgkinson ist die elastische Grenze der Materialien sehr unbestimmt. Gleichwohl hat Poncelet einige mittlere Werthe über diese Grenze aufgestellt, die in folgender Tabelle enthalten sind.

Tabelle XVI.

Ueber die Ausdehnung bis zur Grenze der Elasticität.

Bezeichnung der Körper.	Ausdehnung. per laufenden Meter.	Belastung, welche dieser Ausdehnung entspricht, per 1 □cm.	Elasticitäts-Modul E per 1 □cm.
	Meter.	Kil.	Kil.
Eiche	$^1/_{600} = 0{,}00167$	200	120000
Gelbe oder weiße Tanne .	$^1/_{850} = 0{,}00117$	217	130000
Rothe Tanne oder Fichte .	$^1/_{470} = 0{,}00210$	315	150000
Esche	$^1/_{885} = 0{,}00123$	127	110000
Weiches Eisen, in Draht gezogen	$^1/_{1250} = 0{,}00080$	1475	1800000
Eisen in Stangen . . .	$^1/_{1400} = 0{,}00071$	1400	2000000
deutscher Stahl, sehr gut, in Oel angelassen. . .	$^1/_{835} = 0{,}00120$	2500	2100000
Gußstahl, fein gehämmert, in Oel angelassen. . .	$^1/_{4500} = 0{,}00022$	6600	3000000
Gußeisen, mit feinem Korn	$^1/_{1200} = 0{,}00083$	670	909600
Messingdraht	$^1/_{742} = 0{,}00135$	1500	1000000
Kanonenmetall, gegossen .	$^1/_{1390} = 0{,}00063$	200	320000

Nr. 18.

Von der absoluten Festigkeit.

Der Widerstand, welchen eine Stange der Wirkung einer Kraft entgegensetzt, welche sie ihrer Länge nach auszudehnen und zu zerreißen sucht, wird absolute Festigkeit (Longitudinalwiderstand, résistance longitudinale ou à la traction) genannt.

Dieselbe ist unabhängig von der Länge des Stabes, hingegen proportional zu seinem Querschnitt und bedingt durch die materielle Beschaffenheit des Stoffes.

Um also die absolute Festigkeit irgend eines Körpers zu finden, hat man nur nöthig, seine Sektion in □Centimetern oder □Zollen ausgedrückt mit denjenigen Gewichten zu vervielfachen, welche hinreichen, um Körper von gleichen Bestandtheilen von 1 □^{cm} oder 1 □″ Sektion zu zerreißen. Diese Gewichte sind durch Versuche ermittelt und folgen unten.

Bei Constructionen dürfen die Materialien höchstens bis auf $1/3$ der in den folgenden Tabellen angegebenen Werthe in Anspruch genommen werden; für solide Bauten nimmt man nur $1/6$ bis $1/10$ dieser Belastungen an. Nach Poncelet sollen dieselben höchstens gleich der Hälfte derjenigen Kräfte seyn, welche der Grenze der Elasticität entsprechen.

I. Festigkeit der Steine, per □^{cm} Querschnitt.

Basalt von Auvergne	77^k
Kalkstein von Portland	60
„ weißer, von feinem Korn . . .	15
„ körniges Gefüge, sandig . . .	23
Ziegel, sehr gut gebrannt	19
„ gewöhnlich und schwach gebrannt .	8
Gips, eingerührt, fest	12
„ auf gewöhnliche Art zubereitet . .	4
Mörtel, von vorzüglichem hydraulischem Kalk	15
„ von fettem Kalk, 40 Jahre alt .	4

II. Festigkeit der Hölzer, per □^{cm} Querschnitt.

	Dichtigkeit.	In der Richtung der Fasern.	Senkrecht auf die Fasern.
Tannenholz .	0,50—0,60 .	450^k— 700^k .	20^k— 49^k
Buchenholz .	0,70—0,80 .	400^k— 600^k .	60 — 80
Eiche	0,85 .	500 — 700 .	60—150
Esche	7,70 .	700 — 900 .	20 — 50
Ahorn . . .	0,67 .	400 — 500 .	70—100
Buchsbaum .	0,98 .	1100—1200	

III. Festigkeit der Metalle, per □^{cm} Querschnitt.

Schmiedeisen, das stärkste in kleinen Stäben . .	6000^k
„ das schwächste, in groben Stäben .	2500
„ mittleres Stangeneisen	4000
Eisendraht, der stärkste, von 0,5 à 1$^{mill.}$ Diameter .	7000
„ von 1,5 à 3$^{mill.}$ Diameter	6200
„ ausgeglüht, von mittl. Diameter . .	4500
Gewalztes Blech, in der Richtung der Fibern . .	3545
„ „ senkrecht auf die Fibern	3525

Gußeisen, graues	1100k
„ weißes	1050
Cementstahl, affinirt	9900
„ nicht affinirt	3000
Gußstahl, gehämmert	10000
Kanonenmetall, mittleres	2300
Rothkupfer, gewalzt, in der Richtung der Länge .	2100
„ geschlagen	2500
„ gegossen	1340
Gelbes Kupfer oder feiner Messing	1250
Kupferdraht, der stärkste, weniger als 1mill. Diam. .	7000
Messingdraht „ „ „ „ „ „ .	8500
Gegossenes Zinn	300
Gegossenes Zink	600
Gewalztes Zink	500
Blei	130

Beispiel. Wie stark müssen die 4 runden schmiedeisernen Säulen einer hydraulischen Presse seyn, welche einen Druck von 200000 Kil. auszuüben hat?

Antwort. Für dreifache Sicherheit ist der in Rechnung zu bringende Druck also = 600000 Kilogr., und wenn die Stärke des Schmiedeisens zu 4000 Kilogr. per □Centimeter angenommen wird, so müssen die 4 Stangen zusammen eine Sektion von

$$\frac{600000}{4000} = 150 \text{ □Centimeter},$$

und jede derselben $37^1/_2$ □Centimeter Sektion oder circa 7 Centimeter Dicke haben.

Wäre sechsfache Sicherheit angenommen worden, so müßte der Querschnitt jeder Stange das Doppelte, also 75 □Centimeter betragen.

IV. Stärke eiserner Ketten.

Nach Morin ist die Probekraft eiserner Taue für den Dienst der französischen Marine 1700k per 1 □cm des doppelten

Querschnitt des Eisens, für Ketten, welche mit Stegen versehen sind und deren Durchmesser über 1,6^{cm} ist; dagegen 1400^{k} für Ketten von kleinerer Dicke, welchen man keine Stege gibt.

Diese Probekraft gewährt circa 2fache Sicherheit. Nimmt man für den gewöhnlichen Gebrauch 4fache Sicherheit an, so ist:

Festigkeit in Kilogr. $= 1335\ d^2$ für Ketten mit Stegen und
" " " $= 1100\ d^2$ " " ohne Stege,
wobei d den Durchmesser des Rundeisens in Centimetern ausdrückt.

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet.

Ketten ohne Stege.			Ketten mit Stegen.		
Durchmesser.	Festigkeit.	Gewicht von 1 m Länge.	Durchmesser.	Festigkeit.	Gewicht von 1 m Länge.
0,4 cm	176 k	0,35	1,6 cm	3418 k	6,14
0,5	275	0,55	1,7	3858	6,94
0,6	396	0,79	1,8	4325	7,78
0,7	539	1,08	1,9	4819	8,66
0,8	704	1,41	2,0	5340	9,60
0,9	891	1,78	2,1	5887	10,58
1,0	1100	2,20	2,2	6461	11,62
1,1	1331	2,66	2,3	7062	12,70
1,2	1584	3,17	2,4	7690	13,82
1,3	1859	3,72	2,5	8344	15,00
1,4	2156	4,31	2,6	9025	16,22
1,5	2475	4,95	2,7	9722	17,50
1,6	2816	5,63	2,8	10466	18,81
1,7	3278	6,55	2,9	11227	20,18
1,8	3564	7,13	3,0	12015	21,60
1,9	3971	7,94	3,2	13670	24,58
2,0	4400	8,80	3,4	15432	27,74

V. Stärke der Drahtseile.

Die Litzen entstehen durch Zusammendrehen von 3 bis 6 gleichstarken Drähten; durch das Zusammendrehen von 4

bis 8 Litzen werden die Drahtseile gebildet. Die Drehung ist durchaus nöthig, wenn sich das Seil über eine Trommel, Welle ꝛc. zu legen hat, weil nur so eine gleichmäßige Spannung der einzelnen Drähte erzielt wird. Dagegen ist entweder gar keine oder nur eine schwache Drehung nöthig, wenn das Seil keine solchen Krümmungen zu machen hat.

Die Festigkeit von Eisendrähten per □Centimeter variirt zwischen 4500^k und 7000^k. Nimmt man die dauernde Belastung per □Centimeter zu 1200^k an, so daß 4- bis 5fache Sicherheit entsteht, so ist die Tragkraft P eines Drahtseiles

$$P = 950 \cdot d^2 \cdot n,$$

wo d den Durchmesser eines einzelnen Drahtes, in Centimeter und n die Anzahl der Drähte eines Seiles bedeuten.

Beispiel. Wenn die Dicke des Drahtes 0,3 Centm. und die Anzahl der Drähte = 36 ist, so beträgt die Tragkraft des Seiles

$$P = 950 \cdot (0{,}3)^2 \cdot 36 = 3078^k.$$

Nach Tabelle XIV. dehnt sich jeder laufende Meter Draht bei 1475^k Belastung per □Centm. um 0,08 Centm. aus; somit bei der Belastung von 1200^k um $0{,}08 \times \frac{1200}{1475} = 0{,}065$ Centm.

Ist das Drahtseil 90 Meter lang, so nimmt seine Länge unter obiger Belastung zu um $0{,}065 \cdot 50 = 3{,}25$ Centm.

Die Gewichte von einem Drahtseil, einem Hanfseil und einer Kette, bei gleicher Festigkeit und Länge, verhalten sich ungefähr wie 1 : 2 : 5.

VI. Stärke der Hanfseile.

Die Stärke der Seile hängt von der Natur des Hanfes und der Art ab, wie dieselben fabricirt worden sind.

Die besten sind die, welche nicht zu sehr gedreht sind.

Stark genetzte Seile haben $\frac{1}{3}$ weniger Stärke als trockene.

Ein nicht getheertes Seil ist um $1/4$ stärker als ein getheertes.

	Festigkeit per □cm
Getheerte Hanftaue, bei der engl. Marine	390k
" " " " franz. "	435
Seile aus Straßburger Hanf, 13—14mill. Durchmesser	880
Seile von Lothringer Hanf, 23mill. Durchm.	600
Altes Seil von 23mill. Durchm.	420

Folgende Tabelle ist für eine Stärke von 125k per □cm berechnet, so daß die Seile unter diesen Belastungen eine 3 bis 4fache Sicherheit gewähren.

Durchmesser in Centimetern.	Stärke in Kilogrammen.	Durchmesser in Centimetern.	Stärke in Kilogrammen	Durchmesser in Centimetern.	Stärke in Kilogrammen.
0,5	25	2,2	484	4,4	1936
0,6	36	2,4	576	4,6	2116
0,7	49	2,6	676	4,8	2304
0,8	64	2,8	784	5,0	2500
0,9	81	3,0	900	5,2	2704
1,0	100	3,2	1024	5,4	2916
1,2	144	3,4	1156	5,6	3136
1,4	196	3,6	1296	5,8	3364
1,6	256	3,8	1444	6,0	3600
1,8	324	4,0	1600	6,2	3844
2,0	400	4,2	1764	6,4	4096

VII. Versuche von Coquilhat über die zum Bohren, Sägen ꝛc. verwendete Arbeit.

Die Arbeit, welche erforderlich ist, um einen Cubikcentimeter Material zu verpulvern oder in Späne zu verwandeln, oder um eine Schichte von 0,1 Centim. Dicke und 10 □Centim. Oberfläche wegzunehmen, beträgt:

Für die Materialien.	Art des Werkzeugs.	Arbeit in Kil.-Met.	Lage der Holzfasern.
Trockenes Eichenholz . .	Hohlbohrer	12,2	nach der Achse
	desgl.	13,2	senkrecht
	Centrumbohrer	33,2	nach der Achse
	desgl.	8	senkrecht
	Cylindersäge	12	nach der Achse
Schmiedeisen	Führerbohrer	352	
	Bohrer mit abgerundeter Schneide	600	
Roheisen zum Geschützguß.	Führerbohrer	173	
	Bohr. mit abg. Schn.	280	
Geschützbronce	Führerbohrer	130	
	Bohr. mit abg. Schn.	260	
Durchschnitt von vier Kalksteinsorten	Bohr. mit abg. Schn.	60	
Durchschnitt von acht Sorten hartem Gestein . .	desgl.	66	
Englischer Sandstein . .	desgl.	4,4	
Durchschnitt aus neun verschiedenen Ziegelsteinen .	desgl.	13	
Durchschnitt von vier Mörtelarten	desgl.	8,6	

Nach demselben ist bei Steinen das Rundbohren, welches darin besteht, daß die zu gewinnende Steinmasse vermittelst kreisförmiger Schlitze oder Nuten in eine Anzahl concentrischer Theile gebracht wird, wohlfeiler und schneller als das gewöhnliche Bohren mit Stößen.

Für eine solche Nute von 1 Meter Durchmesser, $2\frac{1}{2}$ Centm. Breite und 20 Centim. Tiefe in hartes Gestein brauchte es 1 Stunde Zeit und 918450 K $\times$ m Arbeit, was per Sekunde 230 K $\times$ m $= 3\frac{1}{15}$ Pferdekräfte und per Cubikcentimeter weggenommenen Materiales 58 K $\times$ m ausmacht.

Beispiel. In die 20 Centimeter lange Nabe eines gußeisernen Rades sey ein Loch von 9^{cm} Durchmesser eingegossen, wie viel Arbeit erfordert es, um solches auf 10^{cm} zu erweitern.

Antwort. Volum der wegzunehmenden Schichte (siehe Kreistabelle)

$$20^{cm} (78{,}54 - 63{,}62) = 298{,}4 \text{ Cubikcentimeter.}$$

Arbeit zum Wegnehmen von 1 Cubikcentimeter mit Führerbohrer

$$= 173 \text{ k} \times \text{m}$$

daher die erforderliche Arbeit $= 298{,}4 \times 173 = 51623\ k \times m$
$= 688{,}3$ Pferdekr.

Mit einem auf die Bohrstange verwendeten Effekt von $\frac{1}{2}$ Pferd würde demnach die fragliche Arbeit in

$$2 \times 688{,}3 \text{ Sek.} = \text{circa } 23 \text{ Minuten}$$

bewerkstelligt werden können.

Wäre dagegen kein Loch eingegossen, so würde das wegzubohrende Volum $= 20 \times 78{,}54 = 1571$ Cubikcentimeter und die dazu erforderliche Arbeit $= 3624$ Pferde, also mehr als das 5fache betragen.

VIII. Durchpressen von Löchern durch gußeiserne Platten.

Nach in England gemachten Versuchen brauchte es zum Durchpressen von kreisrunden Stücken von 8″ engl. Durchmesser durch gußeiserne Platten, nämlich

bei	einer	Plattendicke	von	$1\frac{1}{2}$″	einen	Druck	von	700 tons
"	"	"	"	2″	"	"	"	900 "
"	"	"	"	$2\frac{1}{2}$″	"	"	"	1250 "
"	"	"	"	$3\frac{1}{2}$″	"	"	"	2050 "

also durchschnittlich 3180 Kil. per □Centim. Durchschnittfläche.

Nr. 19.

Von der rückwirkenden Festigkeit der Körper.

Die rückwirkende Festigkeit (senkrechter Widerstand, rèsistance à l'écrasement) ist der Widerstand eines Körpers gegen das Zerdrücken.

Indem ein Stab seiner Längenrichtung nach zusammengedrückt wird, kann der Bruch durch Quetschung oder Biegung eintreten. Die Biegung findet statt, wenn die Länge oder Höhe des Stabes die kleinste Dimension des Querschnittes 3 bis 10mal übertrifft, je nach der materiellen Beschaffenheit des Stoffes. Wird die Biegung solcher Stäbe von der Seite her verhindert, so ist die Festigkeit des Ganzen nahezu so groß, wie die einzelner, kürzerer Theile desselben.

A. Rückwirkende Festigkeit durch Quetschung.

Die Festigkeit von Körpern von gleicher Natur ist proportionell mit der Sektion derselben. (Es versteht sich von selbst, daß hier der kleinste Querschnitt rechtwinklig zum Druck genommen werden muß.)

Erträgt also z. B. ein Körper von $1 \square^{\text{cm.}}$ Durchschnittsfläche einen Druck von 200^{k}, so erträgt einer von gleicher Natur und von $15 \square^{\text{cm.}}$ Sektion einen Druck von $15 \times 200 = 3000^{\text{k}}$.

I. Festigkeit der Steine.

	Dichtigkeit.	Festigkeit per □cm.
Basalt aus Schweden und der Auvergne	2,95	2000
Porphyr	2,87	2470k
Grüner Granit aus den Vogesen .	2,85	620
Grauer Granit id.	2,64	420
Harter Sandstein	2,50	870
Weicher Sandstein	2,48	10
Schwarzer Marmor aus Flandern	2,72	790
Harter Kalkstein bei Paris . . .	2,36	310
Weicher Kalkstein id.	2,07	120
Gelber Kalkstein bei Metz . . .	2,00	100
Blauer Gryphitenkalkstein id. (zu hydraulischem Kalk verwendet)	2,60	300
Weicher Kalkstein, dem Wasser widerstehend	1,82	60
Backstein, hart gebrannt . . .	1,56	150
Ziegelmauerwerk (an der Brittaniabrücke)	—	36
Gyps, mit Kalkmilch angerührt .	—	73
id., mit Wasser angerührt . . .	—	50
Gewöhnl. Mörtel aus Kalk u. Sand	—	35
Mörtel aus sehr hydraulischem Kalk	—	144
d. aus gewöhnlichem hydr. Kalk .	—	74

II. Festigkeit der Hölzer.

	Festigkeit per □cm
Rothtanne, in der Richtung der Fibern . .	405k
Weißtanne, " " " " " . .	475
Eiche, " " " " " . .	455

	Festigkeit per □cm.
Buche, in der Richtung der Fibern . . .	540k
Esche, " " " " " . . .	610
Eiche, senkrecht auf die Fibern	160

Anmerkung. Diese Zahlen gelten für gewöhnliche Trockenheit des Holzes; sehr trockenes Holz hat 10 bis 20 Procent mehr Festigkeit. Dieß gilt insbesondere beim Eichenholz.

III. Festigkeit der Metalle.

	Festigkeit per □cm.
Schmiedeisen	4900k
Gußeisen, aus größeren Massen genommen .	6800
id., in kleinen Stücken gegossen und durch die Abkühlung an der Oberfläche hart geworden	13000
Kanonenmetall	10000
Kupfer, auf 1/10 der Höhe zusammengepreßt .	3855
Messing, " " " " " .	3615
Zinn, " " " " " .	620
Blei, " " " " " .	145

Anmerkung. Die absolute Festigkeit des Schmiedeisens verhält sich zu seiner rückwirkenden wie 4 : 5; bei Gußeisen wie 1 : 6,5.

Nach Rondelet soll die Belastung bei Hölzern nie mehr als 1/5, bei Bausteinen und bei Schmiedeisen 1/10 und bei Gußeisen höchstens 1/4 der oben angegebenen Gewichte betragen.

Beispiel. Wie viel runde Pfähle von 24cm dickem Bauholz müssen eingerammt werden, um ein Bauwerk von 320 Tonnen (à 1000k) Gewicht zu tragen, wenn dieselben sich nicht biegen können und 10fache Sicherheit geben sollen?

Rückwirkende Festigkeit des Holzes, per □cm Querschnitt = 400k

Davon ist für 10fache Sicherheit nur zu nehmen . . = 40k

Sektion eines Pfahles (bei 24cm Durchmesser) . . . = 452□cm

Tragfähigkeit eines Pfahles . . . . . $40 \times 452 = 18080^k$

Anzahl der Pfähle . . . . $\frac{320 \times 1000}{18080} = 18.$

B. Rückwirkende Festigkeit gegen Biegung.

Für einen Stab, dessen Enden senkrecht zur Länge abgeschnitten sind und der sich frei biegen kann, gibt die Theorie folgende (von Beobachtungen etwas abweichende) Formeln:

Querschnitt rectangulär.

$$P = \frac{E\pi^2}{16} \cdot \frac{bh^3}{l^2}$$

Querschnitt rund.

$$P = \frac{E\pi^3}{12} \cdot \frac{d^4}{l^2}$$

P die Belastung des Stabes,
E der Modul der Elasticität,
b die größere, h die kleinere Dimension des Querschnittes,
d der Durchmesser des runden Stabes,
l die Länge des Stabes.

Man sieht hieraus, daß namentlich das Verhältniß der kleinsten Dimension des Querschnittes zur Länge die Festigkeit bedingt.

Nimmt man den Widerstand, welchen der Stab leistet, wenn die Länge und Dicke gleich sind, zur Einheit an, so ist nach Rondelet:

a) Für Schmiedeisen.

Verhältniß zwischen Länge und Dicke.	Verhältniß der Widerstände.	Widerstände per 1 □cm.
1	1	4800k
18	27/40	3240
27	1/2	2400
36	2/5	1929
45	5/16	1500
54	1/4	1200
63	1/5	960
81	1/8	600
92	1/10	480
100	1/12	400
108	1/16	300

b) Für Gußeisen.

Verhältniß zwischen Länge und Dicke.	Verhältniß der Widerstände.	Widerstände per 1 □cm.
1	1	9900k
4	2/3	6600
8	1/2	4950
15	1/3	3300
20	4/15	2640
34	1/5	1980
30	1/6	1650
36	2/15	1320

c) Für Bauhölzer.

Verhältniß zwischen Länge und Dicke	Verhältniß der Widerstände.	Widerstände per 1 □cm.
1	1	420k
12	5/6	350
24	1/2	210
36	1/3	140
48	1/6	70
60	1/12	35
72	1/24	17,5

Hodgkinson's Versuche mit gußeisernen Säulen zeigen:

1) daß bei langen Pfeilern von gleichen Dimensionen die Festigkeit beinahe 3mal größer ist, wenn die Enden eben und zur Länge, wie zur Richtung der Kraft senkrecht stehen, als wenn sie abgerundet sind;

2) daß die Festigkeit langer Pfeiler, wenn solche in der Mitte ihrer Länge etwas dicker gemacht werden, nur um circa 1/8 bis 1/7 vermehrt wird;

3) daß die Bruchbelastung beträgt für

$$\text{massive Säulen} = 10676\,\frac{d^{3,6}}{l^{1,7}}\ \text{Kilogramm},$$

$$\text{hohle Säulen} = 10676\,\frac{d^{3,6} - d'^{3,6}}{l^{1,7}}\ \text{"}$$

wo l die Länge in Decimetern,
" d,d' die beiden Diameter in Centimetern ausdrückt.

Hohle Säulen besitzen daher eine weit größere Festigkeit als massiv gegossene von gleichem Gewichte.

Vergleichung der rückwirkenden Festigkeit eines Pfeilers unter folgenden Umständen:

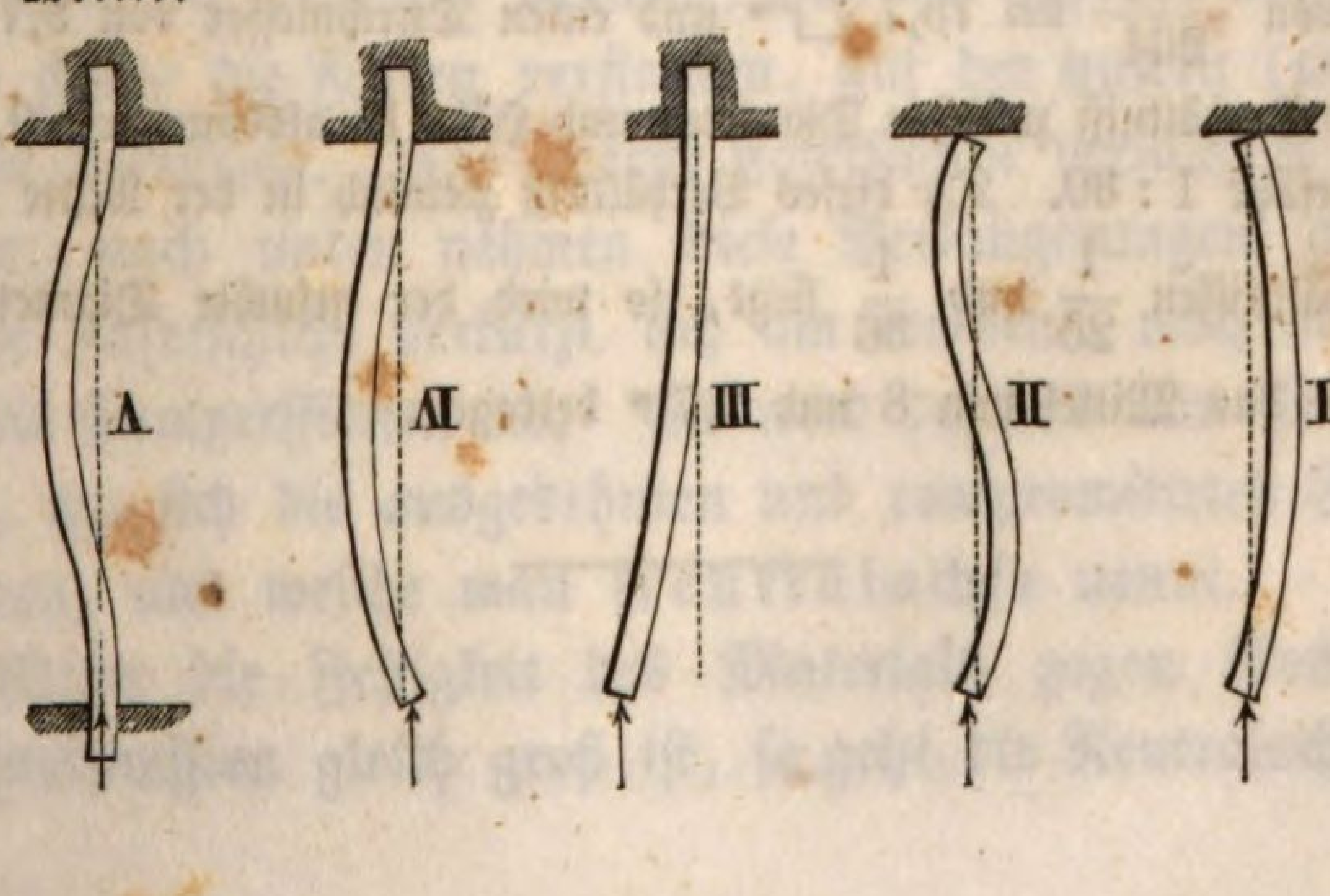
I. beide Enden senkrecht auf die Länge abgeschnitten und Biegung nach Einer Seite;

II. beide Enden senkrecht auf die Länge; jedoch doppelte Biegung nach entgegengesetzter Seite;

III. unteres Ende festgehalten, oberes frei schwebend und zur Seite ausweichend;

IV. unteres Ende festgehalten, oberes senkrecht zur Länge ohne zur Seite ausweichen zu können;

V. beide Enden festgehalten und Seitenbiegung in der Mitte.



Es verhalten sich die Festigkeiten von I : II : III : IV : V
wie die Zahlen 4 : 16 : 1 : 9 : 16.

Nach Rondelet sollen die permanenten Belastungen bei Hölzern nie mehr als $1/_5$, bei Bausteinen und geschmiedetem Eisen $1/_{10}$ und bei Gußeisen $1/_4$ der in der Tabelle angezeigten Bruchbelastung betragen. Gewöhnlich gibt man ihnen aber bedeutend weniger zu tragen, als die von Rondelet angegebenen Lasten.

Beispiel. Man verlangt den Durchmesser einer gußeisernen massiven Säule von 3 Meter Höhe zu wissen, welche 20000^k mit 5facher Sicherheit tragen kann.

Antwort. Nehmen wir das Verhältniß des Diameters zur Höhe der Säule wie 1 : 25 an, so ist die Festigkeit des Gußeisens für 1 $\square^{cm}$ Sektion, nach der Tabelle von Rondelet $= 1980^k$. Für 5fache Sicherheit ist hievon nur der fünfte Theil oder 396^k zu nehmen.

Aus dieser ergibt sich eine Sektion der Säule von $\frac{20000}{396} = 50{,}5\square^{cm}$ welche einen Durchmesser von circa 8^{cm} gibt.

Das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe der Säule ist hienach wie 8 : 300 oder 1 : $37^1/_2$.

Für ein Verhältniß vor 1 : 36 ist nach obiger Tabelle für 1 $\square^{cm}$ Sektion nur eine Last $= \frac{1320}{5} = 264^k$ zu rechnen. Dieß gibt eine Sektion von $\frac{20000}{264} = 75{,}7\ \square^{cm}$ und einen Durchmesser von $9{,}7^{cm}$.

Das Verhältniß zwischen Diameter und Höhe ist alsdann wie 9,7 : 300 oder ungefähr 1 : 30. Da dieses Verhältniß ziemlich in der Mitte zwischen den Verhältnissen $\frac{1}{25}$ und $\frac{1}{36}$ liegt, so wird der gesuchte Diameter auch annähernd das Mittel von 8 und $9{,}7^{cm}$ betragen.

Nr. 20.

Von der relativen Festigkeit.

Der Widerstand, den ein Körper einer Kraft entgegensetzt, welche senkrecht auf seine Längenrichtung wirkt und ihn soweit biegt, bis er bricht, heißt seine *relative* oder *transversale Festigkeit* (résistance à la flexion).

I. Von der Biegung und Neutralachse.

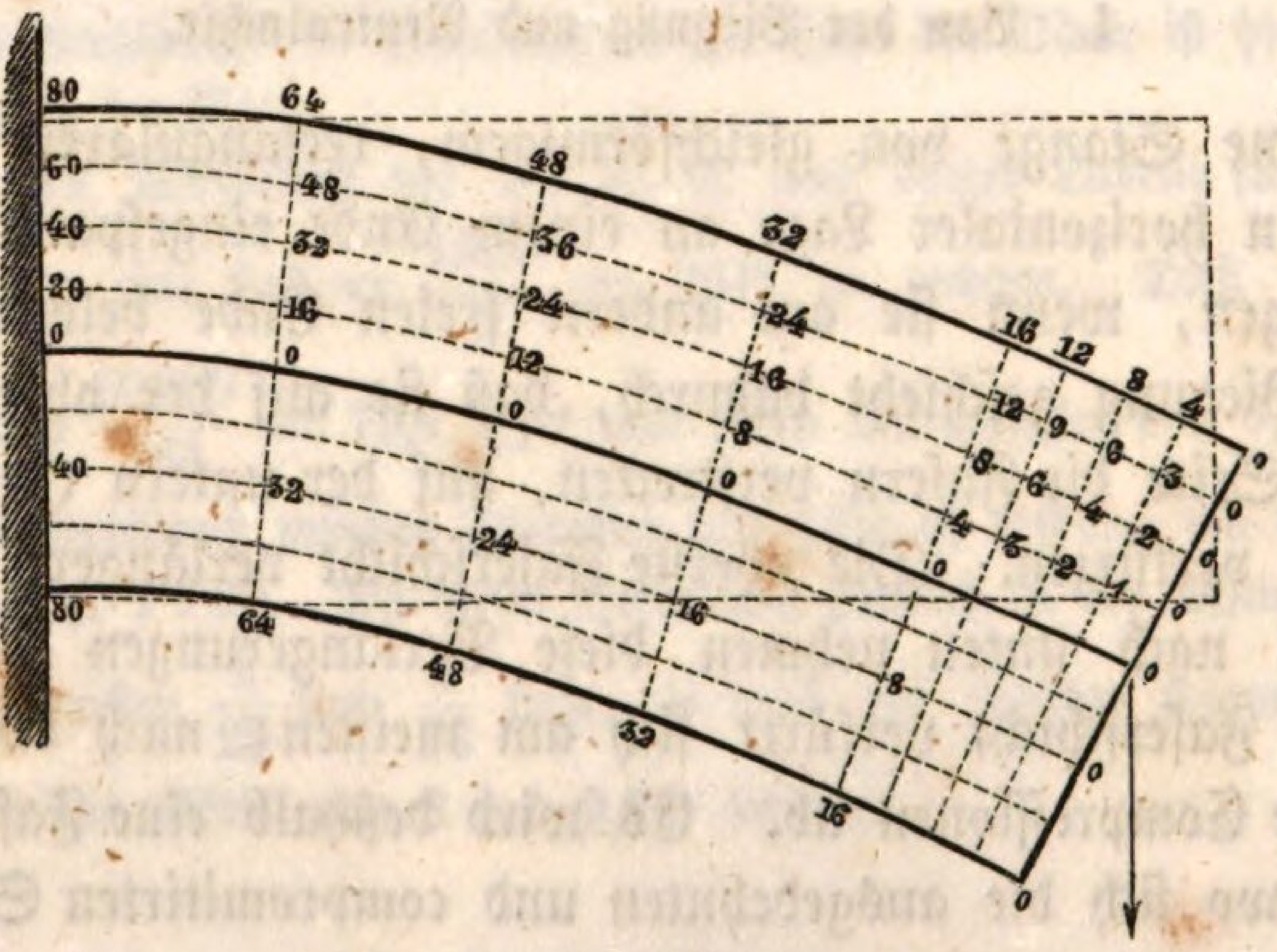
Eine Stange von gleichförmigem, rectangulärem Querschnitt in horizontaler Lage an einem Ende eingespannt, wird sich biegen, wenn sie am andern freien Ende belastet wird. Diese Biegung geschieht dadurch, daß sie auf der obern (convexen) Seite die Fasern verstrecken, auf der untern (concaven) dagegen verkürzen. Die oberste Faserschicht verlängert sich am meisten; nach unten nehmen diese Verlängerungen ab. Die unterste Faserschicht verkürzt sich am meisten; nach oben nehmen die Compressionen ab. Es wird deßhalb eine Faserschicht geben, wo sich die ausgedehnten und compromitirten Schichten begegnen, und welche man *Neutralachse* nennt.

Wenn die Festigkeit des Materials gegen Ausdehnung und Compression gleich groß ist, so geht die Neutralachse durch

den Schwerpunkt des Querschnitts, welche Form dieser Querschnitt auch haben mag. Ist die rückwirkende Festigkeit größer als die absolute, wie bei Gußeisen, so geht diese Achse unter dem Schwerpunkt der Sektion hindurch und umgekehrt.

Die Ausdehnungen und Compressionen der Fasern wachsen proportional mit den Entfernungen derselben von der Neutralachse. Eine und dieselbe Schichte wird aber nicht ihrer ganzen Länge nach gleich stark verstreckt oder verkürzt, sondern am Aufhängepunkt oder Last am wenigsten, an der befestigten Stelle am meisten, so daß Ausdehnung oder Verkürzung in derselben Schichte mit der Entfernung vom Aufhängepunkte proportional zunimmt.

In beistehender Figur ist das Verhältniß der Verstreckungen und Verkürzungen in einzelnen Schichten durch Zahlen anschaulich gemacht.



Diese Zahlen geben aber auch das Verhältniß der spannenden und pressenden Kräfte in diesen Fasern

an; also auch zugleich die Größe des Widerstandes, mit welchem sich die Fasern an der Festigkeit des Körpers betheiligen.

Würden sich alle Fasern oberhalb der Neutralachse gleich stark verstrecken und die darunter liegenden gleich stark comprimiren und wäre zugleich die Gefahr des Bruches für den Ober- und Untertheil gleich groß, so wäre die Transversalfestigkeit des Stabes ein Maximum. Man ersieht aus obiger Betrachtung:

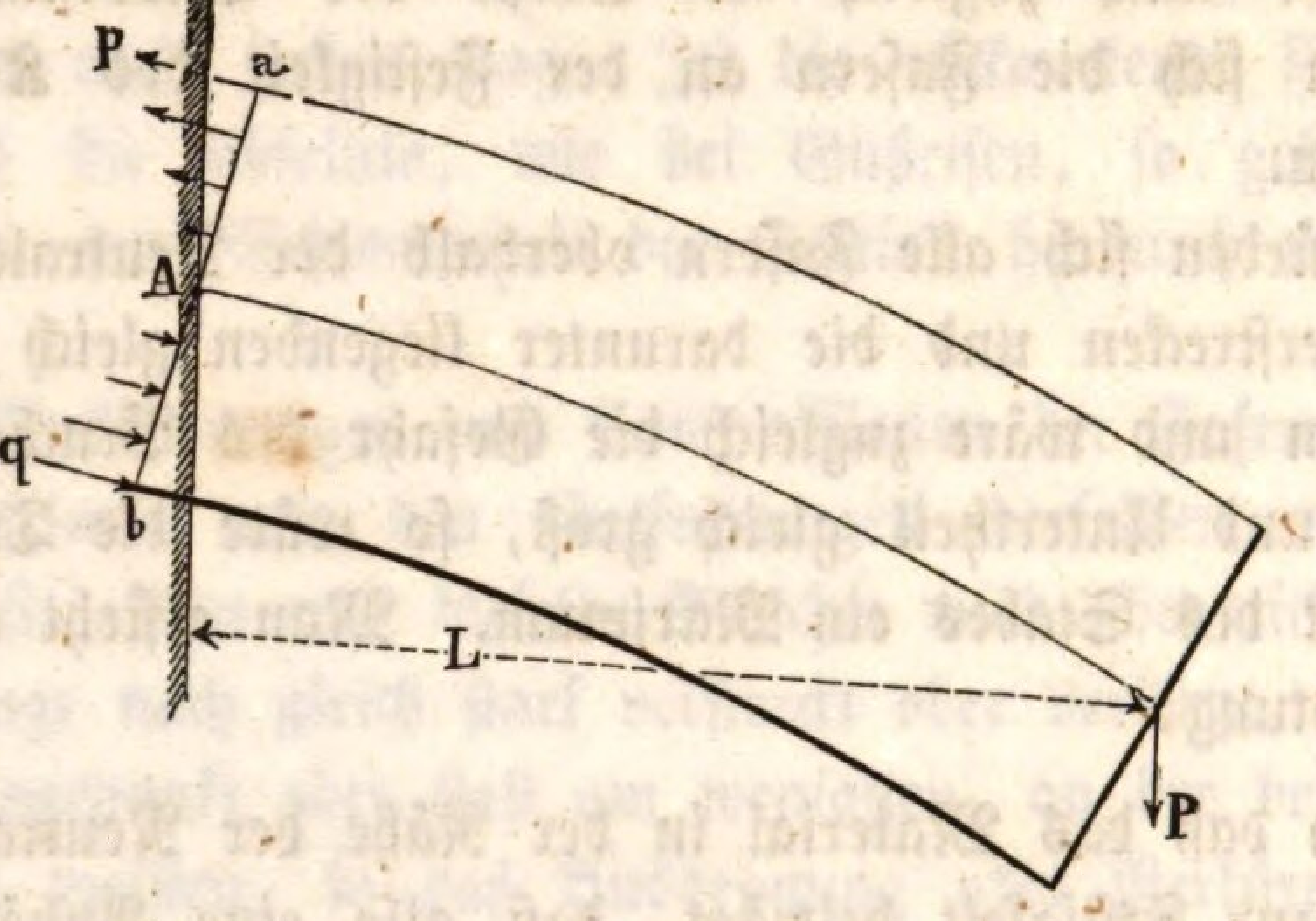
1) daß das Material in der Nähe der Neutralachse sehr wenig zur Festigkeit beiträgt, daß also eine Anhäufung des Materials in dieser Lage nutzlos ist;

2) daß bei einem prismatischen oder cylindrischen Träger der Bruch an der befestigten Stelle, in der obersten und untersten Schichte, eintreten muß, wenn er überhaupt erfolgt, und daß also nach jenen Seiten hin eine Vermehrung des Materials zweckmäßig ist.

Aus diesen Gründen trägt bei gleich großer Sektion eine quadratische Stange weniger als eine rektanguläre, wenn die letztere auf der hohen Seite liegt; die quadratische weniger, wenn sie auf die Kante gelegt wird, als wenn sie auf der Seite liegt; eine quadratische auf der Seite liegende mehr als eine kreisförmige; diese weniger als eine elliptische, die auf der hohen Seite liegt; u. s. w.

II. Vom Bruchmoment.

a) Eine Stange sey in horizontaler Lage an einem Ende eingespannt und am andern auf eine Länge L mit einem Gewichte P belastet.



Wie die Figur zeigt, werden die Fasern oberhalb der Neutralachse A längs der befestigten Stelle zerrissen und unterhalb A zerquetscht. Für den ersten Moment des Brechens findet eine Drehung um A statt.

Widersteht die oberste Schichte dem Zerreißen mit der Kraft p, so ist während des Drehens Aa der Hebelsarm der Kraft p; folglich das statische Moment, womit diese Schichte der Drehung widersteht, gleich $Aa \times p$.

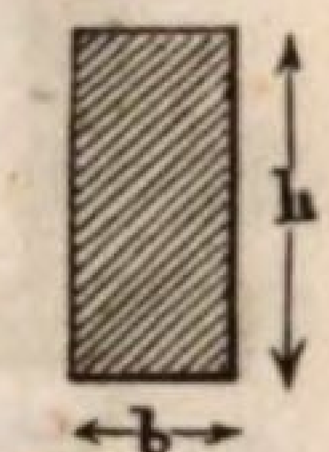
Widersteht die unterste Schichte dem Zerdrücken mit der Kraft q, so ist ihr Widerstandsmoment gleich $Ab \times q$. Jeder Schichte oberhalb A entspricht ein Moment wie $Aa \times p$, und jeder unterhalb A ein solches wie $Ab \times q$. Die Summe aller dieser Momente heißt Bruch- oder Festigkeitsmoment.

Der Bruch erfolgt, sobald das Moment der Kraft P oder PL diesem Bruchmoment gleichkömmt.

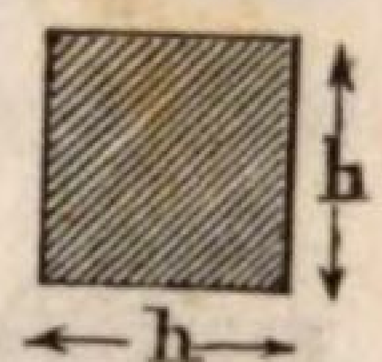
b) Zur Bestimmung der Transversalstärke von Körpern mit verschiedenen Sektionsformen sind durch Rechnung folgende Bruchmomente aufgefunden worden, in welchen R die Kraft bedeutet, durch welche eine Stange vom Querschnitt 1,

in der obersten Schichte liegend, in der Richtung seiner Länge zerrissen wird.

$$\text{Bruchmoment} = \frac{R}{6} \cdot b\,h^2$$



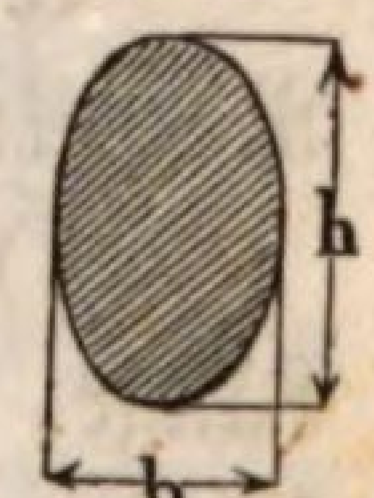
$$" = \frac{R}{6} \cdot h^3$$



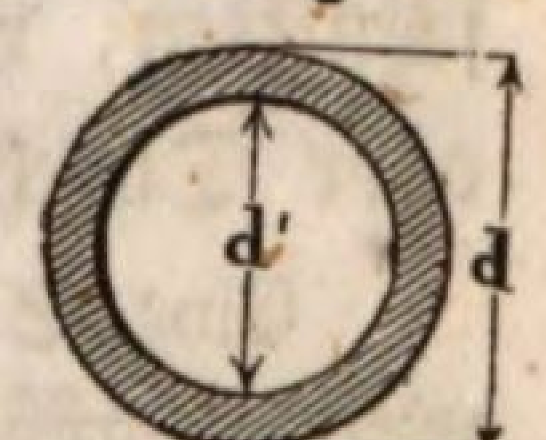
$$" = \frac{\pi R}{32} \cdot d^3$$



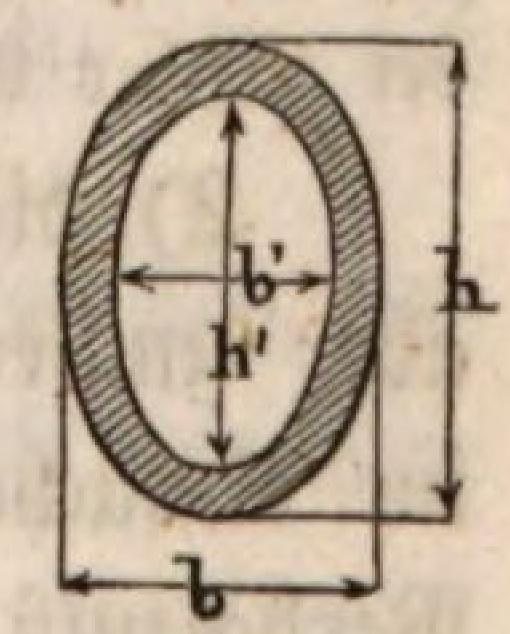
$$" = \frac{\pi R}{32} \cdot b\,h^2$$



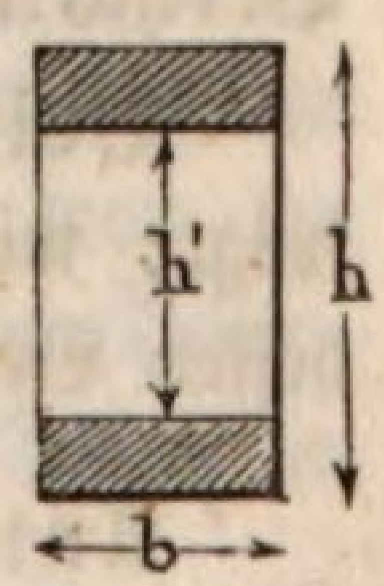
$$" = \frac{\pi R}{32} \cdot \frac{d^4 - d_{,}^4}{d}$$



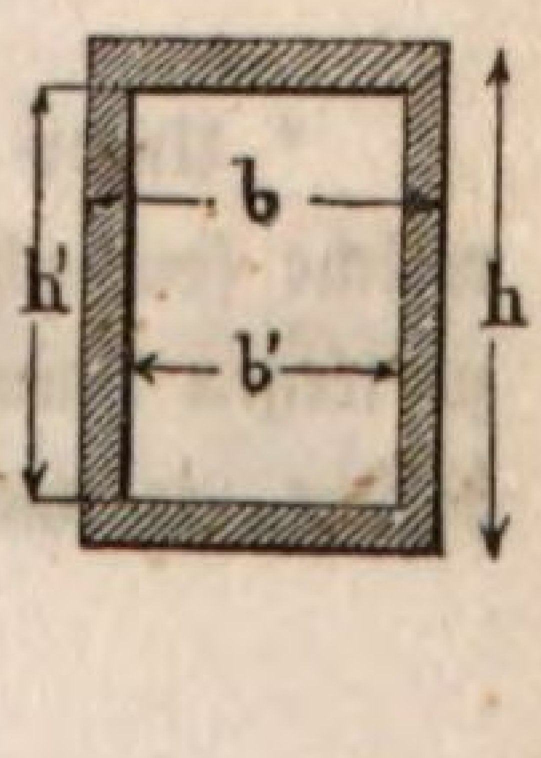
$$" = \frac{\pi R}{32} \cdot \frac{b\,h^3 - b_{,}h_{,}^3}{h}$$

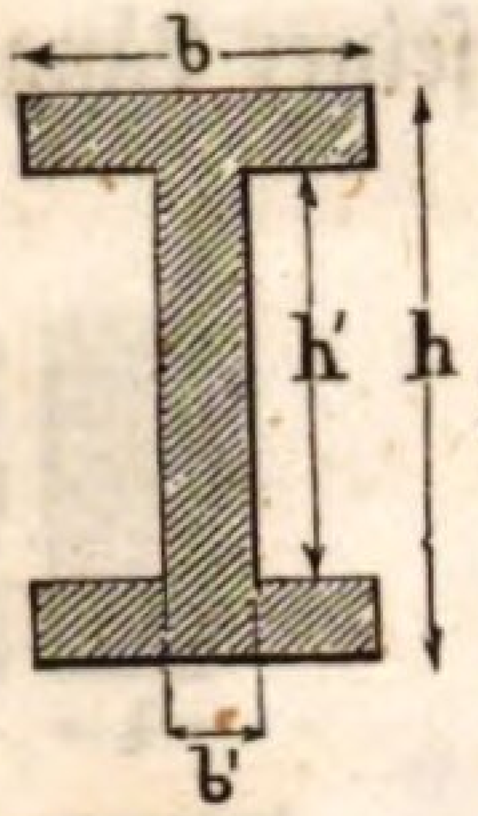


$$" = \frac{R}{6} \cdot \frac{b\,(h^3 - h_{,}^3)}{h}$$

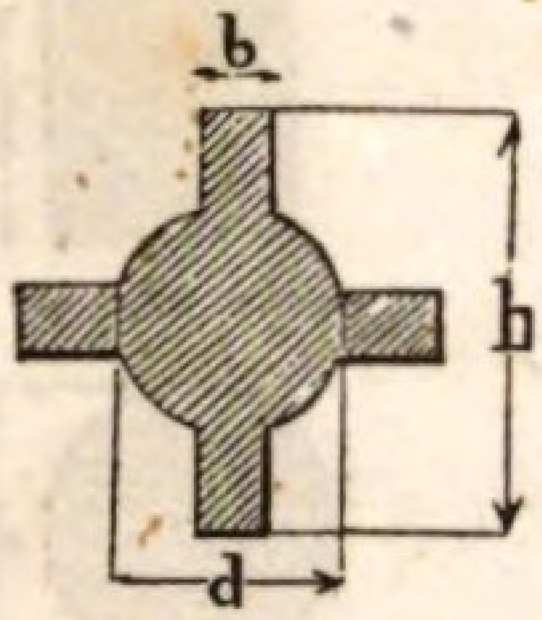


$$" = \frac{R}{6} \cdot \frac{b\,h^3 - b_{,}h_{,}^3}{h}$$





$$\text{Bruchmoment} = \frac{R}{6} \cdot \frac{b_{,}h_{,}^3 + b\,(h^3 - h_{,}^3)}{h}$$



$$〃 = \frac{R}{6} \cdot \frac{0{,}589\,d^4 + b\,(h^3 - d^3) + b^3(h - d)}{h}$$

Aus obigen Formeln gehen folgende praktische Regeln hervor:

1) die Transversalfestigkeiten zweier Balken von gleicher Länge, aber von verschiedenen quadratischen oder runden Querschnitten, verhalten sich zu einander wie die Kuben der Seiten oder Durchmesser dieser Querschnitte.

Eine Stange, deren quadratische oder runde Querschnittsfläche eine zweimal größere Seite oder einen zweimal größern Durchmesser hat, kann bei gleicher Länge ein achtmal größeres Gewicht tragen.

2) die Festigkeiten zweier Stangen von gleicher Länge, aber ungleichen rectangulären Querschnitten, sind zu einander im einfachen Verhältniß ihrer Breiten und im quadratischen Verhältniß ihrer Höhen.*

Beispiel. Wenn ein Balken von 12″ Höhe und 8″ Breite 1000^k trägt, wie viel trägt ein anderer von gleicher Länge, dessen Höhe 9″ und dessen Breite 7″ ist?

Antwort. $1000^k \times \frac{7}{8} \times \frac{9^2}{12^2} = 492^k$

* Unter Höhe versteht man immer diejenige Dimension des Körpers, welche senkrecht zu stehen, unter Breite hingegen diejenige, welche horizontal zu liegen kommt. Die nämliche Dimension kann also bald Höhe, bald Breite heißen, je nachdem der Körper auf diese oder auf jene Seite gelegt wird.

3) Wird ein rektangulärer Stab aus der flachen Lage auf die hohe Kante gelegt, so ändert sich seine transversale Festigkeit im Verhältniß der Breite zur Höhe.

4) Bei gleich großen Sektionen verhält sich die Stärke einer runden Stange zu der einer quadratischen wie 5 : 6 und das gleiche Verhältniß hat statt zwischen der Seite des Quadrates und dem Durchmesser, wenn beide Stangen gleiche Transversalstärke haben sollen.

5) Die Festigkeit eines quadratischen Blechrohres verhält sich zu derjenigen eines runden, dessen Durchmesser der Seite des erstern gleich ist:

bei gleicher Blechdicke wie $16 : 3\pi = 1 : 0{,}59$,

Bei gleichem Querschnitte wie $4 : 3 = 1 : 0{,}75$.

6) Bei hohlen cylindrischen oder elliptischen Trägern von gleicher Länge, deren Metalldicke gegenüber dem Durchmesser gering ist, verhalten sich die Festigkeiten wie ihre Querschnitte, multiplicirt mit den Höhen der Querschnitte.

Hat also eine runde Blechröhre, bei gleicher Medalldicke, den doppelten Durchmesser einer andern, so ist ihr Querschnitt das Doppelte und ihre Festigkeit das Vierfache der andern.

7) Die Festigkeiten ähnlicher Träger verhalten sich wie die Quadrate ihrer linearen Dimensionen, also auch wie ihre Querschnittsflächen.

Beispiel. Bei dem Röhrenmodelle der Conway-Brücke, welches von Fairbairn und Stephenson zu ihren Versuchen benutzt wurde, war der Querschnittt = 54 □″ (engl.) und die Belastung in der Mitte der Träger 89,15 Tons. Welche Belastung kann die ausgeführte Conway-Brücke in der Mitte aushalten, wenn ihr Querschnitt = 1530 □″ ist?

$$\text{Gesuchte Belastung} = 89{,}15 \times \frac{1530}{54} = 2526 \text{ Tons.}$$

8) Bei gleichem Querschnitt leistet eine hohle Stange mehr Widerstand als eine massive, und zwar ist ihre Stärke

desto größer, je größer der innere Durchmesser zum äußern ist. Gewöhnlich macht man denselben bei Gußeisen nicht größer als $^5/_6$ des äußern Diameters.

9) Aus Obigem folgt, daß ähnliche und aus gleichem Material gebaute Maschinen relativ fester sind, je kleiner sie sind; denn das Gewicht der Theile verhält sich wie die Kuben der Lineardimensionen, die Stärke wie die Quadrate derselben.

Oder ist die Maschine A nach einem 3mal kleineren Maßstab als die Maschine B gebaut, so ist jeder Theil 27mal leichter, aber nur 9mal schwächer, da die Verkürzung der Stücke die transversale Festigkeit vermehrt.

III. Beste Querschnittsformen.

Die allgemeinen Bedingungen für gute Querschnitte sind:

1) das Material soll möglichst weit von der Neutralachse entfernt werden;

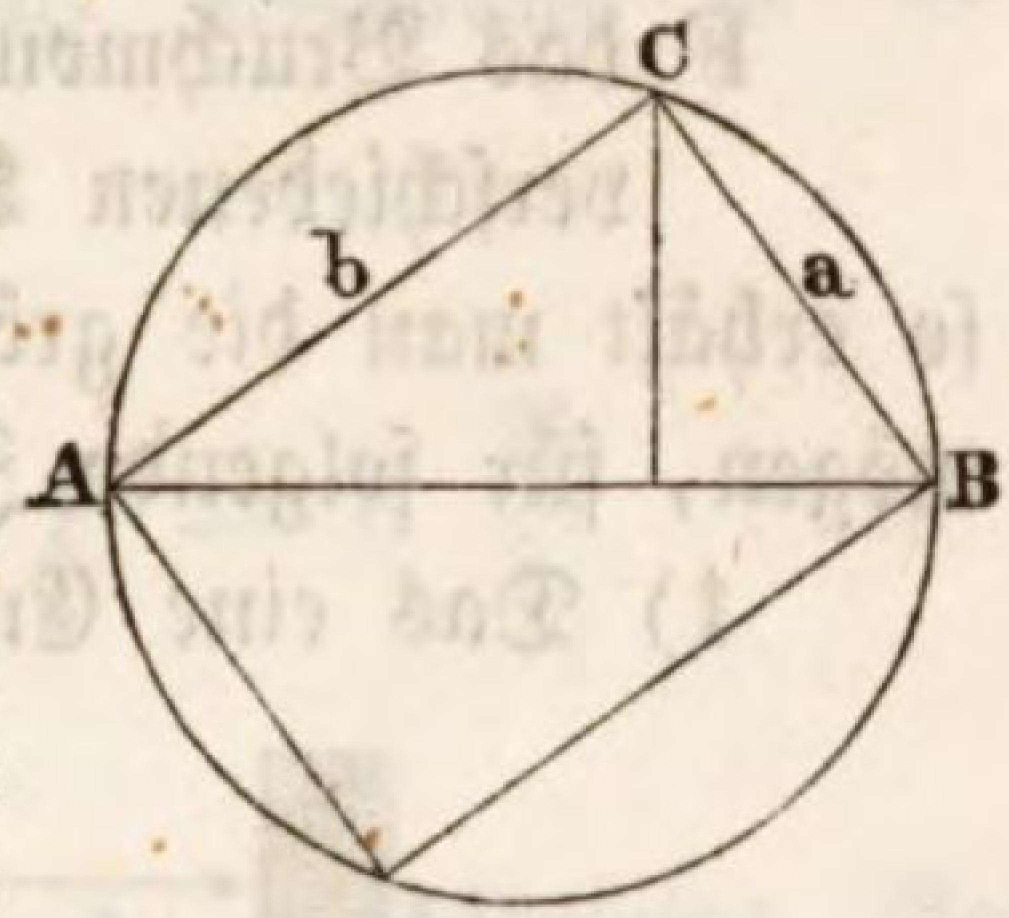
2) für Material, das gleichen Widerstand gegen das Zusammendrücken und Ausdehnen leistet, soll der Stoff zu beiden Seiten der Neutralachse gleichförmig vertheilt werden;

3) ist der Widerstand gegen das Zusammendrücken größer als gegen die Ausdehnung, so muß man auf der Seite, auf welcher der Stab ausgedehnt wird, den Querschnitt in entsprechender Weise vergrößern.

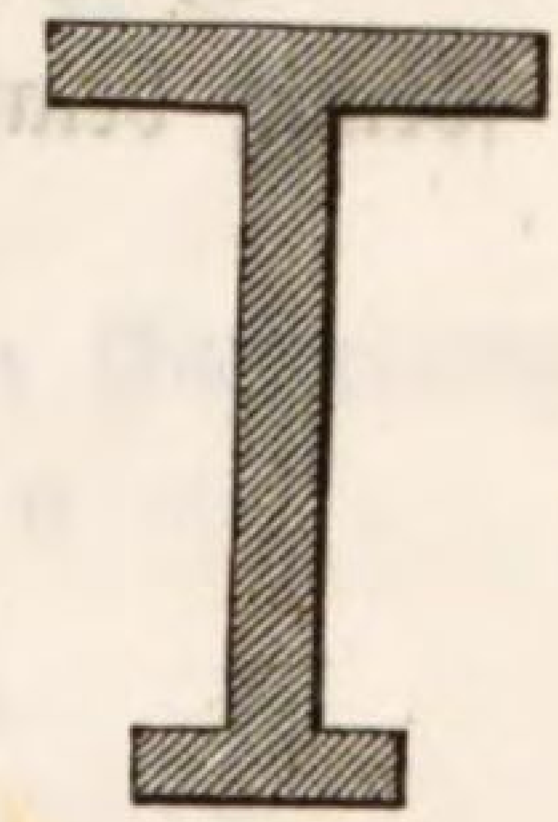
Specielle Regeln über beste Querschnitte sind folgende:

1) Um aus einem runden Baumstamme einen Balken zu bilden, der die größtmöglichste Stärke besitze, müssen sich die Quadrate der beiden Seiten des Rektangels zu dem des Baumdurchmessers verhalten wie 1 : 2 : 3, wonach sich die Breite des Balkens zu dessen Höhe verhalten wird wie 5 : 7.

Diese Sektion kann man leicht auf folgende geometrische Weise finden: man fälle auf den Drittel des Diameters AB eine Senkrechte und verbinde den Punkt C, wo dieselbe den Kreis trifft, mit den Punkten A und B, so erhält man die Seiten AC und CB, und zieht man die zwei andern Seiten diesen parallel, so hat man die Sektion der Stange, welche den größtmöglichen Widerstand leisten kann.



2) **Beste Querschnittsform für gußeiserne Träger**, nach den Versuchen in der Eisengießerei zu Leamington. An einem Ende horizontal eingespannt, am andern belastet.



Sektion der untern Flansche = 1/5 der Sektion der obern Flansche + 1/10 der Sektion der Mittelrippe.

Nach Cübitt soll dieser Querschnitt folgende Verhältnisse haben:

Breite der Unterflansche	= 1
„ „ Oberflansche	= 2,17
Dicke beider Flanschen	= 0,3
Dicke der Mittelrippe	= 0,25
Ganze Höhe der Sektion	= 6,35.

IV. Vergleichung der Festigkeit eines Trägers je nach der Art seiner Unterstützung und Belastung.

Es wirke die Last in senkrechter Richtung auf die Länge eines Trägers, und es bezeichne:

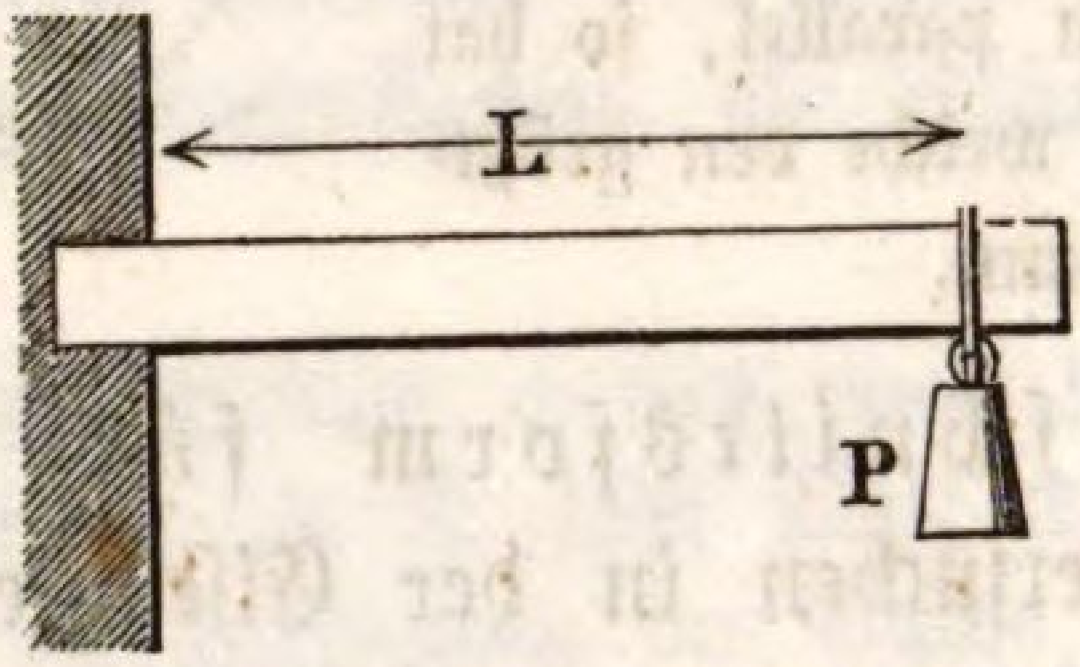
P die Belastung, welche dem Bruch entspricht,

L die Länge des Trägers, also PL das statische Moment der Belastung und

F das Bruchmoment, wie dasselbe auf Seite 143 für die verschiedenen Querschnittsformen angegeben ist,

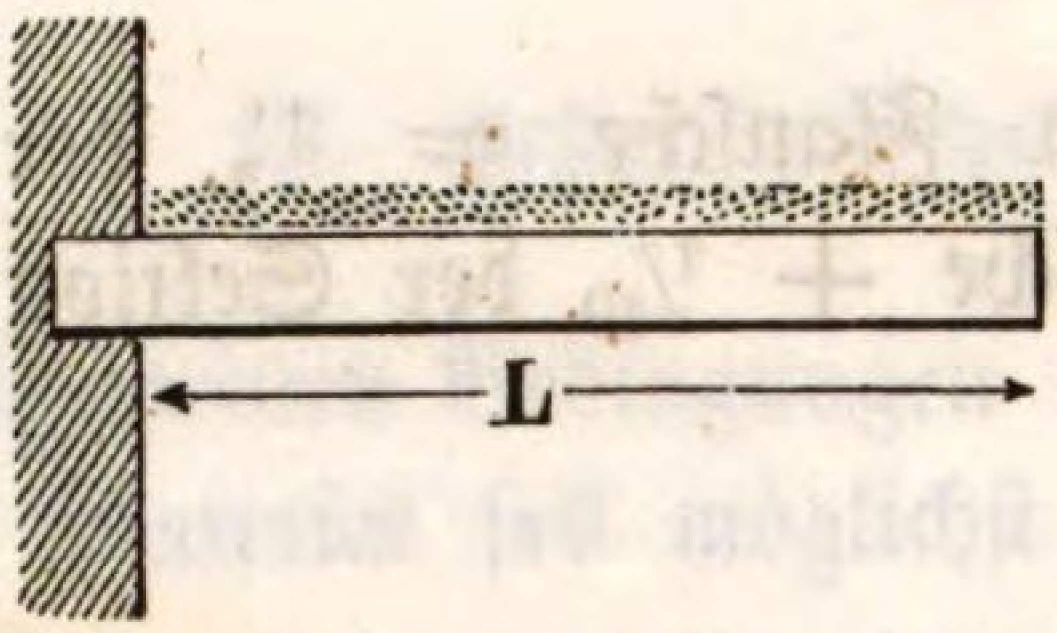
so erhält man die größte Belastung, d. h. das Tragungsvermögen, für folgende Zustände des Trägers:

1) Das eine Ende festgehalten, das andere belastet:



$$P = \frac{F}{L}$$

2) Das eine Ende festgehalten, die ganze Länge gleichförmig belastet;



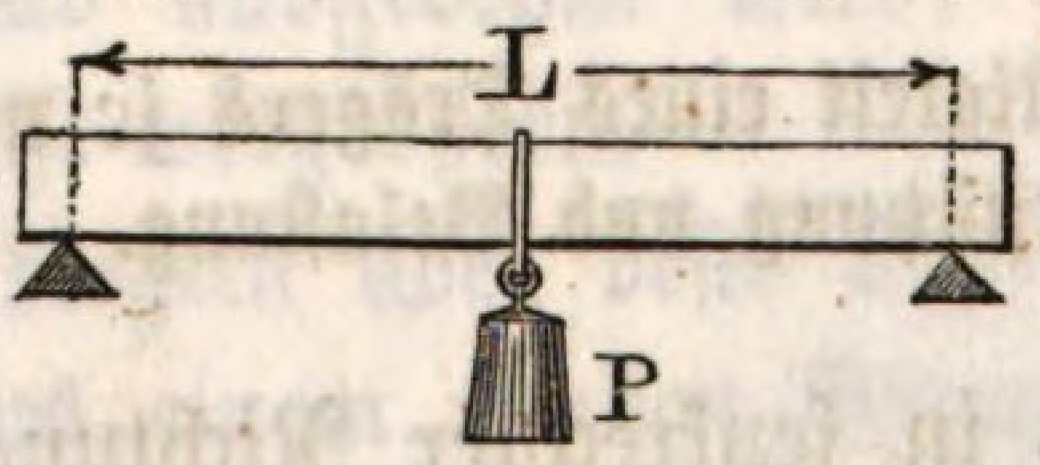
$$P = 2\,\frac{F}{L}$$

3) Die Mitte unterstützt, die beiden Enden gleich stark belastet:



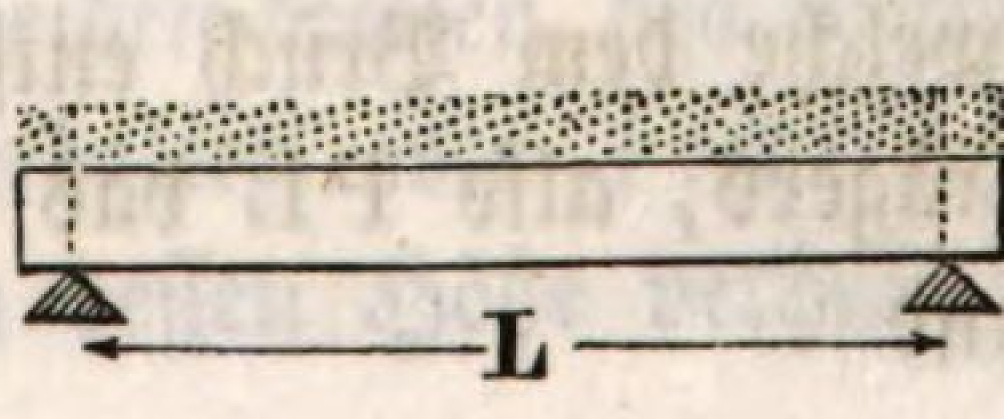
$$P = 4\,\frac{F}{L}$$

4) Die beiden Enden unterstützt, die Mitte belastet:



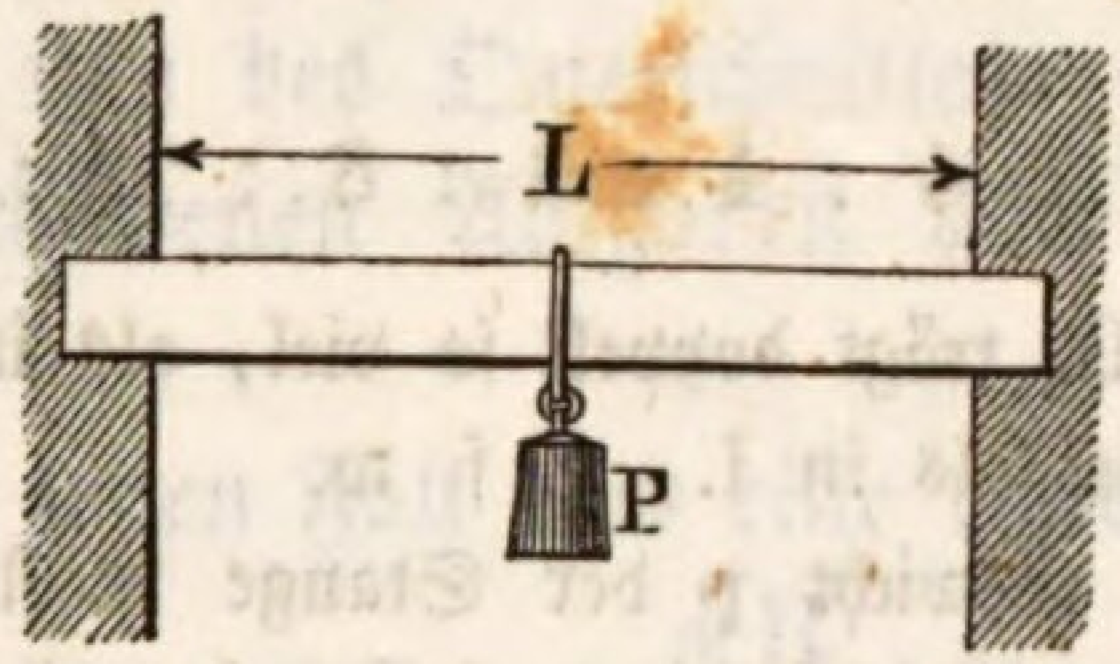
$$P = 4\,\frac{F}{L}$$

5) Unterstützung beider Enden und gleichförmige Belastung:



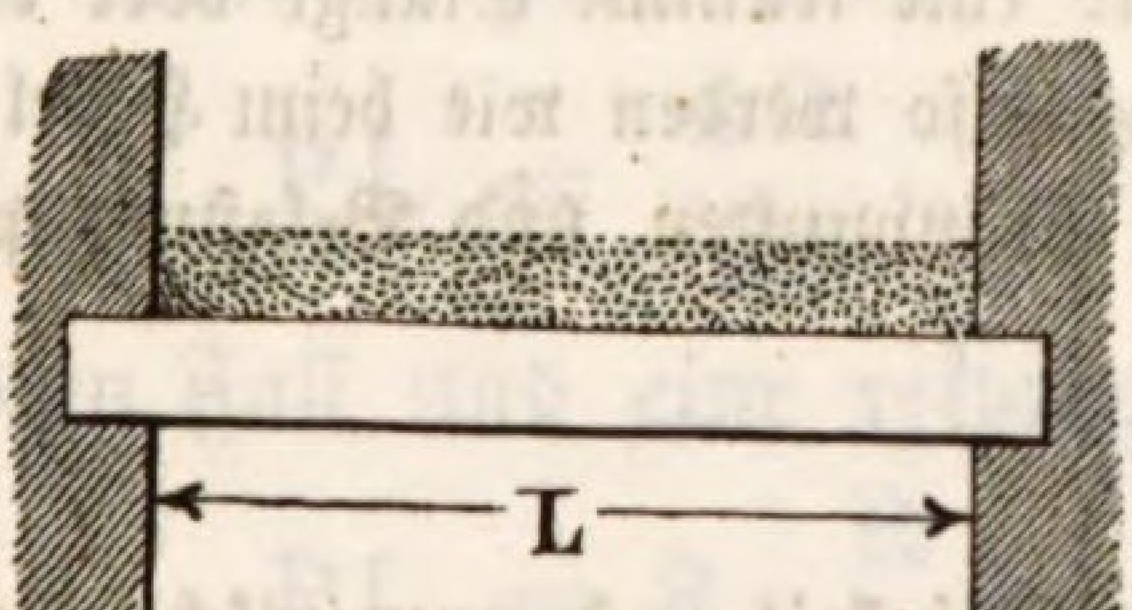
$$P = 8\,\frac{F}{L}$$

6) Festhaltung beider Enden und Belastung in der Mitte:



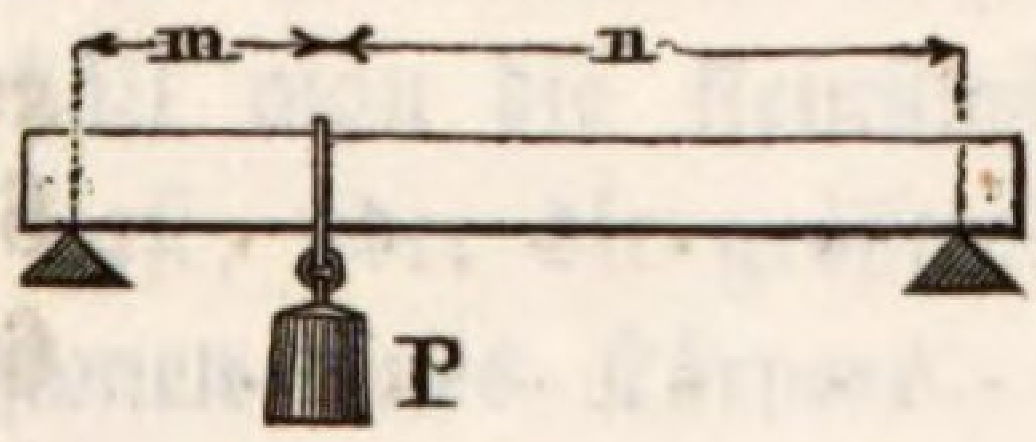
$$P = 8 \frac{F}{L}$$

7) Festhaltung beider Enden und gleichförmige Belastung:



$$P = 12 \frac{F}{L}$$

8) Beide Enden unterstützt, die Last in der Entfernung m und n von den Stützpunkten, so daß $m + n = L$.



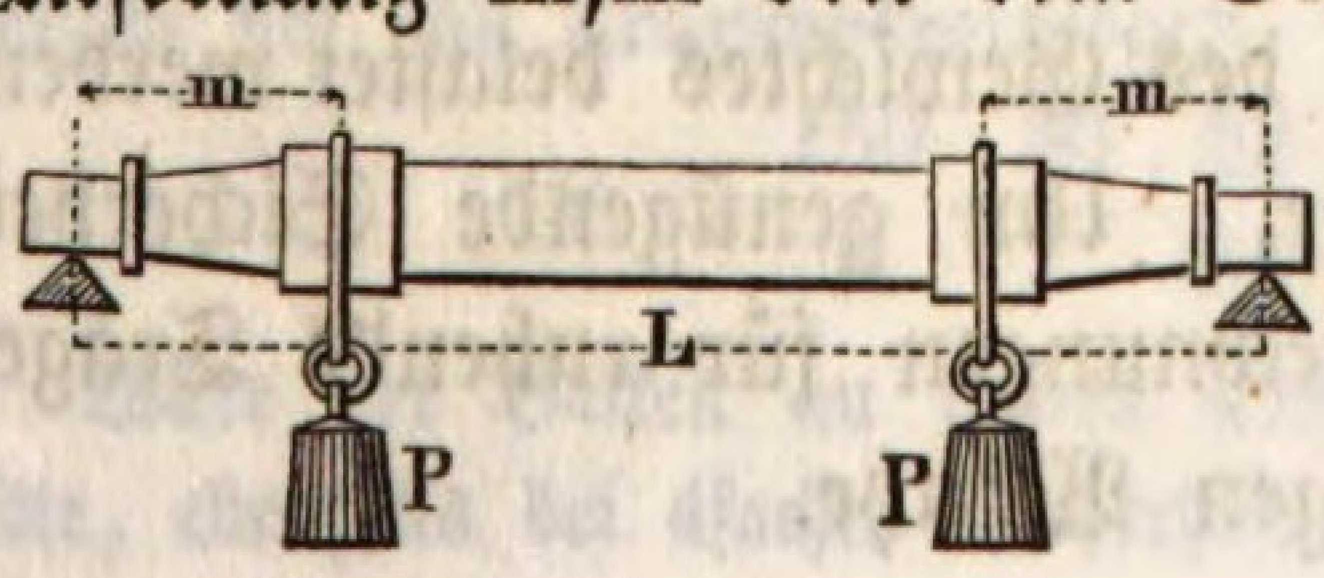
$$P = \frac{L^2}{m n} \cdot \frac{F}{L}$$

Druck auf die Stütze auf der Seite von $m = \frac{n}{L} P$

" " " " " " " " $n = \frac{m}{L} P$

Es hat also derjenige Stützpunkt am meisten zu tragen, der am nächsten beim Aufhängepunkt der Last liegt.

9) Beide Enden unterstützt und Gewichte P,P in der Entfernung m,m von dem Stützpunkte angebracht.



$$P = \frac{F}{m} \text{ oder } P = \frac{L}{m} \cdot \frac{F}{L}$$

Hieraus ergibt sich durch Vergleichung:

für die Reihenfolge der Zustände	I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII. IX.
das Verhältniß der Bruchbelastungen	$1 : 2 : 4 : 4 : 8 : 8 : 12 : \frac{L^2}{m \cdot n} : \frac{L}{m}$

d. h. die Stange im Zustand II. trägt doppelt so viel, als im Zustand I.; im Zustand V. acht Mal so viel als in I., u. s. w.

Will man auch noch das Gewicht p der Stange selbst in Rechnung bringen, und ist die Sektion und Dichtigkeit derselben in allen Punkten die nämliche, so ist in allen diesen Fällen statt P, $P + \frac{1}{2}\,p$ zu setzen.

Ist der belastete Gegenstand eine krumme Stange oder ein Winkelhebel, oder hat derselbe eine schiefe Lage, so werden wie beim Hebel bloß die wagrechten Distanzen zwischen den Stützpunkten und Belastungspunkten in Berechnung gezogen.

V. Modul der Transversalfestigkeit und numerische Berechnungen.

Die Werthe für den Modul R der transversalen Festigkeit sind:

	Kil. per 1 □cm.
für Eichenholz	675
„ Tannenholz	600
„ Gußeisen	1800—3000
„ Schmiedeisen, dünne Stücke	6000
„ Schmiedeisen, dicke Stücke	4000
„ Röhren aus Blech	3500

Nach Banks und Tretgold darf ein ruhender Träger, um keiner Gefahr ausgesetzt zu werden, nie mehr als mit dem Drittel, ein solcher dagegen, der zu einer drehenden Bewegung bestimmt ist und daher keine bedeutenden Biegungen erleiden darf, höchstens mit dem Fünftel des Gewichtes belastet werden, welches denselben brechen würde. Um genügende Sicherheit zu haben, nehme man bei Berechnungen für ruhende Träger $\frac{1}{4}$, für Wellbäume $\frac{1}{6}$ der obigen Werthe.

Setzt man in die vorstehenden Formeln (IV) für F das Bruchmoment, so erhält man, mit Berücksichtigung der Belastungsweise und des Querschnittes, eine Gleichung, aus der sich die verschiedenen Aufgaben über Transversalstärke lösen lassen.

Für den ersten Fall und eine runde Sektion hat man z. B.

$$PL = \frac{\pi R}{32} \cdot d^3$$

für eine hohle Sektion hätte man:

$$PL = \frac{\pi R}{32} \cdot \frac{d^4 - d'^4}{d}$$

Für den sechsten Fall und eine rektanguläre Sektion hat man:

$$PL = 8 \cdot \frac{R}{6}\, bh^2 \text{ u. s. w.}$$

Indem man nun in diesen Gleichungen sämmtliche bekannte Werthe (in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt) einsetzt, so erhält man die kleinstmöglichsten Dimensionen für eine gegebene Last, oder die größtmöglichste Last für die gegebenen Dimensionen eines Körpers.

Beispiel 1. Ein Balken von Tannenholz sey an einem Ende eingespannt, am andern belastet; wie viel trägt derselbe, bei 4facher Sicherheit, wenn er 6^{m} lang, 30^{cm} breit 32^{cm} hoch ist?

Nach S. 150 ist für den Bruch zu nehmen $R = 600^{kil.}$, also bei 4facher Sicherheit nur $R = 150^{kil.}$

Setzt man die angegebenen Dimensionen in Centimetern in die Formel des Bruchmomentes

$$PL = \frac{R}{6}\, bh^2 \text{ oder } P = \frac{R}{6} \times \frac{bh^2}{L}$$

so ergibt sich das Tragungsvermögen

$$P = \frac{150}{6} \cdot \frac{30\,.\,32\,.\,32}{600} = 1280^{kil.}$$

Wäre der Balken an beiden Enden unterstützt, so könnte er in der Mitte, ebenfalls bei 4facher Sicherheit, 4mal mehr oder $5120^{kil.}$ tragen.

Soll das Gewicht des Balkens berücksichtigt werden, so ist die Hälfte desselben vom berechneten Tragvermögen abzuziehen.

Das Gewicht des Balkens ist $= 0{,}3 \times 0{,}32 \times 6 \times 550 = 316^{kil.}$

Also das Tragvermögen am freien Ende $1280 - \frac{316}{2} = 1122^{kil.}$

" " " in der Mitte $5120 - \frac{316}{2} = 4962^{kil.}$

Beispiel 2. Wie viel Gewicht kann ein runder, gußeiserner Wellbaum, welcher 285 Centimeter Länge und 20^{cm} Durchmesser hat, ohne Gefahr tragen, wenn derselbe auf beiden Seiten unterstützt und das Gewicht in der Mitte desselben angebracht ist?

Ohne Berücksichtigung des Gewichtes der Welle ist

$$P = 4\frac{F}{L}, \text{ also } P = 4\frac{\pi R}{32} \cdot \frac{d^3}{L}$$

Für 5fache Sicherheit ist hierin zu setzen $R = 500^{kil.}$; folglich

$$P = 4 \times \frac{3{,}14 \,.\, 500^k}{32} \cdot \frac{20 \,.\, 20 \,.\, 20^{cm}}{285^{cm}} = 5509^{kil.}$$

Nun ist das Gewicht der Welle $= 0{,}0314 \times 2{,}^m85 \times 7200^k = 644^k$

Folglich Tragfähigkeit der Welle $= 5509 - \frac{644}{2} = 5187^{kil.}$

Beispiel 3. Welche Dicke muß eine quadratische Stange von Schmiedeeisen haben, welche an beiden Enden unterstützt, und auf jeder Seite und zwar in der Entfernung von 80 Centimeter vom Stützpunkte mit einem Gewichte von 1800 Kil. belastet ist?

Nach dem 9ten Falle S. 149 hat man

$$Pm = P'm' = \frac{R}{6} \,.\, h^3; \; h^3 = \frac{6\,Pm}{R}$$

wenn $R = 1500^k$, so ist $h^3 = \frac{6 \,.\, 1800 \,.\, 80}{1500}$, folglich

Seite des Quadrates $h = \sqrt[3]{576} = 8{,}3$ Centimeter.

Soll das Gewicht der Stange ebenfalls berücksichtigt werden, so ist dasselbe für letztere Dimension, wenn die ganze Länge derselben = 5 Meter ist: $= 0{,}083 \times 0{,}083 \times 5^{cm} \times 7788^k = 268^k$.

Davon ist die Hälfte oder 134^k zu der Belastung von 1800^k zu addiren und die Rechnung zu wiederholen. Man erhält alsdann:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6 \times 1934 \times 80}{1500}} = \sqrt[3]{618} = 8{,}5 \text{ Centimeter.}$$

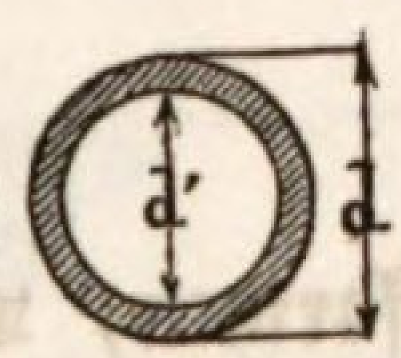
VI. Von der Größe der Biegungen.

Es sey ein Träger in horizontaler Lage an einem Ende eingespannt, am andern belastet, so beträgt die Senkung u am freien Ende:

für einen rektangulären Träger  ... $u = 4 \frac{P}{E} \cdot \frac{L}{bh^3}$

für einen Träger von der Sektion  ... $u = 4 \frac{P}{E} \cdot \frac{L^3}{b\,(h^3 - h_,^3)}$

für einen runden massiven Träger  ... $u = 4 \frac{64}{3\pi} \cdot \frac{P}{E} \cdot \frac{L^3}{d^4}$

für einen runden hohlen Träger  ... $u = \frac{64}{3\pi} \cdot \frac{P}{E} \cdot \frac{L^3}{d^4 - d_,^4}$

Wobei P die Last am freien Ende, in Kil.,
E der Modul der Elasticität, in Kil. per 1□^{cm} Querschnitt,
L die Länge des Trägers bedeutet (alle Maaße in Centimetern ausgedrückt).

Der Träger senkt sich durch sein eigenes Gewicht um $^3/_8$ derjenigen Senkung, die er annähme, wenn dieses Gewicht am freien Ende als Last wirkte.

Beispiel. Wie viel wird ein Balken von Eichenholz, der an einem Ende festgehalten, am andern mit 2400^k belastet ist, sich senken, wenn seine Breite 20^{cm}, seine Höhe 30 und seine Länge 3^m beträgt?

1) Senkung durch die Last von 2400 Kil.

$$P = 2400^k \quad E = 120000^k \quad L = 300^{cm}$$

$$u = 4 \times \frac{2400}{120000} \times \frac{300^3}{20 \times 30^3} = 4^{cm}$$

2) Senkung durch sein eigenes Gewicht:

Gewicht $3^m \times 0{,}2 \times 0{,}3 \times 900^k = 1620^k$

Senkung $u = \frac{3}{8} \times 4 \times \frac{1620}{120000} \times \frac{300^3}{20 \times 3^3} = 1{,}01^{cm}$

Die totale Senkung beträgt daher

$$4 + 1{,}01 = 5{,}01 \text{ Centimeter.}$$

Es werde ein Träger in die 7 ersten Zustände, wie sie in der vorigen Abtheilung (IV.) angenommen wurden, versetzt; so verhalten sich die Senkungen, welche den Bruchbelastungen entsprechen, in gleicher Reihenfolge, wie

$$1 : {}^3/_4 : {}^1/_4 : {}^1/_4 : {}^5/_{16} : {}^1/_6 : {}^3/_{32}$$

Sollen in diesen 7 Fällen die Belastungen gleich groß seyn, jedoch die größte Biegung (nämlich bei Zustand 1) die Elasticitätsgrenze nicht überschreiten, so ist das Verhältniß der Senkungen, in gleicher Reihenfolge, wie

$$1 : {}^3/_8 : {}^1/_8 : {}^1/_{16} : {}^5/_{126} : {}^1/_{64} : {}^1/_{126}$$

VII. Bestimmung der Trägerformen, welche in allen Querschnitten gleiche Transversalstärke darbieten.

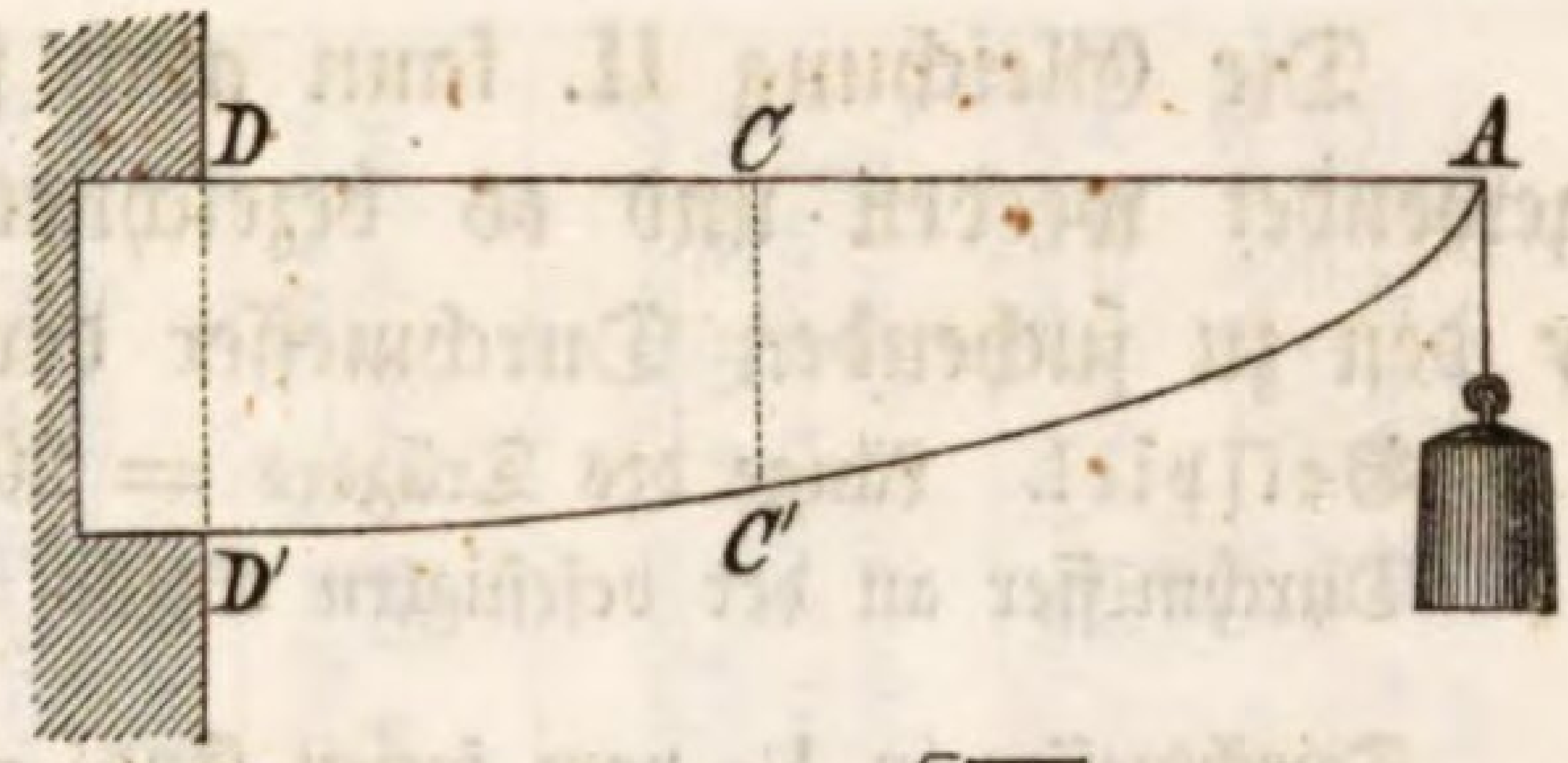
Da bei einem cylindrischen oder prismatischen Träger der Bruch an der befestigten Stelle eintritt, so folgt, daß bei einem Träger, der in allen Querschnitten gleiche Transversalstärke besitzen soll, diese Querschnitte nach dem Aufhängepunkt der Last hin abnehmen müssen.

Nun verhalten sich die Festigkeiten zweier Stangen bei gleicher Breite wie die Quadrate ihrer Höhen, bei gleicher Höhe dagegen direkte wie ihre Breiten. Es folgt daraus, daß ein Stab, welcher auf seiner ganzen Länge den gleichen Widerstand leisten soll, bei gleicher Breite im Aufrisse die Form einer Parabel, bei gleicher Höhe dagegen im Grundrisse die Form eines Dreiecks erhalten muß, dessen Scheitel am Punkte ist, wo die Last angebracht wird.

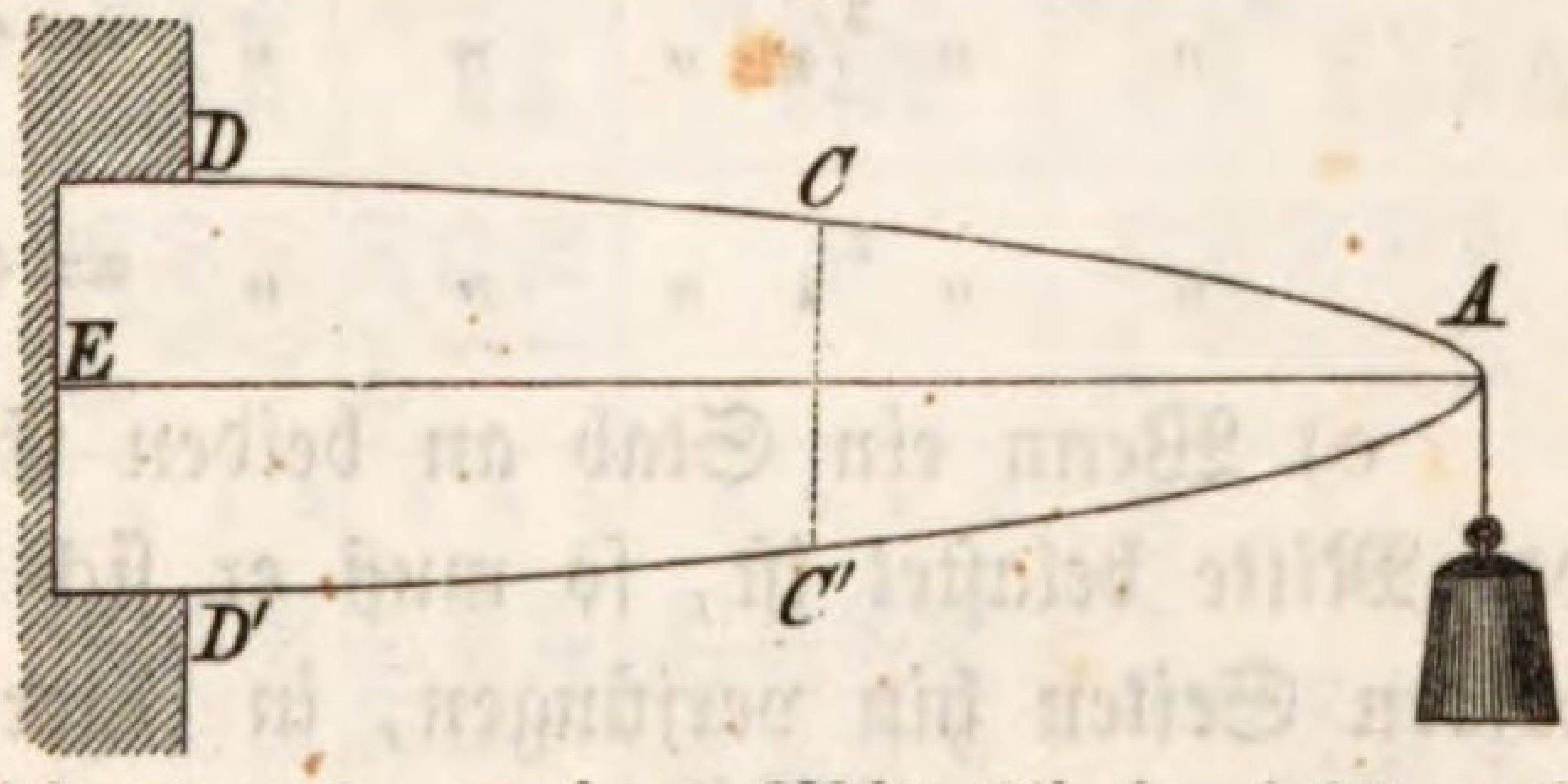
a) Bei gleicher Breite findet man daher an irgend einem Punkte C der Länge die corresponbirende Höhe CC′ = y durch die Gleichung der Parabel

$$\text{I)}\ y = h \cdot \sqrt{\frac{x}{L}}$$

wo $x = AC$
$L = AD$
$h = DD'$



Ist z. B. $AC = \frac{4}{9} AD$, so wird $CC' = h \times \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{\;} DD'$.



Zu gleichem Behufe kann auch der Aufriß eines Trägers durch eine symmetrische Parabel gebildet werden, wenn man die Hälfte der durch die Gleichung erhaltenen Ordinaten von einer Mittellinie AE auf beide Seiten aufträgt. (Anwendung auf Balanciers.)

b) Für den Fall, daß alle Querschnitte des Trägers Rektangel von ähnlicher Form seyn sollen, d. h. daß das Verhältniß zwischen der Höhe und Breite auf allen Punkten seiner Länge dasselbe sey, geht obige Gleichung in folgende über:

$$\text{II)}\ y = h \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{L}}$$

Beispiel. Man sucht die Form eines Trägers, dessen Länue $L = 5$ Meter und dessen größte Sektion 20^{cm} Höhe (= DD′ in vorstehender Figur) und 15^{cm} Breite (also $^3/_4$ der Höhe) hat.

Entfernung von dem Belastungspunkte $A = x$.	Höhe $= y$.	Breite $= ^3/_4\ y$.
0,5 Meter.	$9{,}28^{cm}$	$6{,}96^{cm}$
1,0	11,70	8,78
1,5	13,39	10,04
2,0	14,74	11,05
3,0	16,87	12,65
4,0	18,57	13,92
5,0	20.	15.

Die Gleichung II. kann auch für kreisrunde Träger angewendet werden und es bezeichnet alsdann h den größten, y den zu suchenden Durchmesser derselben.

Beispiel. Länge des Trägers = 200 Centimeter.

Durchmesser an der befestigten Stelle = 40 Centim.

Durchmesser in $^1/_4$ vom freien Ende $= 40\sqrt[3]{\frac{50}{200}} = 25{,}2$ Centim.

" " $^2/_4$ " " " $= 40\sqrt[3]{\frac{100}{200}} = 31{,}6$ "

" " $^3/_4$ " " " $= 40\sqrt[3]{\frac{150}{200}} = 35$ "

c) Wenn ein Stab an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist, so muß er sich von der Mitte an nach beiden Seiten hin verjüngen, in einer Weise wie dieß in den obigen Fällen angegeben ist.

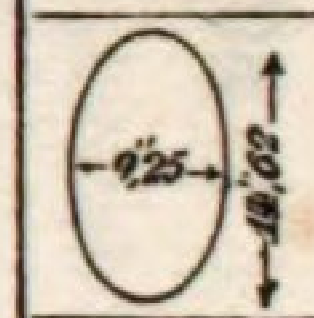
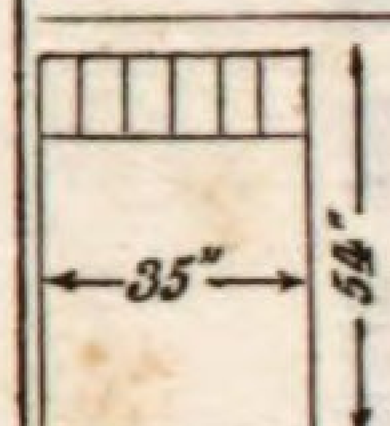
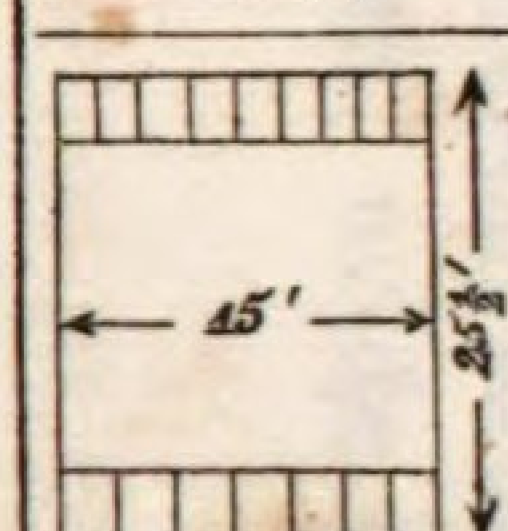
Wenn ein Stab, eine Welle ꝛc. an beiden Enden unterstützt und in gleicher Entfernung von den Stützpunkten mit gleichen Gewichten belastet ist (Fall 9, IV.), so muß das Stück zwischen den Gewichten überall gleiche Querschnitte haben, dagegen können sich die Theile von den Gewichten an nach den Stützpunkten auf obige Weise verjüngen.

Diese Formverhältnisse sind rein mathematische; in der Praxis werden sie durch annähernde Formen ersetzt.

Anhang.

Fairbairn's Versuche über die Tragfähigkeiten blecherner Röhren.

Zum Behufe der Erbauung zweier Brücken über den Menai-Kanal auf der Chester-Holyhead-Eisenbahn wurden von dem Erbauer Versuche mit verschiedenen Röhren von gewalzten und zusammengenieteten Eisenblechen vorgenommen. Folgende Tabelle gibt die wichtigsten Resultate derselben (in englischen Maaßen) an:

Querschnitt der Röhren.	Blechstärke.		Entfernung der Stützpunkte.	Gewicht der Röhren.	Aufgelegtes Gewicht in der Mitte.	Senkung in der Mitte.	Bemerkungen.
 Kreisförmig.	0'',037		17'	107 ℔	2704 ℔	0'',65	Bei der angegebenen Belastung oben zerdrückt.
 Elliptisch.	0'',042		17'	109 „	2100 „	0'',62	Oben zerdrückt.
	oben	unten					
 Quadratisch.	0'',0757	0'',142	17½'	225 „	2108 „ 3228 „ 3788 „	0'',45 0,80 0,90	Bei der letzten Belastung durch faltenartiges Zusammenlegen der Decke oben zerdrückt.
 Quadratisch. umgekehrt.	0'',142	0'',0757	17½'	225 „	3788 „ 6588 „ 7148 „	0'',90 1,75 1,76	Bei der letzten Last oben zerdrückt, jedoch fast 2mal so stark wie oben.
 6 Zellen. Rektangulär.	24,02 □''	8,80 □'' 12,80 „ 17,80 „ 22,45 „	75'		79578 „ 126128 „ 148129 „ 154452 „		Dem Zusammenfallen der Decke entgegengewirkt durch die Zellen. Die drei ersten Röhren unten zerrissen, die letzte oben zerdrückt.
 8 Zellen. Conway-Brücke. 6 Zellen.	670 □''	517 □''	400'	130 tons	0 tons 95 „ 154 „ 201 „ 301 „	7'',91 9,02 9,50 10,50 10,95	Diese Röhre (der Conway-Brücke) senkte sich durch das eigene Gewicht 7'',91. Die letzte Last brachte also eine Senkung von 3'',04 hervor. Der Modul R der Festigkeit beträgt für die letzte Last 768 kil. per □cm.

Anmerkung 1. Aus den Versuchen I., II. und III. und mehreren ähnlichen hat Fairbairn entnommen, daß bei gleicher Länge, Höhe und gleichem Gewichte der Röhren die Tragfähigkeit der kreisförmigen sich zu der der elliptischen wie 4 : 5 und zu der der rektangulären wie 4 : 7 verhalte, wonach also die letztere Sektion als die vortheilhafteste betrachtet werden kann. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Decke der rektangulären Röhren durch Zellen steif gemacht sey. In diesem Fall ist das günstigste Verhältniß zwischen den Querschnitten der Decke und des Bodens 12 : 11.

Anmerkung 2. Da bei den Versuchen mit einer der beiden Röhren der Conwaybrücke, bei 301 tons Belastung, **R** = 770 Kil. per 1 □cm. wurde, während der Werth von **R** für den Bruch zu höchstens 3500 Kil. angenommen werden kann, so gewährt die Conwaybrücke höchstens $4^1/_2$fache Sicherheit. Und da die Senkung dabei ziemlich beträchtlich ist, so sollte zur Bestimmung der Tragfähigkeit einer Brücke von gegebenen Dimensionen **R** = höchstens 700 angenommen werden.

Beispiel. Welches ist die Tragfähigkeit einer Brücke mit 3 rektangulären blechernen Röhren von $1^m,2$ Höhe, $0^m,3$ Breite, wenn die Entfernung zwischen den beiden Pfeilern 18 Meter und die Dicke des Bleches auf allen 4 Seiten 9 Millimeter beträgt?

$$P = 4 \times \frac{R}{6} \times \frac{b\,h^3 - b_, h_,^3}{h\,L}$$

$$b_, = 30 - 1{,}8 = 28{,}2 \text{ Centimeter},$$

$$h_, = 120 - 1{,}8 = 118{,}2 \text{ Cent.},$$

$$bh^3 = 30 \times (120)^3 = 51840000$$

$$b_,h_,^3 = 28{,}2 \times (118{,}2)^3 = 46570000$$

$$P = \frac{2 \times 700 \times 5270000}{3 \times 1800 \times 120} = 11385 \text{ Kil.}$$

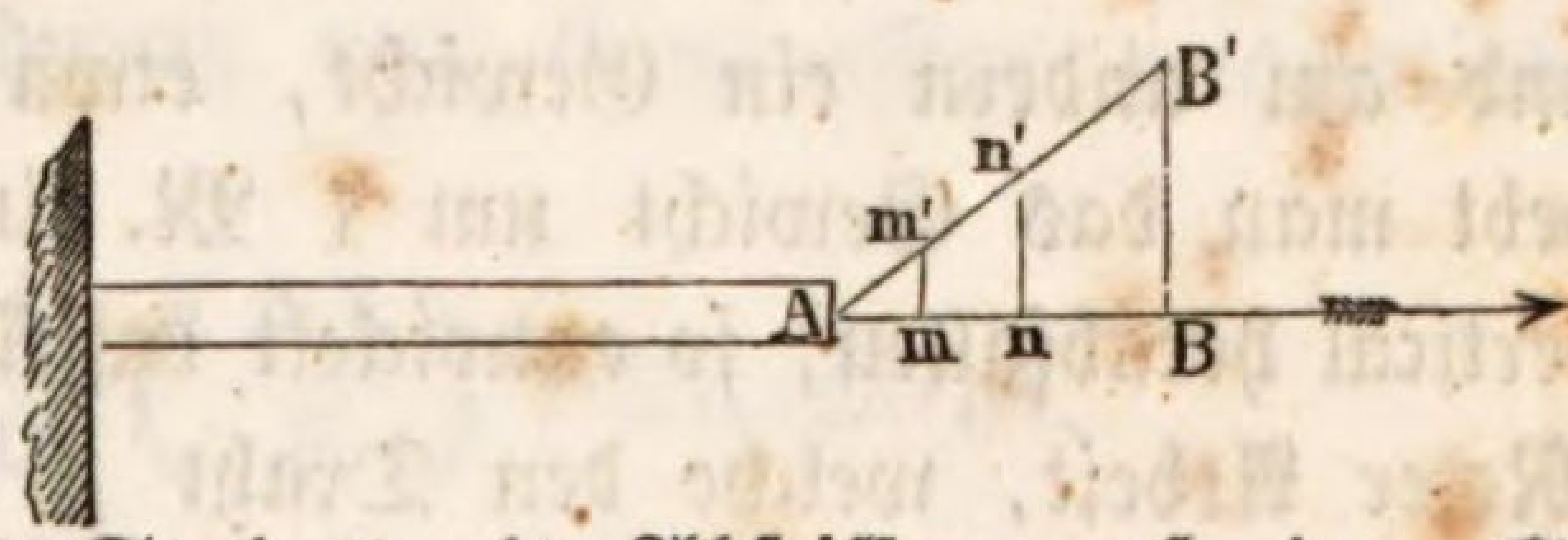
Es ist daher die Tragfähigkeit sämmtlicher 3 Röhren = 34155 Kil., wornach also, wenn die ganze Ueberbrückung 20000 Kil. wiegt, die fragliche Brücke in der Mitte ihrer Länge mit $34155 - \frac{20000}{2} = 24155$ Kil. belegt werden darf, ohne eine nachtheilige Biegung befürchten zu müssen.

Nro. 21.

Dynamische Festigkeit der Materialien.

Die dynamische Festigkeit ist der Widerstand, den das Material der Einwirkung von mechanischer Arbeit oder lebendiger Kraft (siehe S. 89) entgegengesetzt.

Ein prismatischer oder cylindrischer Stab werde durch eine Kraft ausgedehnt. Man trage



die Verlängerungen des Stabes als Abscissen auf einer Geraden AB und die entsprechenden Kräfte als Ordinaten auf. Es sey z. B. für die Verlängerung Am die ausdehnende Kraft = mm', für die Ausdehnung An die Kraft = nn', u. s. w. Alsdann stellen die Flächen Amm', Ann' die Arbeiten (S. 76) vor, welche die Kraft verrichten mußte, um die Ausdehnungen Am und An hervorzubringen.

Ist AB = a die totale Ausdehnung (vor dem Bruche) und BB = P die Kraft, welche den Bruch bewirkt, so wird, da die Kräfte nahe zu den Ausdehnungen proportional bleiben, die Fläche ABB' ein Dreieck, folglich die Arbeit, welche den Bruch bewirkt, seyn

$$= \frac{1}{2}\, aP$$

Ganz auf die gleiche Weise findet man die Arbeit einer Kraft, welche einen Stab comprimirt, biegt oder verdreht, wenn man unter a die Verkürzung, Biegung oder den kreisförmigen Weg versteht, welchen die Kraft bei der Verdrehung zurücklegt.

Beispiel 1. Nach den Versuchen von Ardant zerriß ein ausgeglühter Eisendraht bei einer Zugkraft von 4000^k per 1 $\square^{cm}$ Querschnitt und verlängerte sich auf jeden Meter Länge um 0,02 Meter. Welche Arbeit kann einen solchen Draht von 10 Meter Länge und 0,4 Cent.M. Durchmesser zerreißen?

$$\text{Zugkraft für den Bruch} = \frac{0{,}4^2 \times 3{,}14}{4} \times 4000 = 502{,}4 \text{ Kil.}$$

$$\text{Ausdehnung für die ganze Länge} = 10 \times 0{,}02 = 0{,}2 \text{ Meter.}$$

$$\text{Mechanische Arbeit für den Bruch} = \tfrac{1}{2} \times 0{,}2 \times 502{,}4 = 50{,}24 \text{ Kil.-Meter.}$$

Man denke sich einen Draht am einen Ende aufgehängt und am andern ein Gewicht, etwa von 50 Kil., befestigt; hebt man das Gewicht um 1 M. in die Höhe und läßt es vertical herabfallen, so entwickelt dasselbe 50 × 1 oder 50 Kil.-Meter Arbeit, welche den Draht zu zerreißen sucht. Gleiche Wirkung würde derselbe erleiden, wenn 100 Kil. blos von 0,5 Meter auf ihn herabfielen. Wäre der Draht dagegen dreimal länger, so würde er eine dreifache mechanische Arbeit aushalten; wäre er nur halb so lang, so könnte er nur der Hälfte der oben bestimmten Arbeit widerstehen. Die dynamische Festigkeit eines jeden prismatischen oder cylindrischen Körpers, gegen die Ausdehnung, ist somit der Länge proportional; die statische Festigkeit, wie sie in den vorigen Abschnitten bestimmt wurde, ist darnach von der dynamischen verschieden und steht zur letztern im gleichen Verhältniß wie Kraft zu Arbeit.

Beispiel 2. Rondelet legte einen gußeisernen Stab in horizontaler Lage auf zwei Stützen von 1,067 Meter Entfernung; der Querschnitt war

quadratisch von 2,56 Cent.M. Seite; bei 295 Kil. Belastung in der Mitte und einer Senkung von 0,033 M. brach derselbe. Welches Gewicht könnte, von einer Höhe von 0,6 Meter auf die Mitte herabfallend, den Stab brechen?

Arbeit, welche 295 Kil. bei einer Senkung
von 0,033 M. entwickeln $\frac{1}{2} \times 0{,}033 \times 295 = 4{,}87$ Kil.-Meter
Gewicht, welches 0,6 M. hoch herabfallend
eine ebenso große Arbeit entwickelt $\frac{4{,}87}{0{,}6} = 8{,}11$ Kil.

Redtenbacher hat in der Formel:

$$\text{Arbeit} = \frac{1}{2} a P$$

die Ausdehnung a durch den Modul der Elasticität und die ausdehnende Kraft durch den Modul der absoluten Festigkeit ausgedrückt und dadurch gefunden:

a) für die Ausdehnung und Compression prismatischer Stäbe

$$\text{Arbeit} = \frac{1}{200}\left(\frac{A^2}{E}\right) V \text{ Kil.-Meter.}$$

b) Auf ähnlichem Wege für die Biegung eines Stabes mit rechtwinkligem Querschnitt, der an einem Ende eingespannt und am andern belastet, oder an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist

$$\text{Arbeit} = \frac{1}{1800}\left(\frac{R_2}{E}\right) V \text{ Kil.-Meter.}$$

c) für die Verdrehung cylindrischer Stäbe

$$\text{Arbeit} = \left(\frac{T^2}{E}\right) V \text{ Kil.-Meter.}$$

Hierbei bedeuten:

A der Coefficient der Festigkeit gegen Ausdehnung und Compression;

R " " " " gegen Biegung;

T der Coefficient der Festigkeit gegen Torsion;
E „ „ der Elasticität, alle diese Coefficienten in Kilogrammen per 1 □Centimeter Querschnitt;
V das Volumen des Stabes in Cubikcentimetern.

Aus diesen Formeln folgt:

a) die dynamische Festigkeit eines Stabes ist proportional seinem Volumen und hängt somit nicht ab vom Verhältniß der drei Dimensionen unter einander;

b) die dynamische Festigkeit ist dem Quadrat des statischen Festigkeitscoefficienten direkt und dem Elasticitätscoefficienten verkehrt proportional.

Dabei wird vorausgesetzt, daß die Formänderung bis zum Bruch der Kraft proportional sey, und daß die lebendige Kraft, welche als Stoß den Körper trifft, sich nicht an einer Stelle concentrire, sondern Zeit habe, sich über das ganze Volumen zu vertheilen.

Zur Erläuterung der ersten dieser Folgerungen mögen folgende Beispiele dienen:

Zwei Ketten, die in jeder Hinsicht übereinstimmen, haben gleiche statische Festigkeit. Ist die eine dreimal länger als die andere, so hält sie bei einem plötzlichen Zuge, etwa durch Herabfallen eines daran befestigten Gewichtes, eine dreimal größere lebendige Kraft aus als die kürzere.

Haben die Glieder der einen Kette nur den halben Querschnitt der andern, während die dünnere die doppelte Länge besitzt, so halten beide gleiche lebendige Kräfte aus, denn beide haben gleiches Volumen.

Ein Stab von rechtwinkligem Querschnitt, dessen Breite z. B. dreimal größer sey als die Höhe, werde in flacher Lage an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet; dann wird derselbe in statischer Hinsicht dreimal weniger tragen, als wenn er auf die hohe Kante gelegt wäre. Läßt man aber in der einen oder andern Lage auf seine Mitte ein Gewicht von gleicher Höhe herabfallen, so wird er in beiden Fällen genau gleich stark in Gefahr seyn zu brechen.

Zwei Transmissionsachsen leisten den gleichen Widerstand gegen Stöße,

wenn sie gleiches Volum haben, was z. B. statt findet, wenn die eine die doppelte Dicke, dagegen blos den Viertel der Länge der andern hat.

Wenn Kettenbrücken und insbesondere Drahtbrücken in statischer Hinsicht hinlänglich stark gebaut sind, so gewähren sie in dynamischer Hinsicht wenig Sicherheit. Denn gerade diejenigen Theile, welche die Wirkungen lebendiger Kräfte auszuhalten haben, wie die Ketten und Seile, besitzen ein kleines Volumen. Marschirt z. B. Militär im Schritt über eine solche Brücke, so nimmt der Bahnkörper auf- und abwärtsgehende Schwingungen an, die sich so weit verstärken können, daß die einer Schwingung entsprechende lebendige Kraft die Kette oder das Seil zerreißt.

Zur Berechnung des Leistungsvermögens der Materialien gegen dynamische Einwirkungen nach obigen Formeln dienen folgende Werthe für die Verhältnisse:

$$\frac{A^2}{E},\ \frac{R^2}{D} \text{ und } \frac{T^2}{E}$$

Stoffe.	$\frac{A^2}{E}$ Ausdehnung.	$\frac{A^2}{E}$ Compression.	$\frac{R^2}{E}$ Biegung.	$\frac{T^2}{E}$ Torsion.
Eichenholz	3	1,7	3,7	1,2
Tannenholz	3,5	1,1	2,8	0,9
Eisendraht	20	. .	. .	. .
Schmiedeisen, Stangen	9	13	14	18
Gußeisen	1,6	67	7	13
Gußstahl	33	. .	. .	90
Leder	108	. .	. .	. .

Bemerkungen zu dieser Tabelle.

1) Leder leistet statisch 13 mal weniger, dagegen dynamisch 12 mal mehr als Schmiedeisen.

2) Gußeisen hat eine $6\frac{1}{2}$ mal größere statische und eine $6\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{2}$ oder $42\frac{1}{4}$ mal größere dynamische Festigkeit gegen Compression als gegen die Ausdehnung.

3) Schmiedeisen leistet statisch 3 mal und dynamisch $5\frac{1}{2}$ mal mehr

als Gußeisen gegen die Ausdehnung; dagegen leistet Gußeisen statisch $1^1/_2$ und dynamisch 5mal mehr als Schmiedeisen gegen die Compression.

Diese und ähnliche Vergleichungen zeigen, daß das Material in dynamischer Hinsicht unter ganz anderem Lichte erscheint, als in statischer und daß eine Construktion, welche vorherrschend lebendigen Kräften ausgesetzt ist, nicht nach Regeln der statischen Festigkeit gebaut werden darf.

Beispiel. Auf einer cylindrischen Welle von Gußeisen sey ein Schwungrad und ein Zahnrad befestigt, in einem Abstand von 3,6 Meter. Die Dicke der Welle sey 14 Cent.-M.; der Schwungradring habe ein Gewicht von 1500^k und eine Rotationsgeschwindigkeit von 6 M. per Sekunde. Das Zahnrad werde durch Zufall zu plötzlichem Stillstand gebracht, ohne daß dasselbe zerbreche. Ist die Welle stark genug, der lebendigen Kraft des Schwungrades zu widerstehen?

Nach der Tabelle ist für Gußeisen $\frac{T^2}{E} = 13$

Volumen der Welle $360 . \frac{14^2 . 3,14}{2} = 55440$ Cub.-Cent.-M.

Dynamische Festigkeit der Welle $\frac{1}{100} . \frac{5}{12} . 13 . 55440 = 3003$ Kil.-Meter.

Die lebendige Kraft des Schwungringes ist dagegen $= \frac{1500}{2 \times 9,81} . 7^2$ $= 3746$ Kil.-Meter,

somit größer als die dynamische Festigkeit, daher die Welle brechen wird. Um nicht zu brechen, müßte ihr Volumen $\frac{3746}{3003}$ oder 1,25 mal größer seyn, und bei unveränderter Länge ihr Querschnitt 1,25 und ihr Durchmesser $\sqrt{1,25} = 1,12$ mal größer seyn, d. h. circa 15,7 Cent.M. betragen.

Nr. 22.

Torsionsfestigkeit der Körper und Stärke der Wellen gegen Torsion.

1. Ein cylindrischer oder prismatischer Stab sey am einen Ende eingespannt, am andern dagegen sey ein Rad, eine Rolle, ein Hebelsarm ꝛc. befestigt.

Wenn R die Länge dieses Hebelarmes und
P die darauf senkrecht wirkende Kraft, in der Richtung der Verdrehung, bedeuten, so ist
P × R das statische Moment, womit der Stab verdreht wird.

Die Größe der Drehung oder der Drehwinkel ist proportional dem Momente P × R, der Länge des Stabes und verkehrt proportional der vierten Potenz des Durchmessers.

Der Bruch erfolgt, indem die schraubenförmig gewundenen Fasern, zunächst an der Oberfläche, zerreißen.

Bedeutet T die Kraft in Kil., welche einen Fasanenquerschnitt von 1 □Centm. an der Oberfläche zerreißen kann, werden ferner P in Kil. und R in Centm. ausgedrückt, so ist das Bruchmoment für eine runde Achse, deren Durchmesser = d Centimeter

$$P . R = \frac{\pi}{16} T \cdot d^3 = 0{,}196 \cdot Td^3$$

für eine quadratische Achse, deren Seite = h Centimeter

$$P \cdot R = \frac{1}{3\sqrt{2}} T \cdot h^3 = 0{,}235 . T \cdot h^3$$

Sind die Querschnitte des runden und quadratischen Stabes gleich, so verhalten sich die Torsionsfestigkeiten wie 1 : 0,83. Der runde ist also beträchtlich stärker.

Werthe von T per 1 □cm Section.

für Gußeisen	. . .	3000—3500 Kil.
" Schmiedeisen	. .	4500—5000 "
" Eichenholz	. . .	280— 400 "

2. Bei **Transmissionswellen** ist gewöhnlich der durch sie zu übertragende Effekt und die Zahl ihrer Umgänge per Minute bekannt. Nach S. 176 ist aber das statische Moment, welches die Welle zu verdrehen sucht:

$$P \cdot R = 71620 \cdot \frac{A}{n}$$

wo A die Anzahl Pferdekräfte der Welle per Sekunde, n die Zahl ihrer Umläufe per Minute bedeuten.

Setzt man diesen Werth von P · R in obige Formel für cylindrische Stäbe, so erhält man:

$$d^3 = \frac{364840}{T} \cdot \frac{A}{n}$$

Hieraus ergeben sich folgende Schlüsse:

a. Machen zwei Wellen gleich viel Umgänge per Minute, so verhalten sich die Effekte, welche sie fortleiten können, wie die Cuben der Diameter.

Ist also die eine Welle 2 mal dicker als die andere, so vermag sie bei gleicher Umgangszahl einen 2 × 2 × 2 oder 8 mal größern Effekt zu übertragen.

b. Uebertragen zwei Wellen gleich große Effekte, so kann die schneller rotirende schwächer seyn, und zwar verhalten sich die Durchmesser derselben wie die Cubikwurzeln aus der Zahl ihrer Umgänge.

Macht z. B. die eine Welle 3 × 3 × 3 oder 27 mal mehr Umgänge als die andere, so kann sie einen 3 mal kleineren Durchmesser haben als die andere.

c. Zwei Wellen erfordern gleiche Diameter, wenn das Verhältniß des Effektes zur Zahl der Umläufe für beide dasselbe ist.

Ueberträgt z. B. eine Welle 80 Pferde bei 80 Umgängen, die andere 8 Pferde bei 8 Umgängen, so müssen beide Wellen gleich stark seyn.

Nach Buchanan muß der Durchmesser einer gußeisernen Welle, welche für einen Effekt von 50 Pferden bestimmt ist und 50 Umgänge per Minute macht, circa 7″ engl. oder 17,8 Centm. betragen. Setzt man diese Werthe in die letzte Formel, so erhält man

$$(17{,}8)^3 = \frac{364840}{T} \cdot \frac{50}{50}, \text{ also } T = 65 \text{ Kil.}$$

Mithin ist die Sicherheit, welche die Wellen nach Buchanan gewähren, eine $^{3000}/_{65}$ = 46fache. Neuere Construkteurs geben nur den allerstärksten Wellen diese Festigkeit; in den meisten Fällen genügt eine 30- bis 33fache Sicherheit, so daß:

für Gußeisen T = 90 Kil., für Schmiedeisen T = 150 Kil.

Diese Werthe geben vermöge der vorstehenden Formeln:

für Gußeisen:

$$d = 0{,}385 \sqrt[3]{P \cdot R}$$

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{A}{n}}$$

für Schmiedeisen:

$$d = 0{,}31 \sqrt[3]{P \cdot R}$$

$$d = 13 \sqrt[3]{\frac{A}{n}}$$

worin d und R in Centimetern, P in Kilogrammen zu nehmen sind.

Beispiel 1. Wie stark muß die gußeiserne Welle einer Turbine seyn, wenn sie am Umfang eines Rades von 35 Centm. Halbmesser durch eine Kraft von 1500 Kil. gedreht wird?

Durchmesser der Welle $d = 0,358 \sqrt[3]{35 \times 1500} = 14,2$ Cent.

Beispiel 2. Welchen Effekt kann eine schmiedeiserne Welle von 9 Centm. Dicke übertragen, wenn sie 80 Umgänge per Minute macht?

$$\text{Aus } d = 13 \sqrt[3]{\frac{A}{n}} \text{ folgt } A = n \cdot \frac{d^3}{(13)^3}$$

$$\text{Mithin } A = 80 \cdot \frac{(9)^3}{(13)^3} = 26,5 \text{ Pferdekräfte.}$$

Tabelle XVII.

Ueber die Stärke der Wellen gegen Torsion.

Durchmesser der Wellen.	Werth von $\frac{A}{n}$		Durchmesser der Wellen.	Werth von $\frac{A}{n}$	
	Gußeisen.	Schmiedeisen.		Gußeisen.	Schmiedeisen.
3 Cent.		0,0123	15 Cent.	0,824	1,536
3,5		0,0195	16	1,000	1,823
4		0,0291	17	1,199	2,236
4,5		0,0415	18	1,424	2,653
5	0,0305	0,0569	19	1,674	3,122
5,5	0,0406	0,0757	20	1,953	3,641
6	0,0527	0,0983	21	2,261	4,215
6,5	0,070	0,125	22	2,600	4,847
7	0,084	0,155	23	2,970	5,492
7,5	0,103	0,192	24	3,375	6,292
8	0,125	0,233	25	3,814	7,112
8,5	0,150	0,279	26	4,291	
9	0,178	0,332	27	4,805	
9,5	0,209	0,390	28	5,360	
10	0,244	0,455	29	5,954	
11	0,325	0,601	30	6,592	
12	0,422	0,787	31	7,273	
13	0,536	1,000	32	8,000	
14	0,670	1,249	33	8,774	

Beispiel. Eine Welle habe 50 Pferde, mit 40 Umgängen per Minute, zu übertragen. Hier ist

$$\frac{A}{n} = \frac{50}{40}\ 1{,}250$$

Für Schmiedeisen liegt dieser Werth am nächsten bei 1,249, welcher Zahl eine Wellendicke von 14 Centm. entspricht.

Für Gußeisen liegt 1,250 zwischen den Werthen 1,199 und 1,454; die entsprechende Wellendicke ist daher zwischen 17 und 18 Centm.

Beispiel. Eine Welle von Schmiedeisen habe 10 Centimeter Durchmesser und soll 60 Umgänge in der Minute machen. Wie viel Effekt kann sie übertragen?

Für 10 Cent. Durchmesser gibt die Tabelle $\frac{A}{n} = 0{,}445$ und da $n = 60$, so hat man $A = 60 \times 0{,}455 = 27{,}3$ Pferde.

Nr. 23.

Von den Wellzapfen.

I. Zapfen stehender Wellen.

Ist der Durchmesser stehender Zapfen sehr klein, so erhitzt er sich vermöge der Reibung auf der Schale leicht; ist er aber sehr groß, so verursacht die Reibung einen bedeutenden Effektverlust.

Bestehen die Berührungsflächen aus Schmiedeisen, Gußeisen oder Messing, so soll der Druck auf 1 □Centm. der Berührungsfläche betragen:

a) für Zapfen, die sich langsam drehen . . 50
b) für Zapfen mit mittlerer Geschwindigkeit 30
c) für Zapfen mit großer Geschwindigkeit . 18

Für Zapfen von Stahl auf Stahl darf dieser Druck 2 mal größer oder der Durchmesser der Zapfen $^7/_{10}$ vom Durchmesser eines eisernen Zapfens seyn.

Beispiel. Das Gewicht einer Turbine sey 350 Kil., das ihrer Welle 400 Kil., und das Gewicht des Zahnrades, welches an ihrem oberen Ende befestigt ist, 150 Kil. Die Turbine drehe sich mit mäßiger Geschwindigkeit. Hier ist:

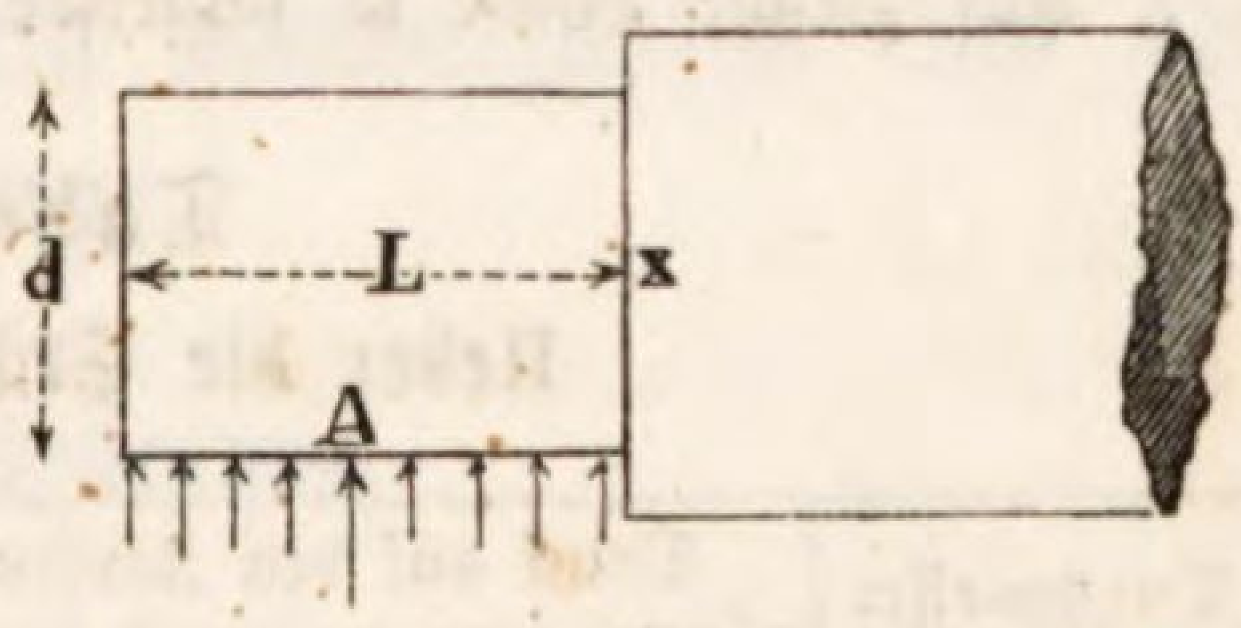
Druck des Zapfens gegen die Schale 350 + 400 + 150 = 900 Kil.
Kreisförmige Fläche des Zapfens, wenn der Druck per

1 □Centm. 30 Kil. betragen soll... $\frac{900}{30} = 30$ □Ctm.

also Durchmesser dieses Zapfens von Eisen $= 6{,}2$ Centm.
und für Stahl auf Stahl $0{,}7 \times 6{,}2 \ldots = 4{,}34$ Centm.

II. Zapfen für liegende Wellen.

Der Druck P, mit welchem ein Wellzapfen in sein Lager gepreßt wird, vertheilt sich über seine Länge gleichförmig, der Mittelpunkt des Druckes wird also in der Mitte A der Zapfenlänge L liegen. Da die Zapfen auf ihrer Länge gleiche Dicke erhalten, so geschieht der Bruch beim Punkte x, wo die Welle beginnt, und es wird daher die Formel für das Bruchmoment seyn:



$$P \cdot \frac{L}{2} = \frac{\pi R}{32} d^3, \text{ oder } P = \frac{\pi R}{16} \times \frac{d^3}{L}$$

Es verhalten sich demnach die Transversalfestigkeiten zweier Zapfen von gleicher Länge wie die Cuben ihrer Durchmesser. Nimmt man dagegen an, daß das Verhältniß $\frac{d}{L}$ für alle Zapfen gleich bleiben solle, z. B. $\frac{4}{5}$, so erhält man die Formel

$$P = \frac{\pi R}{16} \cdot d^2 \cdot \frac{4}{5} \text{ oder } d = \sqrt{\frac{5 \cdot 16}{4 \cdot \pi \cdot R}} \cdot \sqrt{P}$$

und für 15fache Sicherheit

$$d = 0{,}18 \sqrt{P} \text{ für Gußeisen.}$$

$$d = 0{,}15 \sqrt{P} \text{ für Schmiedeisen.}$$

d in Centimetern, P in Kilogrammen.

Zapfen, nach diesen Regeln gebaut, haben das Eigenthümliche, daß die Reibung auf die Flächeneinheit für alle Zapfen dieselbe bleibt.

Beispiel. Wie stark müssen die gußeisernen Zapfen einer Wasserradwelle seyn, wenn das Gewicht des Rades sammt der Welle 15000 Kil. beträgt?

Da auf jeden Zapfen ein Druck von $\frac{15000}{2} = 7500$ Kil. ausgeübt wird, so ist der Durchmesser der Zapfen

$$d = 0{,}18 \sqrt{7500} = 15{,}6^{cm}$$

$$\text{und } L = \frac{5}{4} \times 15{,}6 = 19{,}5^{cm}$$

Auf gleiche Weise ist folgende Tabelle berechnet:

Tabelle XVIII.

Ueber die Stärke der Wellzapfen.

Durchmesser in Centimetern.	Druck auf den Zapfen.		Durchmesser in Centimetern	Druck auf den Zapfen.	
	aus Gußeisen.	aus Schmiedeeisen.		aus Gußeisen.	aus Schmiedeeisen.
2	—^{k}	177^{k}	15	6953^{k}	10000^{k}
2,5	—	278	16	7910	11378
3	279	400	17	8920	12844
3,5	378	544	18	10012	14400
4	494	771	19	11155	16044
4,5	626	900	20	12360	17778
5	772	1111	21	13611	
5,5	935	1344	22	14956	
6	1112	1600	23	16327	
6,5	1306	1878	24	17798	
7	1514	2178	25	19290	
7,5	1738	2500	26	20888	
8	1978	2844	27	22500	
8,5	2232	3211	28	24226	
9	2503	3600	29	25987	
9,5	2797	4011	30	27810	
10	3090	4444	31	29660	
11	3738	5378	32	31642	
12	4450	6400	33	33611	
13	5223	7511	34	35720	
14	6056	8711	35	27809	

Nr. 24.

Von der Kurbelbewegung, dem Kurbelzapfen und der Schubstange.

I. Die Kurbelbewegung.

Durch die Kurbelbewegung wird eine geradlinigte Bewegung in eine rotirende verwandelt oder umgekehrt.

Die Organe, welche hiezu nöthig sind, bestehen in der Kurbelwelle, der Kurbel, dem Kurbelzapfen und der Schubstange (Stelze, bièle).

Ist der Kolben einer Pumpe mit einer Kurbel in Verbindung, so geht die Bewegung von der Kurbelwelle aus und wird auf den Kolben übertragen; bei einer Dampfmaschine dagegen geht die Bewegung vom Kolben aus und pflanzt sich auf die Kurbelwelle fort.

Die Kurbellänge ist in beiden Fällen gleich der halben Hubhöhe des Kolbens.

Während der Kolben einen Auf- und Niedergang macht, legt der Kurbelzapfen den Umfang eines Kreises zurück, dessen Durchmesser die Hubhöhe ist. Folglich verhalten sich die Wege des Kolbens und des Kurbelzapfens während einer Drehung wie 2 : 3,14.

Nun ist die Arbeit des Kolbendrucks, während einer Rotation, gleich der Arbeit der Kraft, welche senkrecht auf die Kurbel wirkt und sie dreht. Folglich verhalten sich die mittleren Werthe dieser Kräfte auf Kolben und Kurbelzapfen umgekehrt, wie die mittleren Geschwindigkeiten, also wie 3,14 : 2, d. h. der mittlere Druck auf den Kurbelzapfen (tangential an den Kurbelkreis) ist nur $\frac{2}{3,14}$ oder 0,636 vom mittlern Druck auf den Kolben.

Ist der Druck auf den Kolben constant, so ist die tangentiale Kraft der Kurbel veränderlich, je nach dem Winkel, welchen die Stange und Kurbel mit einander machen und zwar ist die Kraft dem Sinus dieses Winkels proportional. Bildet die Kurbel und Stange eine gerade Linie, bei 0° oder 180°, so ist die tangentiale Kraft = 0.

Ist die Stange sehr lang, so daß man annehmen kann, ihre einzelnen Lagen seyen parallel, so ist bei 90° die tangentiale Kraft am größten, nämlich gleich dem Kolbendruck.

Theilt man einen Viertelkreis, von 0° bis 90°, in 6 gleiche Theile, so ist

für den Winkel		die tang. Kraft	
0	. . . .	0,000	vom Kolbendruck.
15°	. . . .	0,259	" "
30°	. . . .	0,500	" "
45°	. . . .	0,707	" "
60°	. . . .	0,866	" "
75°	. . . .	0,966	" "
90°	. . . .	1,000	" "

Wegen dieser Veränderlichkeit der tangentialen Kraft wird die Kurbel ebenfalls eine veränderliche Bewegung annehmen. Die Ungleichförmigkeit der Bewegung kann indessen durch eine große rotirende Masse auf der Kurbelwelle (Schwungrad) theilweise beseitigt werden.



Bewegt sich indessen die Kurbel gleichförmig und sind die Bogen a b, b c, c d einander gleich, so steigt der Kolben, indem diese Bogen durchlaufen werden, beziehungsweise um a'b', b'c', c'd. Die Bewegung des Kolbens wird daher, von der Mitte an, sowohl aufwärts wie abwärts verzögert; im höchsten und tiefsten Punkt ist seine Geschwindigkeit = 0. Ist die Stange, wie vorausgesetzt wurde, sehr lang, so stimmt die Bewegung des Kolbens mit der eines Pendels überein.

Wegen dieser veränderlichen Geschwindigkeit des Kolbens muß somit die Masse des Kolbens, der Kolbenstange und was damit zusammenhängt, abwechselnd beschleunigt und verzögert werden. Der Masse dieser in geradlinigter Bewegung begriffenen Theile wird also innerhalb kurzer Zeit lebendige Kraft zugeführt und entzogen, was die stoßähnlichen Wirkungen erklärt, welche fortwährend auf den Kurbelzapfen ausgeübt werden.

II. Durchmesser des Kurbelzapfens.

Der Kurbelzapfen ist gewöhnlich von Schmiedeisen und wird mit dem Zapfen einer schmiedeisernen Welle verglichen. Man macht, der stoßenden Wirkung wegen, denen der Kurbelzapfen ausgesetzt ist, denselben circa 1,25 mal größer als für Wellzapfen von Schmiedeisen bei gleichem statischem Druck. Daher

$$d = 0{,}2 \sqrt{P}$$

wo d der Durchmesser des Kurbelzapfens, in Centm. und P der Druck auf denselben, in Kil. bedeutet.

Der Druck P ergibt sich aber wie folgt.

Es sey v die Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens per Sek., in Metern,

R die Länge der Kurbel, in Metern,

n die Anzahl Umgänge der Kurbel per Minute und

A die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte,

so ist der Effekt per Sekunde . . . $Pv = 75 \cdot A$

der Weg des Kurbelzapfens per Sekunde $v = \frac{2 R \pi . n}{60}$

$$P = 716{,}2 \cdot \frac{A}{R n}$$

Man bestimme den Druck P nach dieser Formel und entnehme darnach aus Tab. XVIII. den Diameter des Wellzapfens für Schmiedeisen und multiplicire ihn mit 1,4, so ist der Diameter des Kurbelzapfens gefunden.

Beispiel. Eine Pumpe von 15 Pferden Effekt mache 22 Umgänge per Minute; welchen Diameter erhält der Kurbelzapfen, wenn die Kurbellänge 28 Centm. beträgt?

Es ist der Druck auf den Zapfen $716{,}2 \times \frac{15}{28 \, . \, 0{,}22} = 1744$ Kil.

Diesem Druck entspricht (nach Tab. XVIII.) der Diameter eines schmiedeisernen Wellzapfens, annähernd . . . = 6,2 Cent.

Folglich der Diameter des Kurbelzapfens $1{,}25 \, . \, 6{,}2 = 7{,}75$ „

Oder auch . . . . $d = 0{,}2 \sqrt{1744} = 7{,}75$ „

III. Dimensionen der Schubstange.

Länge der Schubstange. Die Länge der Schubstange richtet sich nach dem geometrischen Zusammenhang der Maschine und auch nach lokalen Verhältnissen; sie wird indessen bei Dampfmaschinen gewöhnlich 5—6 mal länger als die Kurbel genommen.

Mittlerer Querschnitt. Die Schubstange ist bald auf absolute, bald auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen. Ihr Querschnitt ist nur für die letztere zu bestimmen. Dieser Querschnitt hängt ab:

1) vom Druck, welcher auf die Stange ausgeübt wird, und der gleiche ist, den der Kurbelzapfen zu erleiden hat;

2) vom Verhältniß zwischen der Länge der Schubstange und ihrer kleinsten Dimension in der Mitte der Länge gemessen.

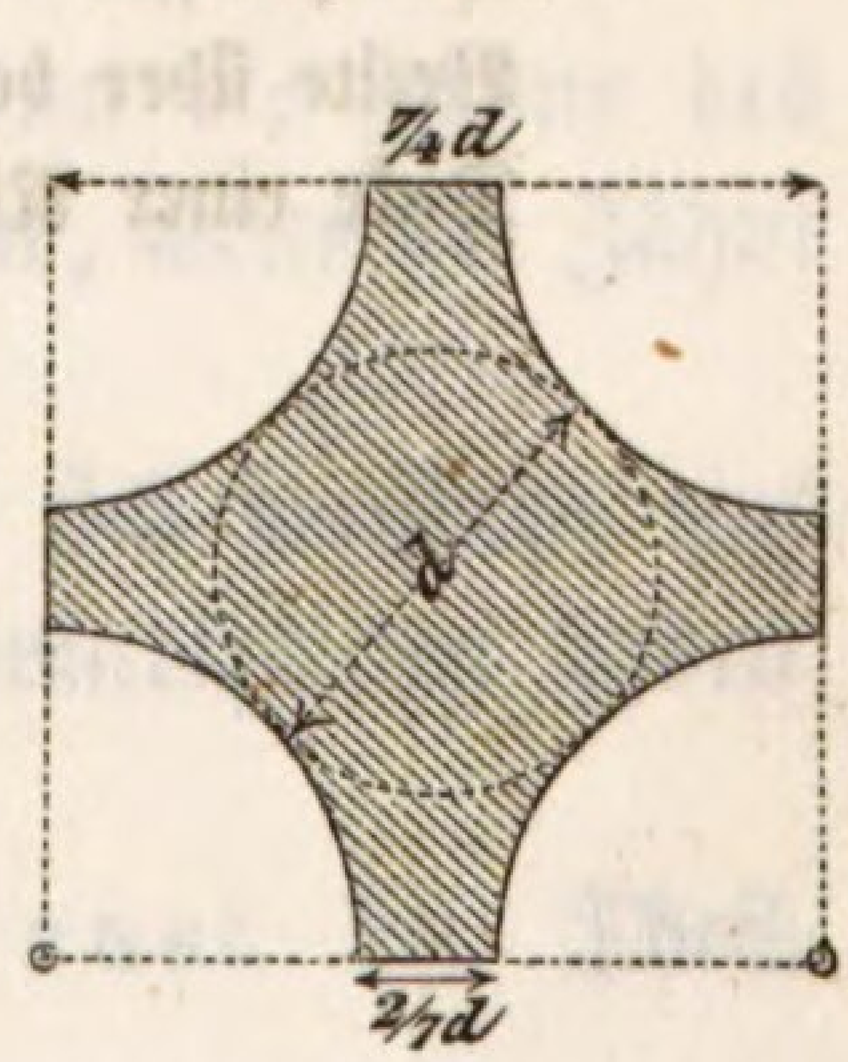
Für Schubstangen mit rundem Querschnitt aus Schmiedeisen erhält man die richtigen Durchmesser der Stange mit Berücksichtigung folgender Tabelle:

Verhältniß zwischen der Länge der Stange und dem Diameter	$^{15}/_{1}$	$^{18}/_{1}$	$^{21}/_{1}$	$^{24}/_{1}$	$^{27}/_{1}$	$^{30}/_{1}$	$^{33}/_{1}$	$^{36}/_{1}$	$^{39}/_{1}$
Druck auf 1 □ Centim. des Querschnittes, in Kil.	48^{k}	33	24,5	19	15	12	10	8,3.	7

Nach den Enden hin wird der Durchmesser um $^1/_5$ bis $^1/_4$ des mittleren kleiner genommen.

Ist der Querschnitt quadratisch, so muß die Quadratseite 0,88 vom Durchmesser der runden Stange seyn.

Ist der Querschnitt ein Rectangel, dessen Seiten sich verhalten wie 2 : 3, so muß die kleinere Seite des Querschnittes 0,79 vom Durchmesser der runden Stange seyn.



Der mittlere Durchmesser (d) des Kerns einer gußeisernen Schubstange wird $^4/_5$ von dem einer schmiedeisernen, während die Dicke der Stange, über zwei Rippen gemessen, $^7/_4$ und die Dicke einer Rippe $^2/_7$ von jenem Durchmesser d zu nehmen ist. Nach den Enden hin wird die Stange um $^1/_4$ bis $^1/_3$ verjüngt.

Beispiel. Man sucht die erforderliche Dicke für eine schmiedeiserne Schubstange zu obiger Pumpe (S. 176), wenn die Länge der Schubstange 170 Centimeter betragen soll.

Der Druck auf dieselbe beträgt somit 1744 Kil.

Ist die Stange rund, und nimmt man an, sie werde 21 mal länger als dick, so ist der Druck per 1 □Centm. . . . = 24,5 Kil.

folglich der erforderliche Querschnitt der Stange $\frac{1744}{24,5} = 71,2$ □Centm.

und ihr Durchmesser (in der Mitte) . . . . . . = 9,5 Centm.

Hiernach ist nun freilich die Stange nur . . $\frac{168^{cm}}{9,5^{cm}} = 18$ mal länger als dick. Für dieses letztere Verhältniß beträgt der Druck per 1 □Centm. Querschnitt . . . . = 33 Kil.

folglich der Querschnitt . . . . $\frac{1744}{33} = 53$ □Centm.

und der Durchmesser . . . . = 8,2 Centm.

Hiernach wird die Stange 20,5 mal länger als dick, und es kann somit ihr Durchmesser zwischen $^1/_{18}$ und $^1/_{20}$ der Länge, also $= \frac{168}{19}$ = 8,8 Centm. angenommen werden.

Ist die Stange quadratisch, so wird ihre Dicke 0,88 . 8,8 = 7,7 Centm.

Wird der Querschnitt ein Rectangel, dessen Seiten sich verhalten wie 2 : 3, so ist die kleinere Dimension 0,79 . 8,8 = 7 Centm.

" " " größere . . $\frac{3}{2} . 7 = 10,5$

Wäre die Stange von Gußeisen, so müßte seyn:

Durchmesser des Kerns. . . $^4/_5 \times 8,8 = 7,04$ Centm.
Breite über beide Rippen . . $^7/_4 \times 7,04 = 12,3$ "
Dicke einer Rippe . . . . . $^2/_7 \times 7,04 = 2$ "

Nr. 25.

Von Räderwerken.

I. Von den Zahnrädern im Allgemeinen.

Ein Räderwerk hat den Zweck, die drehende Bewegung einer Welle auf eine andere Welle zu übertragen. Zwei ineinander greifende Räder sind:

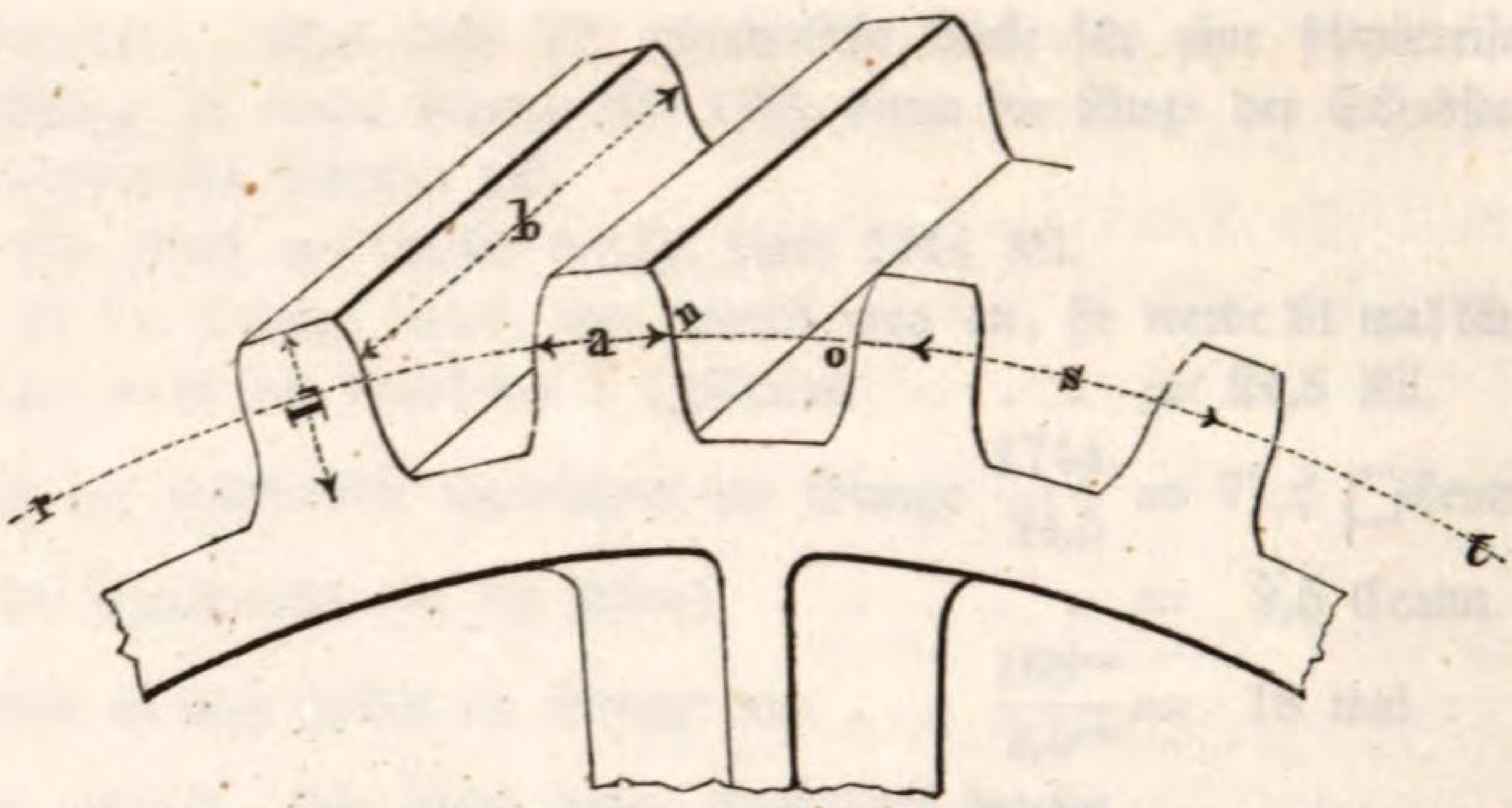
a) Cylindrische oder Stirnräder, wenn ihre Achsen parallel zu einander liegen und

b) Conische oder Winkelräder, wenn sich ihre Achsen schneiden. Gewöhnlich stehen letztere unter rechtem Winkel zu einander.

Die Verzahnung ist eine äußere, wenn die Zähne des Rades von der Achse abgewendet; eine innere, wenn die Zähne des Rades der Achse zugekehrt sind.

Die zwei Kreise beider Räder, welche sich berühren und während der Drehung gleiche Umfangsgeschwindigkeiten haben, werden Theilkreise genannt.

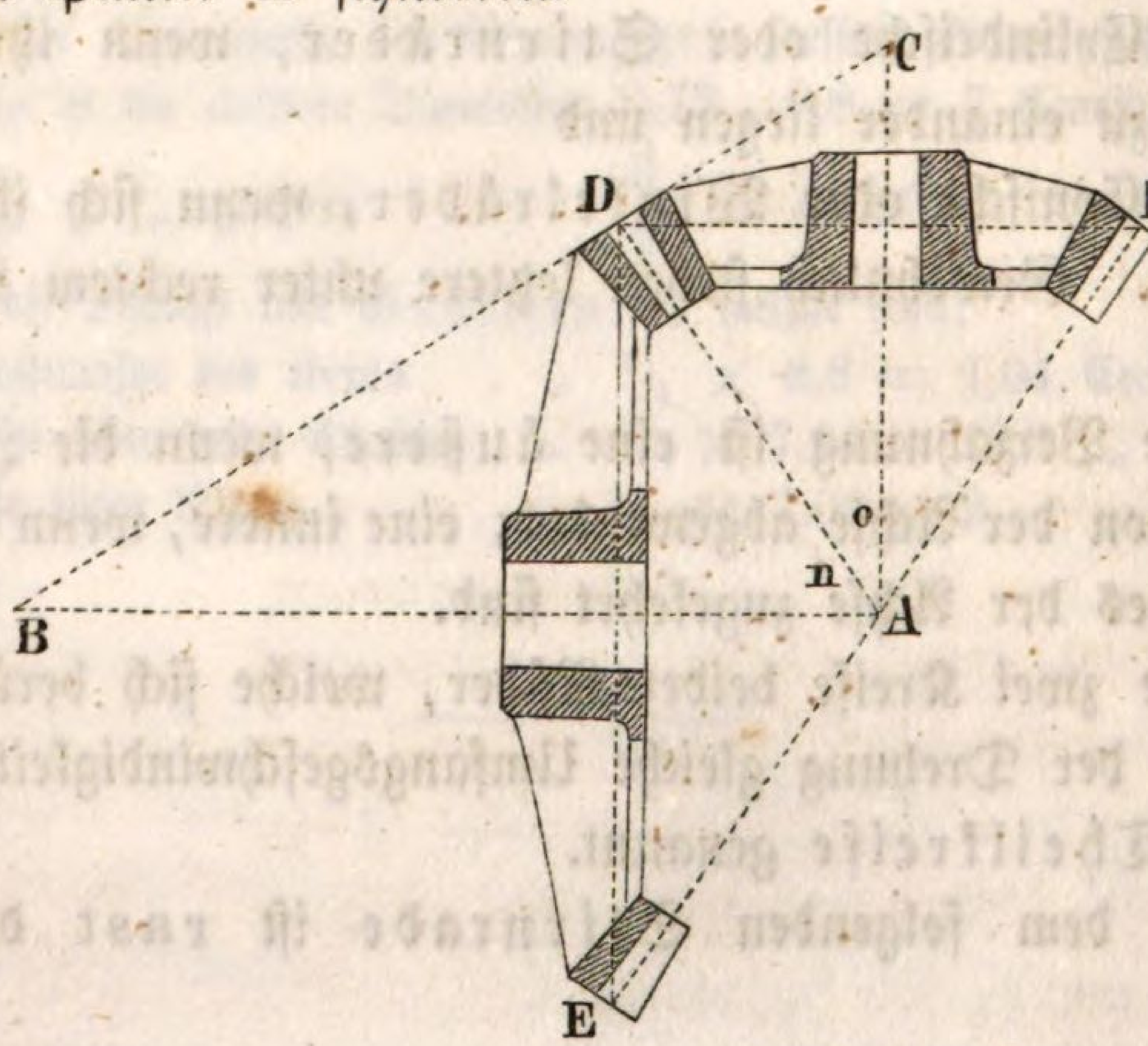
In dem folgenden Stirnrade ist rast der Theilkreis.



Auf diesem Theilkreise werden die Zähne abgetheilt. Die Theilung oder Schrift (denture, pitch) ist die Dicke a eines Zahnes nebst dessen Lücke n o, oder der Bogen s des Theilkreises von der Mitte eines Zahnes bis zur Mitte des nächstfolgenden.

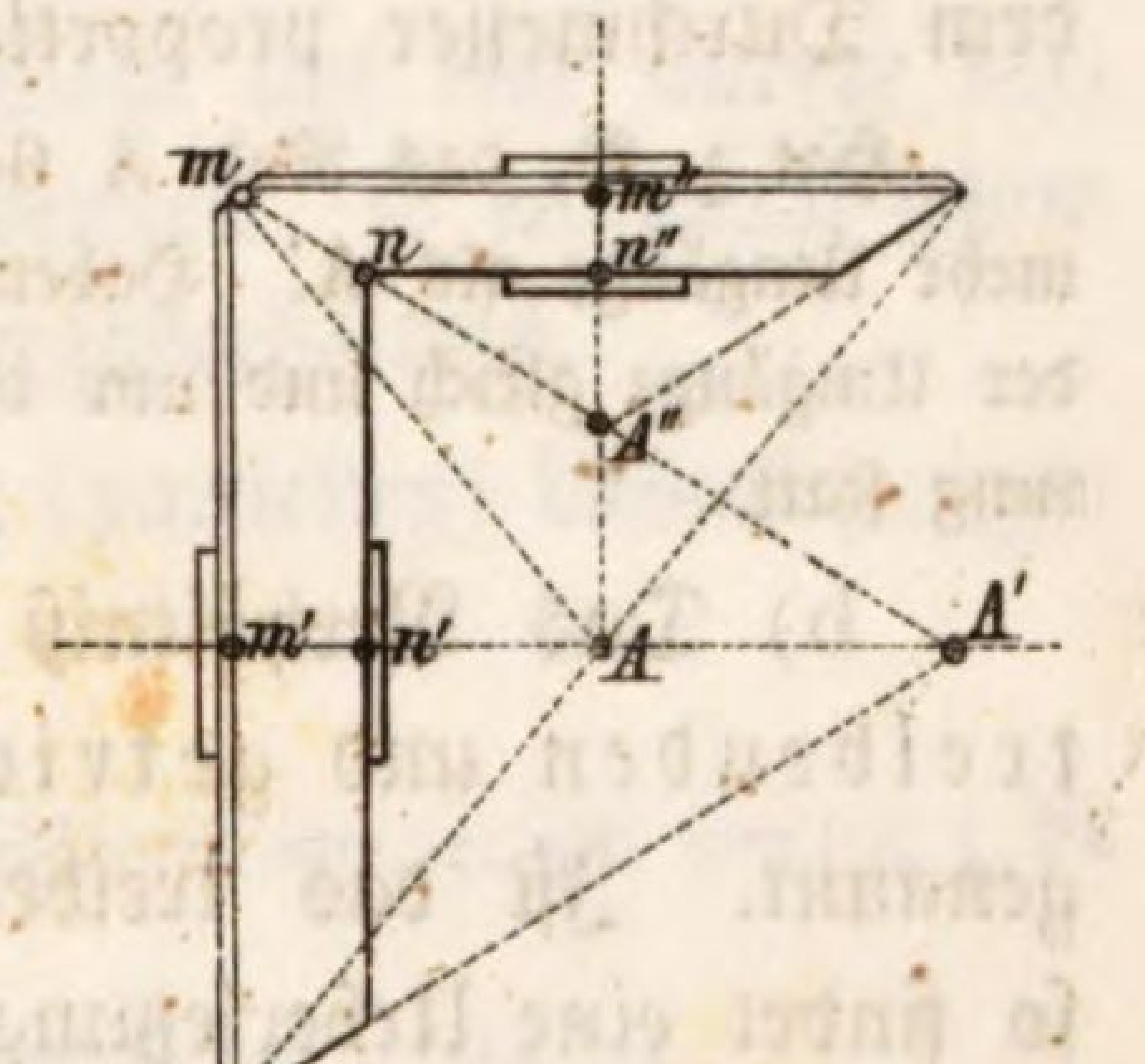
Unter dem Halbmesser eines Rades versteht man immer denjenigen des Theilkreises.

Bei zwei in einander greifenden Winkelrädern müssen sich die Achsen AB und AC immer in einem und demselben Punkte A schneiden.



Man denke sich nämlich zwei Kegelflächen, deren Grundkreise in DE und DF und deren Spitzen in A liegen, so berühren sich die Mantelflächen derselben längs der Linie AD. Wenn sich nun der eine dreht, so muß der andere, bei hinreichender Friktion zwischen ihnen, sich mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit drehen.

In gleicher gegenseitiger Lage müssen sich die Winkelräder befinden, d. h. die Zahnflächen in F, D, E müssen nach dem Durchschnittspunkt A der Achsen gehen.



Die nebenstehende Figur zeigt eine unrichtige Stellung der Zähne. Die Zähne des größeren Rades sind nach A′, die des kleineren nach A″ gerichtet, während sie nach A gehen sollten. — Man nehme an, die Umfangsgeschwindigkeiten für eine Stelle m seyen für beide Räder gleich. Dabei dreht sich der Punkt m des größeren Rades um den Halbmesser mm′, der Punkt m des kleinern Rades um den Halbmesser mm″. Diese Halbmesser verhalten sich wie die Anzahl Zähne des größeren Rades zur Anzahl Zähne des kleinern Rades. Ein anderer Punkt n auf dem größern Rad dreht sich um nn′, auf dem kleinern Rad um nn″. Diese beiden Halbmesser verhalten sich aber nicht mehr wie die vorigen, sondern es wird ein Punkt in n am größern Rad sich schneller bewegen als am kleinen, weil das Verhältniß $\frac{nn'}{nn''}$ größer ist, als $\frac{mm'}{mm''}$; folglich müssen die Zähne sich drängen und es wird, wenn sie nicht brechen, eine stoßende und ungleichförmige Bewegung entstehen. Diesem Fehler kann nur begegnet werden, wenn die Zähne nach A gerichtet sind, dann sind auch die letztgenannten Verhältnisse gleich.

Man sieht hieraus, daß die Schiefe der Zähne durch das Verhältniß der Radien der Räder oder durch die Anzahl ihrer Zähne bedingt ist. Soll also ein Kegelrad in ein anderes von 32 Zähnen eingreifen, so kann dafür nicht willkürlich ein anderes von 31 oder 33 Zähnen genommen werden.

II. Vom Uebersetzungsverhältniß bei Zahnrädern.

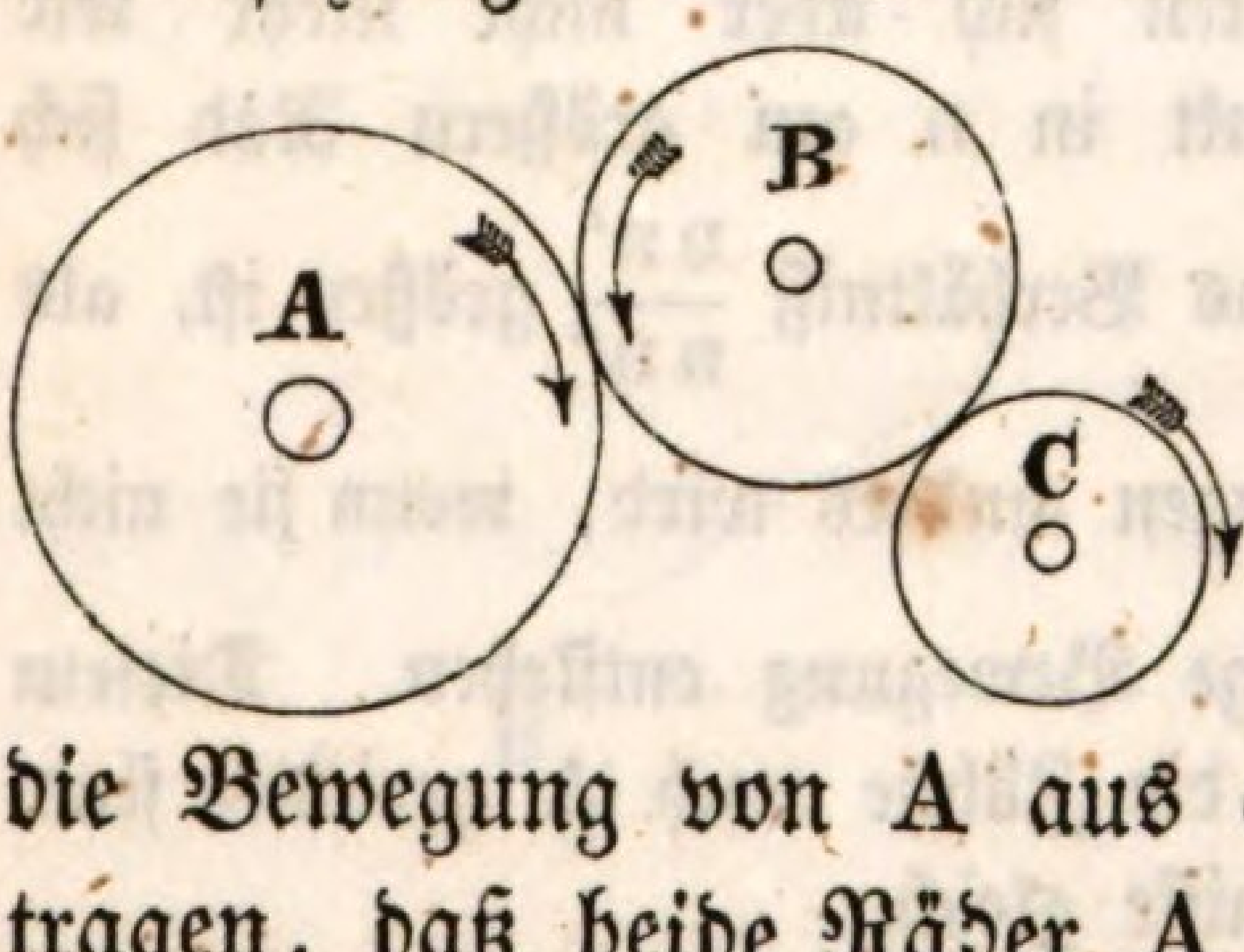
a) Zwei an der gleichen Welle sitzende Räder machen in derselben Zeit gleich viel Umgänge, welchen Durchmesser sie auch haben mögen; die Umfangsgeschwindigkeiten verhalten sich aber wie ihre Halbmesser oder Durchmesser.

Zwei in einander greifende Räder an verschiedenen Wellen haben hingegen gleiche Umfangsgeschwindigkeiten; die Zahl ihrer Umgänge in derselben Zeit verhält sich aber umgekehrt wie die Durchmesser, oder umgekehrt wie die Zahl der Zähne, da diese dem Durchmesser proportional seyn muß.

Hat z. B. das Rad A 64 Zähne und B 16, so macht dieses 4 mal mehr Umgänge als A. Haben beide gleich viel Zähne, so ist auch die Zahl der Umgänge gleich und nur die Bewegung findet in entgegengesetzter Richtung statt.

b) Das Verhältniß zwischen der Anzahl Umgänge des treibenden und getriebenen Rades wird Uebersetzung genannt. Ist das treibende Rad größer als das getriebene, so findet eine Uebersetzung ins Schnelle, umgekehrt eine Uebersetzung ins Langsame statt.

c) Die Größe eines Zwischenrades B hat auf die Uebersetzung der Räder A und C keinen Einfluß; weil die



Umfänge der beiden äußern Räder A und C sich gerade so schnell drehen müssen, als der Umfang des Zwischenrades. Ein solches Zwischenrad dient also bloß dazu, die Bewegung von A aus auf eine andere Achse so zu übertragen, daß beide Räder A und C sich nach gleicher Richtung umdrehen.

d) Ist das Uebersetzungsverhältniß zweier in einander greifender Räder m : n und die Entfernung ihrer Achsen oder

die Summe ihrer Radien r und r' gegeben, so kann man die Radien selbst durch folgende Proportion finden:

$$r + r' : r = m + n : n$$

und $$r = \frac{m(r + r')}{m + n}$$

Auf geometrische Art kann man die Radien finden, indem man ein Dreieck construirt, wovon die eine Seite = r + r', und die andere Seite = m + n ist und aus dem Theilungspunkte zwischen m und n eine Parallele mit der dritten Seite des Dreiecks zieht.

e) Wird die Bewegung einer Welle auf eine andere vermittelst mehrerer Räderpaare bewirkt, so entspricht jedem Räderpaar ein besonderes Uebersetzungsverhältniß.

Das Produkt aus den einzelnen (partiellen) Uebersetzungen gibt die totale Uebersetzung.

Eine 12fache Uebersetzung kann bei 2 Räderpaaren erzielt werden z. B. durch

eine 2- und eine 6fache partielle, weil $2 \times 6 = 12$
„ 3- „ „ 4fache „ „ $3 \times 4 = 12$
„ $2^1/_4$ „ „ $5^1/_3$fache „ „ $2^1/_4 \times 5^1/_3 = 12$,
u. s. w.

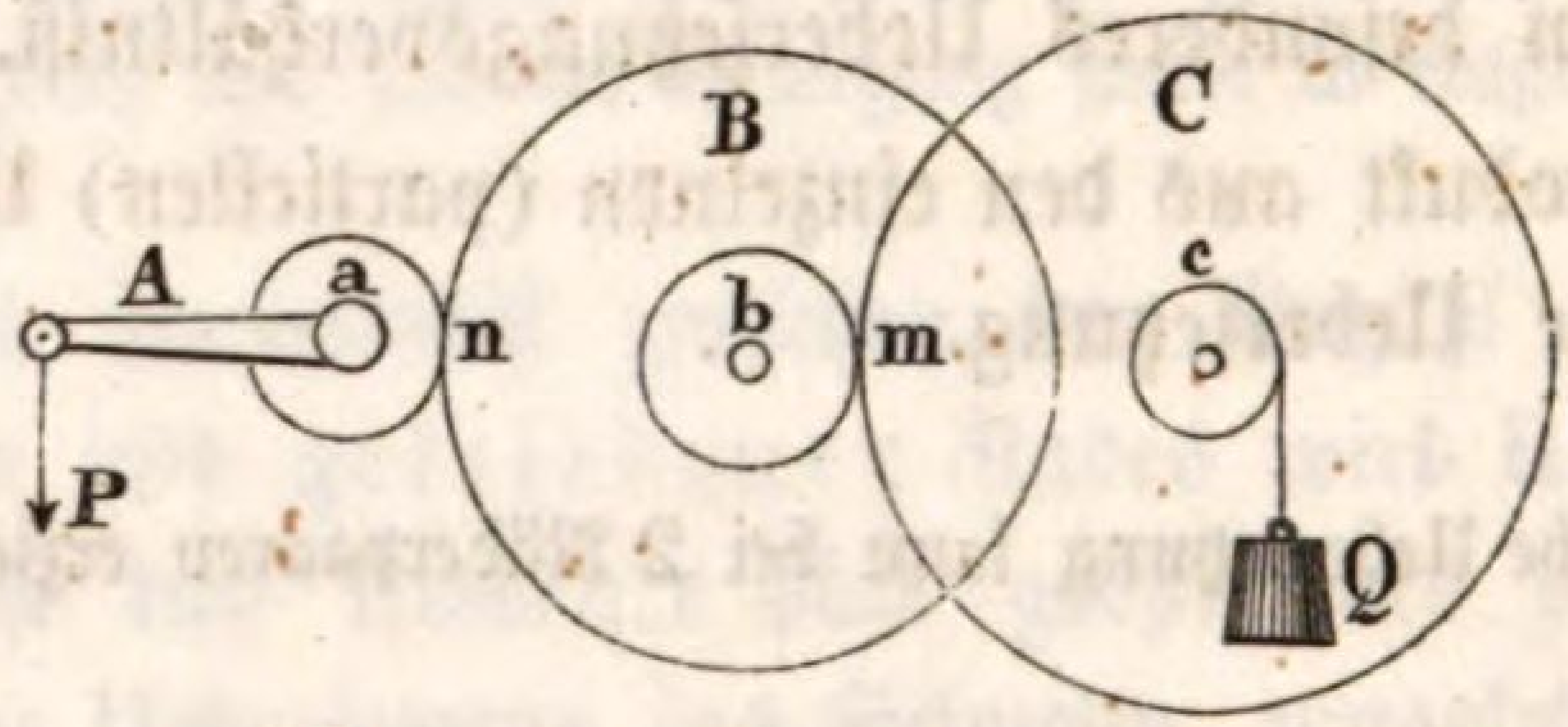
Man sieht, daß eine große Anzahl von Combinationen partieller Uebersetzungen möglich ist. Diese partiellen Uebersetzungen werden so gewählt, daß, wo es immer die lokalen Verhältnisse erlauben, keine derselben weiter als bis ins 7- bis 8fache geht. Soll ein großer Effekt, z. B. derjenige eines Wasserrades einer mechanischen Weberei, das nur 5 Umgänge per Minute macht, auf schnell gehende Wellen, welche 100 Umgänge in dieser Zeit machen, übertragen werden, so ist es zweckmäßig, die erste Uebersetzung vermittelst Zahnkranz und Getriebe so groß wie möglich (z. B. 5- bis 6fach) zu nehmen, weil, wie aus Nr. 22 ersehen werden kann, die Achsen um so leichter gebaut werden können, je schneller man sie laufen läßt.

III. Vom Gleichgewicht bei Zahnrädern.

Bei einem Rad an der Welle verhält sich die Kraft zur Last, wie der Radius der Welle zu dem des Rades.

Jedes Räderwerk kann zerlegt werden in so viele Theile, als Achsen vorkommen; alsdann stellt jeder Theil ein Rad an der Welle vor, wobei indessen die Welle durch ein Getriebe, eine Kurbel 2c. ersetzt seyn kann.

Bei dem folgenden Räderwerke seyen a, b die Radien der Getriebe; B, C diejenigen der Räder; c der Halbmesser der Welle und A die Kurbellänge.



Wenn die Last am Umfang der Welle $= Q$

so ist der Druck der Zähne im Eingriff $m = Q \cdot \frac{c}{C}$

so ist der Druck der Zähne im Eingriff $n = Q \cdot \frac{c}{C} \cdot \frac{b}{B}$

und der Druck auf die Kurbel . . $P = Q \cdot \frac{c}{C} \cdot \frac{b}{B} \cdot \frac{a}{A}$

Somit verhält sich die Kraft P zur Last Q wie das Produkt der Radien der Getriebe und der Welle zum Produkt der Radien der Räder und der Kurbellänge.

Statt der Radien der gezahnten Räder kann man auch die Anzahl ihrer Zähne in Rechnung bringen.

Die Umfangsgeschwindigkeiten von Kurbel und Welle verhalten sich umgekehrt wie P : Q.

Beispiel. An einem Krahnen soll eine Last von 4000 Kil. gehoben werden. Wie viel Kraft muß hiezu an der Kurbel wirken, wenn

$$a = 8 \text{ Centm.}, \quad A = 32 \text{ Centm.}$$
$$b = 10 \quad \text{"} \quad B = 40 \quad \text{"}$$
$$c = 9 \quad \text{"} \quad C = 45 \quad \text{"}$$

Antwort. $P = 4000 \cdot \frac{9}{45} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{8}{32} = 50$ Kil.

Ferner ist der Druck im Eingriff $m = 4000 \cdot \frac{9}{45} = 800$ Kil.

" " " " " " $n = 800 \cdot \frac{10}{40} = 200$ "

In diesem Beispiel ist die Kraft 80mal kleiner als die Last; während also Q um 1 M. steigt, macht das äußere Ende der Kurbel einen Weg von 80 M.

Bei Anfertigung eines Räderwerkes ist es nöthig, daß der Druck bestimmt werde, welchem die Zähne der Räder ausgesetzt sind, indem sich darnach die Dimensionen der Zähne und der der übrigen Theile an den Rädern richten.

IV. Von der Zahnreibung.

Die Reibung, welche die Zähne verursachen, indem sie über einander gleiten, modificirt das oben angegebene Verhältniß zwischen Kraft und Last.

Die mechanische Arbeit, welche bei einem cylindrischen Räderpaar mit äußerer Verzahnung durch die Reibung verloren geht, kann ausgedrückt werden durch

$$\frac{1}{2} sf \left(\frac{r + r'}{r \cdot r'} \right) \cdot A$$

wo A den zu übertragenden Effekt, für eine beliebige Arbeitseinheit,

f den Reibungscoefficienten,

s die Schrift der Zähne } für irgend eine Maßeinheit,

r, r′ die Radien der Räder } bedeuten.

Der verlorene Effekt ist also um so größer, je größer die Schrift, je kleiner die Räder und je ungleicher ihre Radien sind.

Ist z. B. $f = 0{,}1$ und $s = 0{,}2$ Fuß, so ist

der verlorene Effekt

für $r = r' = 1$ Fuß $\quad {}^1/_2 \,.\, 0{,}1 \,.\, 0{,}2 \left(\frac{1+1}{1}\right)^k = \frac{1}{50}\,A$

für $r = r' = 2$ „ $\quad {}^1/_2 \,.\, 0{,}1 \,.\, 0{,}1 \left(\frac{2+2}{2\,.\,2}\right)^k = \frac{1}{100}\,A$

für $r = r' = 4$ „ $\quad {}^1/_2 \,.\, 0{,}1 \,.\, 0{,}2 \left(\frac{4+4}{4\,.\,4}\right)^k = \frac{1}{200}\,A$

für $r = 2, r' = 6$ „ $\quad {}^1/_2 \,.\, 0{,}1 \,.\, 0{,}2 \left(\frac{2+6}{2\,.\,6}\right)^k = \frac{1}{150}\,A$

Man sieht hieraus, daß der Effektverlust durch Zahnreibung gering ist und für mittlere Räder höchstens 1 Procent der zu übertragenden Arbeit beträgt.

Für innere Verzahnung ist bei cylindrischen Rädern in der obigen Formel zu nehmen

$$\frac{r - r'}{r \cdot r'} \text{ statt } \frac{r + r'}{r \cdot r}$$

Der entstehende Verlust ist somit kleiner als bei äußerer Verzahnung.

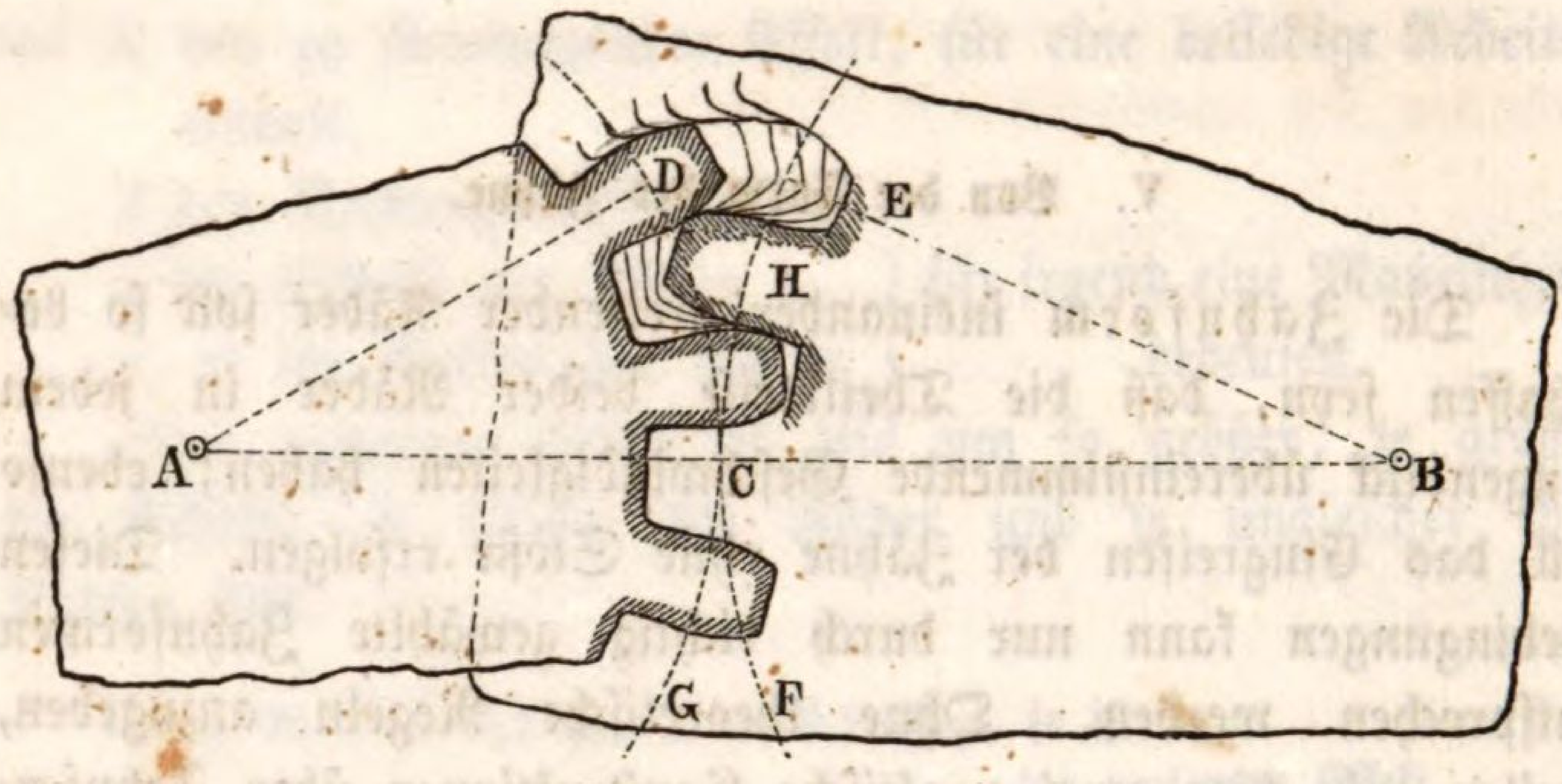
Ebenso ist der Effektverlust bei Winkelrädern geringer als bei cylindrischen von gleichen Dimensionen.

V. Von der Form der Zähne.

Die Zahnform ineinander greifender Räder soll so beschaffen seyn, daß die Theilkreise beider Räder in jedem Augenblick übereinstimmende Geschwindigkeiten haben; ebenso soll das Eingreifen der Zähne ohne Stöße erfolgen. Diesen Bedingungen kann nur durch richtig gewählte Zahnformen entsprochen werden. Ohne theoretische Regeln anzugeben, theilen wir hier zwei praktische Construktionen über Zahnformen mit.

Erste Construktion. Man wähle die Zahnform des einen Rades nach dem Gefühle und bestimme die Zahnform des andern auf folgende Weise:

Man schneide entweder in Naturgröße oder in verjüngtem Maaßstabe die Zahnform des ersten Rades (A) auf einem steifen Stück Papier aus; lege dasselbe auf ein zweites Stück (B), so daß sich die abgetragenen Theilkreise CG und CF beider Räder berühren; befestige beide Stücke in den Achsen A und B durch Stifte in dem darunter liegenden Brette und drehe sie so, daß in der ersten Lage die Radien AD und BE in gerader Richtung liegen; fahre sodann mit dem Bleistift den ausgeschnittenen Zähnen nach, um dieselben auf dem untern Stück aufzutragen; drehe hierauf beide Stücke um ihre Achsen so, daß die Theilkreise um gleich viel vorrücken; verzeichne in dieser Lage die Zähne wieder und wiederhole diese drehende Verschiebung so oft, bis sich eine stetige Folge von Umrissen der Zähne auf dem untern Stück bildet, wie die Figur zeigt: so schließen diese Umrisse die Zahnform H des zweiten Rades ein. Man hat alsdann nur noch nöthig, die



Dicke des Zahnes H um so viel zu verringern, als der nöthige Spielraum zwischen den Zähnen betragen soll.

Dieses Verfahren kann für äußere und innere Verzahnung der Stirn- und Winkelräder, sowie der Zahnstange angewendet werden.

Bei Winkelrädern sind indeß nicht die Radien der Räder, sondern die Geraden BD und CD Figur S. 180 als Halbmesser beim Verzeichnen der Zahnform zu nehmen. Man erhält BD und CD jener Figur, indem man BC senkrecht auf AD zieht und sie verlängert, bis sie die Achsen schneidet.

Zweite Construktion, durch Kreisbogen. Die krummen Linien, welche einen Zahn begrenzen, weichen streng genommen von Kreisbogen ab; sie können aber annähernd genug durch Kreisbogen ersetzt werden, sobald die Krümmungshalbmesser derselben richtig gewählt sind.

Bildet man nämlich den innern Theil des Zahnes aus Radien, d. h. Linien, welche gegen den Mittelpunkt des Rades laufen, indem man ihn da, wo er den Kranz berührt, etwas verstärkt, so sind die Krümmungshalbmesser für die äußern Theile der Zähne aus folgender Tabelle von Redtenbacher (die Schrift als Einheit angenommen) zu entnehmen:

Verhältniß der Radien der Räder.	Krümmungshalbmesser der Zähne für das kleinere Rad.		Krümmungshalbmesser der Zähne für das größere Rad.	
	Stirnrad.	Winkelrad.	Stirnrad.	Winkelrad.
1 : 1	0,75	0,75	0,75	0,75
5 : 4	0,72	0,70	0,77	0,80
4 : 3	0,71	0,68	0,79	0,82
3 : 2	0,70	0,65	0,80	0,85
2 : 1	0,67	0,60	0,83	0,90
3 : 1	0,63	0,55	0,87	0,94
4 : 1	0,60	0,53	0,90	0,97
5 : 1	0,58	0,52	0,92	0,98
10 : 1	0,55	0,51	0,95	0,99
unendlich : 1	0,50	0,50	1,00	1,00

Die Mittelpunkte der Kreisbogen sind auf den Theilkreisen. Die Krümmungshalbmesser liegen nach der Tabelle für das kleinere Rad zwischen $^3/_4$ und $^1/_2$, für das größere zwischen $^3/_4$ und 1 der Schrift. Der unendlich große Halbmesser entspricht der Zahnstange.

Beispiel. Es seyen die Radien zweier ineinandergreifender Räder 1,5 M. und 0,8 M., ferner die Schrift 7 Cent. Wie groß sind die Krümmungshalbmesser für die Abrundung der Zähne?

Es ist das Verhältniß der Radien 1,5 : 0,8 oder 1,87 : 1, welches sich dem in vorstehender Tabelle aufgenommenen Verhältniß 2 : 1 annähert. Für dieses letztere erhält man den Krümmungshalbmesser:

für das größere Rad $= 0{,}83 \times 7^{cm} = 5{,}81^{cm}$

für das kleinere Rad $= 0{,}67 \times 7^{cm} = 4{,}69^{cm}$.

VI. Beziehung zwischen der Anzahl Zähne, der Größe des Rades und der Theilung.

Die Anzahl der Zähne eines Rades wird gefunden, wenn man den Umfang des Theilkreises durch die Schrift dividirt.

Der Umfang des Theilkreises ergibt sich, wenn man die Zahl der Zähne mit der Schrift multiplicirt.

Beispiel. Der Halbmesser eines Rades sey = 60 Centm.; die Schrift = 5,1 Centm.; wie viel Zähne erhält das Rad?

Es ist der Umfang des Rades $2 \times 60 \times 3{,}1416 = 376{,}9$ Centm.,

somit die Anzahl Zähne . . . . $\frac{376{,}9}{5{,}1} = 73{,}9$ Centm.

Da nun die Anzahl Zähne immer eine ganze Zahl seyn muß, so nehme man dafür die nächste ganze Zahl, nämlich 74.

Zum Aufsuchen der Durchmesser, wenn die Zahl der Zähne und die Schrift bekannt ist, dient folgende Formel:

$$d = \frac{s}{\sin\left(\frac{180}{n}\right)}$$

wo d den Durchmesser, s die Schrift und n die Anzahl von Zähnen bedeutet.

Für ein Rad von 45 Zähnen mit einer Schrift = 5 Centm. ist z. B.

da $\sin\left(\frac{180}{45}\right) = \sin 4^0 = 0{,}06977$ ist

$$d = \frac{4^{cm}}{0{,}06977} = 71{,}66 \text{ Centm.}$$

Durch diese Formel erhält man den Durchmesser eines Rades genau, während, wenn man die Zahl der Zähne mit der Schrift multiplicirt, nur der Umfang eines Vielecks entsteht, dessen Seiten Sehnen sind im Theilkreise, vorausgesetzt, daß die Schrift mit dem Zirkel als Sehne aufgetragen werde.

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle von Donkin berechnet. Dieselbe enthält den Durchmesser für jedes Rad von 10 bis 280 Zähnen, bei einer Theilung gleich der Maaßeinheit (z. B. 1 Centm., 1 Zoll rc.).

Tabelle XIX.

Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.
10	3,236	40	12,746	70	22,289
11	3,549	41	13,064	71	22,607
12	3,864	42	13,382	72	22,926
13	4,179	43	13,700	73	23,244
14	4,494	44	14,018	74	23,562
15	4,810	45	14,336	75	23,880
16	5,126	46	14,654	76	24,198
17	5,442	47	14,972	77	24,517
18	5,759	48	15,290	78	24,835
19	6,076	49	15,608	79	25,153
20	6,392	50	15,926	80	25,471
21	6,710	51	16,244	81	25,790
22	7,027	52	16,562	82	26,108
23	7,344	53	16,880	83	26,426
24	7,661	54	17,198	84	26,741
25	7,979	55	17,517	85	27,063
26	8,296	56	17,835	86	27,381
27	8,614	57	18,153	87	27,699
28	8,931	58	18,471	88	28,017
29	9,249	59	18,789	89	28,336
30	9,577	60	19,107	90	28,654
31	9,885	61	19,425	91	28,972
32	10,202	62	19,744	92	29,290
33	10,520	63	20,062	93	29,608
34	10,838	64	20,382	94	29,927
35	11,156	65	20,698	95	30,245
36	11,474	66	21,016	96	30,563
37	11,792	67	21,335	97	30,881
38	12,110	68	21,653	98	31,200
39	12,428	69	21,971	99	31,518

Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.
100	31,836	130	41,384	160	50,933
101	32,155	131	41,703	161	51,251
102	32,473	132	42,021	162	51,669
103	32,791	133	42,339	163	51,888
104	33,109	134	42,657	164	52,206
105	33,427	135	42,976	165	52,524
106	33,746	136	43,294	166	52,843
107	34,064	137	43,612	167	53,161
108	34,382	138	43,931	168	53,479
109	34,700	139	44,249	169	53,789
110	35,018	140	44,567	170	54,116
111	35,337	141	44,885	171	54,434
112	35,655	142	45,204	172	54,752
113	35,974	143	45,522	173	55,078
114	36,292	144	45,840	174	55,389
115	36,611	145	46,158	175	55,707
116	36,929	146	46,477	176	56,026
117	37,247	147	46,795	177	56,344
118	37,565	148	47,113	178	56,662
119	37,883	149	47,432	179	56,980
120	38,202	150	47,750	180	57,299
121	38,520	151	48,068	181	57,617
122	38,838	152	48,387	182	57,935
123	39,156	153	48,705	183	58,253
124	39,475	154	49,023	184	58,572
125	39,793	155	49,341	185	58,890
126	40,111	156	49,660	186	59,209
127	40,429	157	49,978	187	59,527
128	40,748	158	50,296	188	59,845
129	41,066	159	50,560	189	60,163

Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.	Zähne.	Diameter.
190	60,480	220	70,031	250	79,850
191	60,800	221	70,349	251	79,898
192	61,118	222	70,667	252	80,216
193	61,436	223	70,985	253	80,534
194	61,755	224	71,304	254	80,853
195	62,073	225	71,622	255	81,171
196	62,392	226	71,941	256	81,489
197	62,710	227	72,258	257	81,808
198	63,028	228	72,577	258	82,126
199	63,346	229	72,895	259	82,444
200	63,665	230	73,214	260	82,763
201	63,983	231	73,532	261	83,081
202	64,301	232	73,850	262	83,399
203	64,620	233	74,168	263	83,717
204	64,938	234	74,487	264	84,038
205	65,256	235	74,805	265	84,354
206	65,574	236	75,123	266	84,673
207	65,893	237	75,441	267	84,991
208	66,211	238	75,760	268	85,309
209	66,529	239	76,078	269	85,627
210	66,848	240	76,397	270	85,946
211	67,166	241	76,715	271	86,265
212	67,484	242	77,033	272	86,582
213	67,803	243	77,351	273	86,900
214	68,121	244	77,670	274	87,219
215	68,439	245	77,988	275	87,537
216	68,757	246	78,306	276	87,855
217	69,075	247	78,625	277	88,174
218	69,349	248	78,943	278	88,462
219	69,712	249	79,261	279	88,810

Es läßt sich daraus leicht der Durchmesser für jede andere Theilung berechnen.

Beispiel. Wie groß ist der Durchmesser eines Rades von 125 Zähnen bei einer Theilung von $3^1/_4$''?

Antwort. Die Tafel gibt für ein Rad von 125 Zähnen, dessen Theilung 1 Zoll ist, einen Durchmesser von 39'',793 an; also ist der Durchmesser für eine Theilung von $3^1/_4$'' offenbar $3^1/_4$mal größer, mithin $3^1/_4 \times 39{,}793 = 129'',328$.

VII. Von den Dimensionen der Zähne.

Die Dimensionen der Zähne hängen ab von der Festigkeit des Materials, aus welchem sie bestehen und von dem Drucke, mit welchem sie gegen einander pressen. Da sie als Prismen betrachtet werden können, deren eines Ende festgehalten, das andere dagegen belastet ist, so sind sie nach folgender Formel zu berechnen:

$$P = \frac{R}{6} \cdot \frac{a^2 b}{L}$$

worin P den Druck zwischen den Zähnen,
R den Festigkeitscoefficienten des Materials,
a die Dicke des Zahns, auf dem Theilkreise gemessen,
b die Breite des Zahns (Fig. S. 180) und
L die Höhe desselben bedeuten.

Man entnimmt aus dieser Formel, daß man einem Zahne, welcher einen gegebenen Druck aushalten soll, eine beliebige Dicke geben kann, wenn man dessen Breite und Höhe darnach bestimmt.

Je kleiner man bei gleicher Höhe die Dicke der Zähne annimmt, um so breiter müssen sie seyn. Bei geringer Zahndicke wird aber auch die Radtheilung klein, folglich die Anzahl der Zähne groß, und somit sind mehr Zähne im Eingriff, und es wird die Bewegung im Allgemeinen sanfter und regelmäßiger.

Je breiter die Zähne sind, um so beträchtlicher wird das Gewicht des Rades, um so schwieriger ist es auszuführen, um so kostspieliger fällt es aus, allein um so weniger nützen sich die Zähne ab. Je höher ferner die Zähne sind, desto größer ist die Anzahl derselben, welche gleichzeitig in einander greifen, desto stärker müssen sie jedoch gemacht werden.

A. Gußeiserne Zähne für Transmissionsräder.

Transmissionsräder werden solche genannt, welche den mechanischen Effekt größerer Wasserkräfte, Dampfkräfte 2c. übertragen.

Buchanan gibt für deren Zähne folgende Verhältnisse an:

Breite der Zähne . .	b = 4 a
Höhe der Zähne . .	L = 1,2 a
Höhe über dem Theilkreise	= 0,45 a
Höhe unter dem Theilkreise	= 0,55 a

In neuerer Zeit, wo auf die Anfertigung gußeiserner Räder viele Sorgfalt gewendet wird, macht man die Zähne 5—8mal breiter als dick. Wir nehmen an:

Breite der Zähne	= 5—7mal	die	Dicke
Höhe der Zähne	= $\frac{3}{2}$	"	"
Höhe über dem Theilkreise	= $\frac{4}{6}$	"	"
Höhe unter dem Theilkreise	= $\frac{5}{6}$	"	"
Spielraum zweier eingreifender Zähne	= $\frac{1}{10}$	"	"
Zahnlücke auf dem Theilkreise . . .	= 1,1	"	"
Theilung oder Schrift	= 2,1	"	"

Bei Berechnung der Dicke der Zähne nimmt Buchanan 140 Kil., Armengaud 250 Kil. per 1 □^{cm} für R an. Allein die Stärke der Zähne wird bedingt durch das allfällige

Vorhandenseyn stoßender Wirkungen und durch die Umfangsgeschwindigkeit der Räder, da der Einfluß solcher Wirkungen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zunimmt. Es soll daher dieser Druck per 1 □^{cm} seyn:

a) für leichte Transmissionsräder, mit mäßiger Geschwindigkeit und ruhigem Gange, wie bei Zahnkränzen an Wasserrädern . . . . 250 Kil.

b) für schwerere Transmissionsräder, mit größerer Geschwindigkeit und stetigem Gange, wie bei Transmissionen in Fabriken . . . . 180 Kil.

c) für ganz schwere Räder mit stoßenden Wirkungen, wie bei Hammer- und Walzwerken . . . . 80—100 Kil.

Gewöhnlich ist der Druck P zwischen den Zähnen bei Transmissionsrädern nicht bekannt, sondern der mechanische Effekt, den sie übertragen und die Zahl der Umgänge, welche sie per Minute machen. Nach S. 176 ist aber

$$P = 143240 \cdot \frac{A}{D\,n}$$

worin D den Durchmesser des Rades in Centm.,
n die Anzahl Umgänge per Minute und
A die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte bedeutet.

Setzt man in Formel L = 1,5 a, R = 250 und R = 180, so findet man mit Benutzung der zwei vorstehenden Formeln:

für leichte Transmissionsräder ohne Stöße

$$(1)\quad a\,b = 0{,}036\,P \quad . \; . \; . \; . \quad (2)\quad a\,b = 5155{,}2\,\frac{A}{D\,n}$$

für schwere Transmissionsräder ohne Stöße

$$(3)\quad a\,b = 0{,}05\,P \;.\;.\;.\;.\quad (4)\quad a\,b = 7160\frac{A}{D\,n}$$

In diesen Formeln ist das Verhältniß zwischen der Zahndicke a und der Zahnbreite b noch unbestimmt gelassen. Man kann damit die Dicke berechnen, wenn man die Breite annimmt und umgekehrt; ebenso läßt sich die Kraft berechnen, den ein gebautes Rad aushalten kann.

Beispiel 1. Welchen Druck können die Zähne eines Rades aushalten, wenn die Zahndicke 3 Centm. und die Zahnbreite 18 Centm. beträgt; und wie viel Pferde kann es, bei 30 Umgängen per Minute, übertragen, wenn sein Durchmesser 100 Centm. ist?

Wenn die Umstände für ein schwereres Rad sprechen, so benutze man die Formeln (3) und (4).

Es ist nach (3) $P = \frac{a\,b}{0{,}05} = \frac{3\;.\;18}{0{,}05} = 1080$ Kil.

" " " (4) $A = \frac{a b\;.\;D n}{7160} = \frac{3\;.\;18\;.\;100\;.\;30}{7160} = 22{,}6$ Pfkr.

Beispiel 2. Wie dick müssen die gußeisernen Zähne eines leichtern Räderpaares seyn, von welchen das eine Rad bei einem Durchmesser von 200 Centm. 15 Umgänge per Minute machen und einen Effekt von 12 Pferden fortpflanzen soll, wenn der Zahn 5 mal breiter als dick angenommen wird?

In (2) setze man $b = 5a$, so ist

$$5\,a\;.\;a = 5155{,}2\;.\;\frac{12}{200\;.\;15}$$

$$a^2 = 4{,}124$$

Dicke des Zahns $a = \sqrt{4{,}124} = 2{,}03$ Centm.

Zahnbreite . . . $5 \times 2{,}03 = 10{,}2$ "

Theilung . . . $2{,}1 \times 2{,}03 = 4{,}263$ "

Sollen die Zähe 6mal breiter als dick seyn, so setze man $b = 6a$ in obige Formeln, so erhält man:

für leichte Transmissionsräder (R = 250 Kil.)

$$a = 0{,}0775 \sqrt{P} \qquad a = 32{,}1 \sqrt{\frac{A}{Dn}}$$

für schwerere Transmissionsräder (R = 180 Kil.)

$$a = 0{,}10 \sqrt{P} \qquad a = 37{,}8 \sqrt{\frac{A}{Dn}}$$

Aehnliche Formeln lassen sich für die Verhältnisse b = 5a und b = 7a aufstellen. Nach solchen Formeln sind folgende Tabellen berechnet.

Tabelle XX.

Dicke gußeiserner Zähne für leichte Transmissionsräder mit ruhigem Gange (Zahnkränze ꝛc.).

Zahndicke a	Zähne 5mal breiter als dick.		Zähne 6mal breiter als dick.		Zähne 7mal breiter als dick.	
	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$
1,4cm.	235kil.	0,0019	—	—	—	—
1,6	336	0,0024	427kil	0,0023	—	—
1,8	450	0,0031	540	0,0038	630kil.	0,0044
2,0	555	0,0039	667	0,0046	778	0,0054
2,2	672	0,0047	807	0,0056	940	0,0066
2,4	800	0,0056	960	0,0067	1123	0,0078
2,6	939	0,0065	1127	0,0079	1313	0,0092
2,8	1089	0,0076	1307	0,0091	1523	0,0106
3,0	1247	0,0087	1500	0,0105	1750	0,0122
3,2	1422	0,0099	1707	0,0119	1991	0,0139
3,4	1605	0,0112	1927	0,0134	2286	0,0157
3,6	1800	0,0126	2160	0,0151	2519	0,0176
3,8	2005	0,0140	2407	0,0168	2796	0,0195
4,0	2222	0,0155	2667	0,0185	3110	0,0217
4,2	2450	0,0171	2940	0,0206	3429	0,0239
4,4	2689	0,0189	3227	0,0225	3763	0,0263
4,6	2983	0,0205	3527	0,0246	4113	0,0287
4,8	3204	0,0223	3840	0,0268	4479	0,0313

Tabelle XXI.

Dicke gußeiserner Zähne für schwere Transmissionsräder (mit großer Geschwindigkeit ohne Stöße).

Zahndicke a	Zähne 5mal breiter als dick.		Zähne 6mal breiter als dick.		Zähne 7mal breiter als dick.	
	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$	Druck auf den Zahn P	Werth von $\frac{A}{Dn}$
1,8cm	324kil.	0,0024	389kil.	0,0027	453kil.	0,0032
2,0	400	0,0028	480	0,0034	560	0,0039
2,2	484	0,0033	580	0,0041	677	0,0047
2,4	567	0,0040	690	0,0049	806	0,0057
2,6	676	0,0047	811	0,0057	946	0,0066
2,8	784	0,0054	940	0,0066	1098	0,0077
3,0	900	0,0062	1080	0,0075	1260	0,0088
3,2	1024	0,0071	1229	0,0086	1434	0,0100
3,4	1156	0,0080	1387	0,0097	1618	0,0113
3,6	1296	0,0090	1555	0,0109	1814	0,0127
3,8	1444	0 0100	1733	0,0122	2021	0,0140
4,0	1600	0,0111	1920	0,0135	2240	0,0156
4,2	1764	0,0123	2117	0,0149	2470	0,0172
4,4	1936	0,0135	2323	0,0163	2710	0,0190
4,6	2116	0,0148	2539	0,0178	2962	0,0207
4,8	2340	0,0161	2765	0,0194	3226	0,0225
5,0	2500	0,0175	3000	0,0211	3500	0,0244

Beispiel. Ein Wasserrad von 60 Pferdekräften mache 7 Umgänge per Minute; wie stark müssen die Zähne des Zahnkranzes seyn, wenn sein Durchmesser 540 Centm. beträgt?

$$\text{Es ist} \left\{ \begin{array}{l} A = 60 \\ n = 7 \\ D = 540 \end{array} \right\} \text{folglich} \frac{A}{Dn} = \frac{60}{540 \,.\, 7} = 0{,}0159$$

Wenn die Zähne 6 mal breiter als dick seyn sollen, so liegt dieser Werth von $\frac{A}{Dn}$ in der ersten Tabelle zwischen 0,0151 und 0,0168, also die Zahndicke zwischen 3,6 und 3,8cm, so daß

die Zahndicke . . . . . = 3,7cm
" Zahnbreite . . 6 × 3,7 = 22,2cm
" Zahnhöhe . 1,5 × 3,7 = 5,55cm
" Theilung . . 2,1 × 3,7 = 7,77cm

Nun ist der Umfang des Rades $3{,}1416 \times 540 = 1696{,}46^{cm}$; folglich würde bei dieser Theilung die Anzahl Zähne $\frac{1696{,}46}{7{,}77} = 218{,}3$, was nicht seyn kann. Besteht aber der Zahnkranz aus 8 Segmenten, und gibt man jedem 27 Zähne, so erhält er im Ganzen 8×27 oder 216 Zähne. Dadurch wird die Theilung $\frac{1696{,}46}{216} = 7{,}85^{cm}$, also um so wenig größer, daß die berechnete Zahndicke beibehalten werden kann.

B. Hölzerne Zähne für Transmissionsräder.

Um sowohl die Reibung zu vermindern und eine ruhige Bewegung hervorzubringen, als auch die Reparation zu erleichtern, werden sehr oft, besonders bei großer Umfangsgeschwindigkeit, die Zähne des größern Rades aus hartem Holz (meistens aus Hagebuchen oder Mehlbaumholz) gemacht und sowohl diese Kammen als auch die eisernen Zähne des kleinen Rades abgedreht und genau kalibrirt.

Solche Kammen besitzen, wenn sie der Länge der Fasern nach gespalten oder gesägt sind, ungefähr eine viermal geringere Stärke als gußeiserne Zähne von gleichen Dimensionen. Da sie jedoch leicht wieder ersetzt werden können, wenn sie brechen und die Fehler an denselben sichtbarer sind als bei gußeisernen, so dürfen sie mit dem achten Theil des Druckes, der seinen Bruch veranlassen würde, belastet werden. Es muß deßhalb bei gleicher Breite und Höhe die Dicke des hölzernen Zahns $= 1{,}4$ a d. h. 1,4mal die Dicke des gußeisernen seyn, und da solche Räder, Holz auf Eisen laufend, wenn sie sorgfältig ausgearbeitet sind, bloß $\frac{1}{15}$—$\frac{1}{20}$ a Spielraum erfordern, so wird also die Schrift $s = 2{,}46$ a seyn.

Beispiel. Ein Paar Räder, Holz auf Eisen laufend, soll 30 Pferde übertragen; das eine Rad hat 150 Centm. Durchmesser und soll 22

Umgänge per Minute machen. Welches sind die erforderlichen Dimensionen ihrer Zähne, wenn sie 5 mal breiter als dick seyn sollen?

$$\frac{A}{Dn} = \frac{30}{150 \cdot 22} = 0{,}0091$$

Dieser Werth ist etwas größer als 0,0087 in der ersten Tabelle, also auch die Zahndicke etwas größer als 3^{cm}; mithin ist zu nehmen:

Dicke des gußeisernen Zahnes . . . . . . $= 3{,}05^{cm}$
Dicke des hölzernen Zahnes . . $1{,}4 \times 3{,}05 = 4{,}27^{cm}$
Höhe der Zähne . . . . $1{,}5 \times 3{,}05 = 4{,}57^{cm}$
Theilung oder Schrift . . . $2{,}46 \times 3{,}05 = 7{,}50^{cm}$

C. Gußeiserne Zähne für Räder, welche durch Menschenkräfte bewegt werden.

Bei solchen Rädern, welche bei Krahnen, Winden, Aufzügen ꝛc. vorkommen, kennt man gewöhnlich nur den Druck, der auf die Zähne wirkt. Bestimmte man die Zahndicke nach obigen Formeln, so würden für kleine Kräfte die Zähne so schwach, daß sie zufällige äußere Wirkungen nicht aushalten könnten. Es ist daher angemessener, die Dicke der Zähne aus folgender Tabelle zu entnehmen, welche nach der Formel

$$a = 0{,}4 + 0{,}07 \sqrt{P} \text{ Centm.}$$

berechnet worden ist. Die Breite der Zähne solcher Räder beträgt gewöhnlich das 4fache der Dicke.

Zahndicke.	Druck auf den Zahn	Zahndicke.	Druck auf den Zahn.
0,8 Centm.	32 Kil.	2,0 Centm.	522 Kil.
1,0	74	2,2	661
1,2	130	2,4	816
1,4	204	2,6	988
1,6	294	2,8	1175
1,8	400	3,0	1380

Beispiel. Wenn der Krahnen, wie er im Beispiele S. 185

angenommen wurde, für eine im Maximum zu hebende Last von 4000 Kil. zu construiren ist, so ist

der Druck auf die Zähne des stärkern Räderpaars = 800 Kil.,
" " " " " " schwächern " = 200 "
mithin die Dicke der Zähne für das erstere Paar = 2,4 Centm.,
" " " " " " " letztere " = 1,4 "
und die respectiven Zahnbreiten = 9,6 und 5,6 Centm.

Anmerkung. Da bei Winkelrädern der Theilkreis auf ihrem größten Durchmesser genommen wird, somit die Schrift und die Zahndicke gegen den kleinern Durchmesser immer kleiner werden, so muß bei solchen die durch obige Formeln erhaltene Zahndicke verhältnißmäßig vergrößert werden.

VIII. Von dem Kranze, den Armen und der Nabe gußeiserner Räder.

1. Die Anzahl der Arme hängt fast ganz von der Größe des Rades ab.

Räder unter	1 M. Durchm.	erhalten	gewöhnlich	4 Arme.
" von	1—2 "	"	"	6 "
" von	2—3 "	"	"	8 "
" über	3 "	"	"	10—12 "

Gußeiserne Radarme bestehen aus zwei Rippen, so daß der Querschnitt die Form eines Kreuzes hat. Die Hauptrippe liegt in der Richtung der Drehung und muß eine hinreichende transversale Festigkeit haben. Die andere Rippe verhindert die Seitenbewegung des Kranzes.

2. Die Breite der Hauptrippe für schwere Transmissionsräder wird bestimmt durch die Formel:

$$c = 24 \sqrt[3]{\frac{A}{e \cdot n}}$$

worin A die Anzahl Pferdekräfte, welche das Rad per Sekunde überträgt,
n die Anzahl Umgänge des Rades per Minute,
e die Anzahl Arme des Rades und

c die Breite der Hauptrippe, an der Nabe, in Centm., bedeutet.

Für leichte Transmissionsräder ist von diesem Werthe $^5/_6$ zu nehmen.

3. Die Dicke der Hauptrippe soll $^1/_5$ von der Breite betragen und sowohl die Breite als die Dicke nach dem Kranze hin um circa $^1/_4$ verjüngt werden.

4. Die Dicke des Kranzes soll der Dicke der Hauptrippe, an der Nabe gemessen, gleich seyn. Die verstärkende Rippe in der Mitte des Kranzes hängt von der Entfernung der Radarme ab, ihre Höhe und Dicke wird aber gewöhnlich gleich der Dicke des Armes genommen.

5. Der Länge der Nabe oder Hülse gibt man die Zahnbreite, vermehrt um circa $^1/_{15}$ vom Halbmesser des Rades. Die Dicke der Nabe mache man gleich der Zahndicke, vermehrt um $^1/_5$ der entsprechenden Wellendicke.

Obige Formel liefert für schwere Transmissionsräder folgende Tabelle:

Breite der Radarme.	Werth von $\frac{A}{n}$ für			
	4 Arme.	6 Arme.	8 Arme.	10 Arme.
4 Centm.	0,017	0,026	0,035	0,043
5	0,036	0,054	0,072	0,092
6	0,059	0,088	0,117	0,146
7	0,099	0,149	0,198	0,248
8	0,139	0,208	0,277	0,347
10	0,289	0,433	0,578	0,772
12	0,469	0,703	0,937	1,172
14	0,794	1,191	1,589	1,919
16	1,110	1,665	2,221	2,778
18	1,582	2,373	3,164	3,955
20	2,312	3,468	4,624	5,830
22	2,888	4,332	5,776	7,220
24	3,750	5,625	7,500	9,375

Beispiel. Zwei ineinandergreifende Räder übertragen 30 Pferdekräfte; das größere mache 20, das kleinere 60 Umgänge per Minute; das erstere erhalte 6, das letztere 4 Arme. Wie stark ist die Hauptrippe der Radarme zu machen?

Für das größere Rad ist e = 6 Arme, $\frac{A}{n} = \frac{30}{20} = 1{,}5$.

Dafür ist nach der Tab. 1,665 zu nehmen; diesem Werthe entspricht eine Breite an der Nabe = 16 Centm. und also eine Dicke = $\frac{16}{5}$ = 3,2 Centm.

Für das kleinere Rad ist e = 4 Arme, $\frac{A}{n} = \frac{30}{60} = 0{,}5$.

Dem nächsten Werthe 0,469 der Tabelle entspricht eine Breite an der Nabe = 12 Centm. und also eine Dicke = 2,4 Centm.

Die Breite der Arme am Kranze ist
für das größere Rad 16 . $^3/_4$ = 12 Centm.,
" " kleinere " 12 . $^3/_4$ = 9 "

IX. Von der Schraube ohne Ende.

Die Schraube ohne Ende und das eingreifende Schneckenrad pflanzen die Bewegung unter rechtem Winkel fort, so daß deren Achsen immer senkrecht auf einander stehen.

Es gibt auch hier, wie bei den Schrauben, ein- und mehrgängige Schnecken. Bei den eingängigen wird während einem Umgange derselben das Rad bloß um einen Zahn fortgeschoben, und die Schnecke muß daher gerade so viel Umgänge machen, um 1 Umgang des Rades hervorzubringen, als das letztere Zähne hat. Bei zweigängigen Schnecken geht hingegen das Rad doppelt so schnell herum, es braucht mithin bloß 15 Umgänge der Schnecke zu einem Umgange des Rades mit 30 Zähnen.

Die Zähne an dem Rade müssen die nämliche Neigung besitzen, als die Schraubengänge der Schnecke.

Ein Rad, welches in eine zweigängige Schnecke eingreifen soll, muß daher doppelt so schief gestellte Zähne haben, als das zu einer eingängigen Schnecke.

Die Zahnform ist für die Schraube ohne Ende gerade so zu construiren wie für eine Zahnstange mit dem entsprechenden Rade; dieselbe ist abzutragen auf einer Schnittebene, welche durch die Achse der Schraubenspindel geht und auf der Radachse senkrecht steht.

Die Kraft am Theilkreis der Schraube verhält sich zur Last am Theilkreis des Rades, abgesehen von der Reibung, umgekehrt wie die Geschwindigkeiten dieser Theilkreise, d. h. mit einer eingängigen Schnecke und einem Rad von 20 Zähnen kann eine 20 mal so große Last, jedoch mit einer 20 mal geringeren Geschwindigkeit, bewegt werden. Die dabei stattfindende Reibung ist jedoch so groß, daß man sie meistens nur in solchen Fällen anwendet, wo eine geringe Kraft erheischt wird, und die Bewegung einer Achse in eine viel langsamere umzuwandeln ist. Bei einer sehr gut construirten Schnecke beträgt die Reibung ungefähr so viel als die Kraft; bei einer schlecht ausgeführten dagegen wohl das Doppelte derselben, so daß für obiges Rad mit 20 Zähnen das Verhältniß zwischen Kraft und Last nicht 1 : 20, sondern 2 : 20, sogar 3 : 20 werden kann.

Ist A die Anzahl Pferde, welche die Schraube per Sekunde zu übertragen hat und
n die Anzahl ihrer Umläufe per Minute, so ist

der Durchmesser der Schraubenwelle $= 20 \sqrt[3]{\frac{A}{n}}$

Der Schriftdurchmesser der Schraube wird wenigstens um die Höhe des Schraubenganges größer gemacht als der Durchmesser der Schraubenwelle.

Nr. 26.

Von der Transmission der Bewegung vermittelst endloser Riemen.

Bei Uebertragung der Bewegung von einer Achse auf eine andere vermittelst lederner Riemen, Seile, Schnüre rc. sind die Umfangsgeschwindigkeiten beider Rollen gleich groß, während sich die Anzahl der Umgänge beider Rollen umgekehrt verhält wie die Halbmesser der Rollen. Das Uebersetzungsverhältniß beim Riemenwerke wird auf dieselbe Weise bestimmt wie beim Räderwerk (S. 182).

Der Riementrieb beruht gänzlich auf der Reibung, welche durch den Druck derselben an den Rollen oder Tambours, über welche sie laufen, hervorgebracht wird.

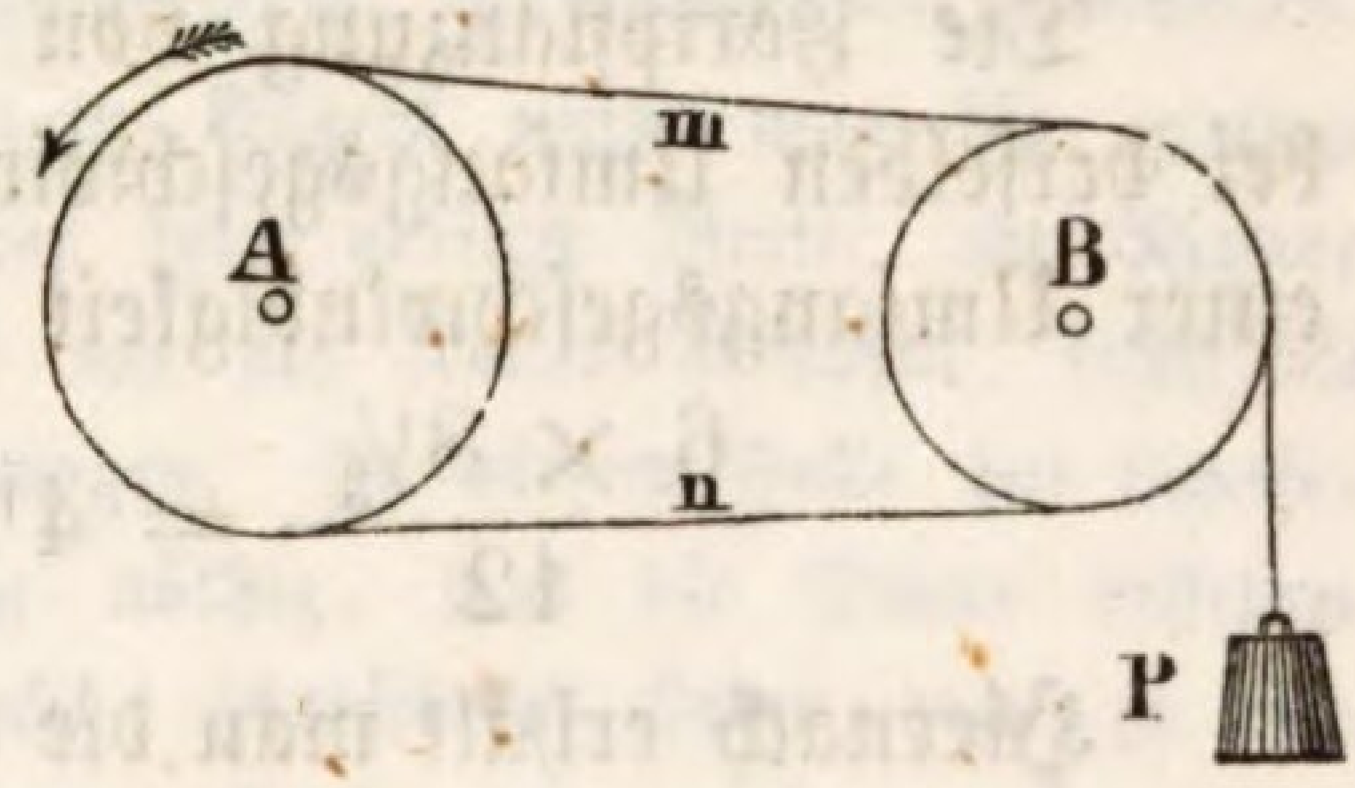
Nach Morin ist der Reibungscoefficient:

für Hanfseile	auf hölzernen Rädern	= 0,50
für neue Riemen	" " "	= 0,50
für gewöhnlich fette Riemen	auf hölz. Trommeln	= 0,47
für feuchte Riemen	auf abgedrehten guß. Rollen	= 0,38
für gewöhnlich fette Riemen	" " " "	= 0,28
für eingefettete Riemen	" " " "	= 0,12

Je größer dieser Reibungscoefficient ist, um so weniger werden die Riemen, bei sonst gleichen Umständen, auf der Oberfläche der Rollen ausgleiten und um so schwächer dürfen die Riemen gespannt seyn.

Sind die Achsen zweier Rollen etwas weit auseinander

und die Durchmesser der Rollen nicht sehr verschieden, so umschlingt der Riemen den Umfang jeder Rolle nahe zur Hälfte.



Es sey nun A die treibende, B die getriebene Rolle, ferner P die Kraft, welche am Umfang von B überwunden werden muß, so ist für gewöhnlich fette Riemen während der Bewegung die Riemenspannung

	Eiserne Rollen.	Hölzerne Rollen.
des Riemenstückes m . .	= 1,71 P	= 1,26 P
" " n . .	= 0,71 P	= 0,32 P

Die mittlere Spannung, welche im Zustande der Ruhe eintritt, beträgt demnach:

für eiserne Rollen . . 1,21 P
für hölzerne Rollen . . 0,79 P

Dadurch erleidet jede Achse gegen ihre Lager einen Druck von 2,42 P für eiserne und von 1,58 P für hölzerne Rollen.

Da vermöge dieses Druckes die Zapfen dick werden und sich zudem meistens schnell bewegen, so verursacht diese Achsenreibung einen beträchtlichen Effektverlust. Es darf aus diesem Grunde den Riemen keine unnöthig große Spannung gegeben werden.

Da bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit der Rollen die Kräfte proportional zu den Effekten sind, so muß die Riemenbreite in direktem Verhältnisse zu den letztern stehen. Da ferner bei gleichen Effekten die Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Umfangsgeschwindigkeiten und hiemit auch zu den Rollendurchmessern stehen, so müssen es auch die Riemenbreiten seyn.

Die Erfahrung zeigt,* daß ein 3 Zoll (alt franz.) breiter Riemen die hinreichende Breite hat, um den Effekt einer

* Siehe **Bulletin de la société de Mülhouse No. 6.**

Pferdekraft mit einer Umfangsgeschwindigkeit von $8\frac{1}{3}$ Fuß per Sekunde fortzupflanzen.

Die Fortpflanzung von 2 Pferdekräften erfordert daher bei derselben Umfangsgeschwindigkeit einen 6 Zoll breiten, bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 12 Fuß bloß einen

$$\frac{6 \times 8\frac{1}{3}}{12} = 4\frac{1}{6}''$$ breiten Riemen.

Hiernach erhält man die erforderliche Breite b der Riemen,

$$b = 22 \frac{A}{v}$$ in Centimetern,

wo A die Anzahl Pferdekräfte, v die Geschwindigkeit der Rollen in Metern per Sekunde bezeichnet.

Beispiel. Wie groß muß die Breite eines Riemens seyn, welcher den Effekt von $3\frac{1}{2}$ Pferdekräften vermittelst eines Tambours von 1,2 Meter Durchmesser fortleiten soll, wenn derselbe 75 Umgänge per Minute macht?

Umfangsgeschw. des Tambours per Sek. $\frac{1{,}2^{m} \times 3{,}14 \times 75}{60} = 4{,}71$ M.

Erforderliche Riemenbreite $b = 22 \times \frac{3{,}5}{4{,}71} = 16{,}4$ Centm.

Anmerkung 1. Bei dieser Angabe ist vorauszusetzen, daß beide Rollen, welche der Riemen umfaßt, von gleichem Durchmesser seyen, oder daß der Riemen bei beiden die Hälfte ihres Umfanges umfaßt. Sind dieselben dagegen von ungleicher Größe (und keine Leitrolle angebracht), so wird der Riemen weniger als den halben Umfang der kleineren Rolle umfassen; und um also eine gleiche Berührungsfläche zu erhalten, muß die Breite des Riemens verhältnißmäßig vergrößert werden. Umfaßt z. B. im vorigen Beispiele der Riemen eine kleinere Rolle, und zwar (wie es durch Aufzeichnung der beiden Rollen in der richtigen Entfernung ihrer Achsen leicht gefunden werden kann) statt $\frac{1}{2}$ bloß $\frac{1}{3}$ ihres Umfanges, so beträgt die erforderliche Breite derselben statt $16^{cm}{,}4$

$$\frac{3 \times 16{,}4}{2} = 24{,}6$$ Centm.

Hieraus geht hervor, daß unter gleichen Umständen ein gekreuzter Riemen etwas schmäler genommen werden darf, als ein offener.

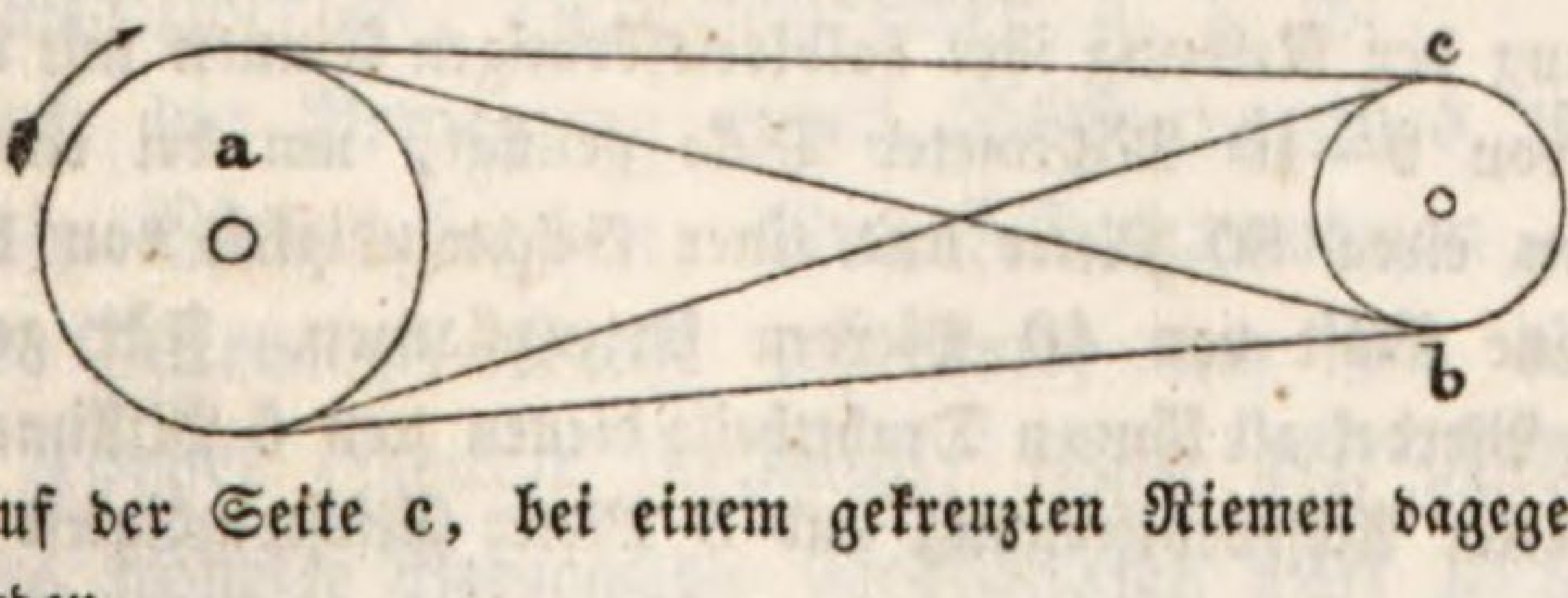
Anmerkung 2. Die Erfahrung zeigt, daß glatt abgedrehte Triebrollen

bessere Dienste leisten, als solche mit rauher Oberfläche oder mit eingedrehten Rinnen versehene, weil bei ersteren die Berührungsfläche größer ist. Ferner ist es gut, die Riemen von Zeit zu Zeit einzuschmieren, um sie biegsam zu erhalten.

Anmerkung 3. Vermittelst obiger Regeln wird man für geringe Effekte und große Geschwindigkeiten eine sehr geringe Breite der Riemen erhalten. Damit dieselben jedoch nicht von den Rollen ablaufen, sollte die Breite nicht weniger als 6 Centm. betragen. In diesem Falle hat indessen der Riemen keine so große Spannung nöthig, was die Dauer desselben verlängert, und es ferner möglich macht, schwächeres Leder dazu zu verwenden. Riemen von mehr als 30 Centm. Breite werden ferner nur selten angewendet und die erforderliche Breite dadurch vermindert, daß man durch Anwendung großer Rollen deren Geschwindigkeit vergrößert und ferner die Riemen aus einem starken Leder macht, welches eine größere Spannung zuläßt. Uebrigens werden zur Fortpflanzung bedeutender Kräfte bei langsamen Geschwindigkeiten statt Riemen meistens Räderwerke angewendet, weil diese letzteren eine sichere Bewegung hervorbringen, weniger Kraft absorbiren und leichter zu unterhalten sind.

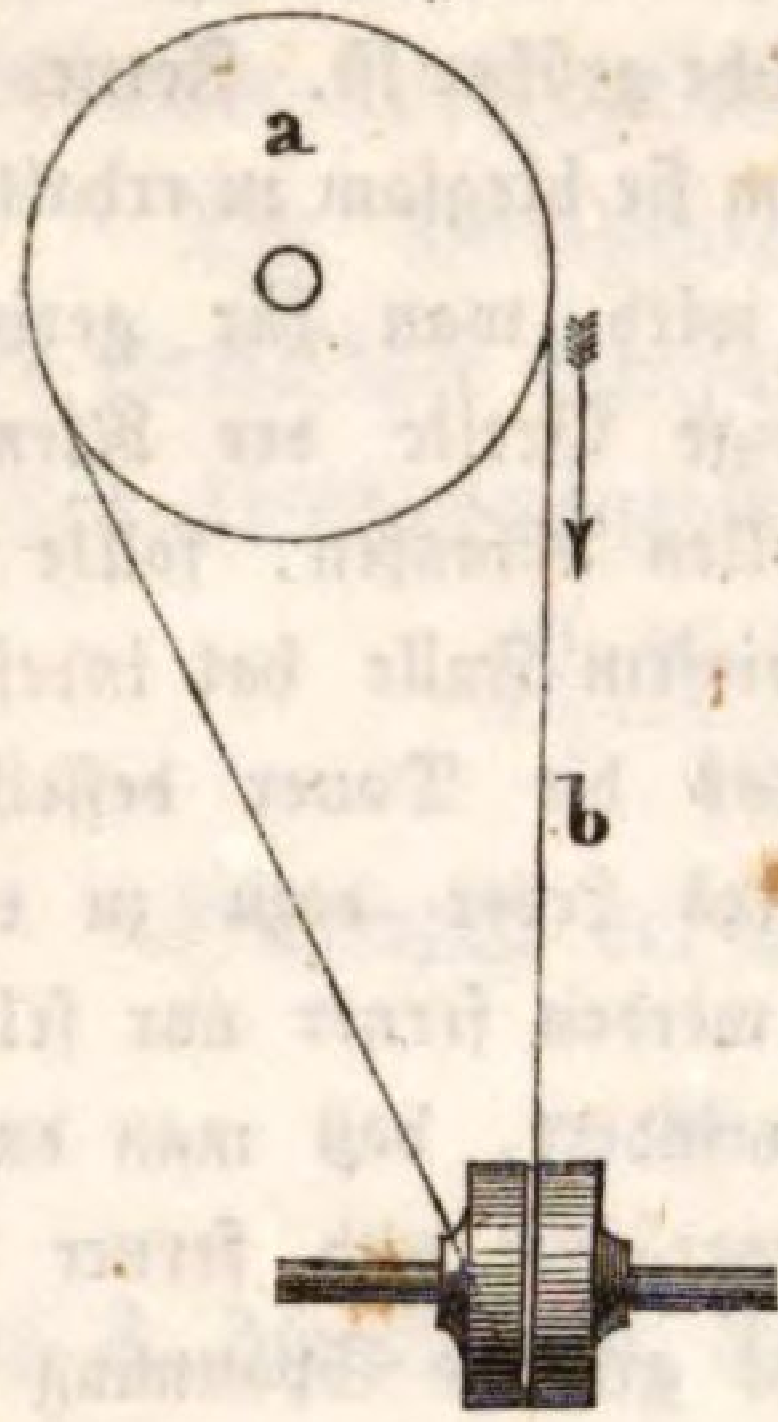
Anmerkung 4. Durch das Kreuzen der Riemen wird die Richtung der Bewegung verändert; gekreuzte Riemen verursachen jedoch mehr Kraftverlust als offene, und derselbe ist um so größer, je geringer die Entfernung zwischen den beiden Rollenachsen ist.

Anmerkung 5. Eine durch Riemen getriebene Achse wird außer Gang gesetzt, indem man entweder durch Ausrücken einer Spannrolle oder auf andere Weise die Spannung des Riemens aufhebt, oder, was am häufigsten geschieht, den Riemen mittelst einer Gabel von der auf der Achse festsitzenden Rolle auf die daneben angebrachte lose Rolle (Leerrolle) bringt. In diesem Falle muß die Triebrolle so breit seyn als die feste und lose Rolle zusammen, und ferner die Gabel auf derjenigen Seite angebracht seyn, auf welcher der Riemen einläuft. Hat z. B. die Triebrolle a eine Bewegung von links nach rechts, so muß bei Anwendung eines geraden Riemens



die Gabel auf der Seite c, bei einem gekreuzten Riemen dagegen bei b angebracht werden.

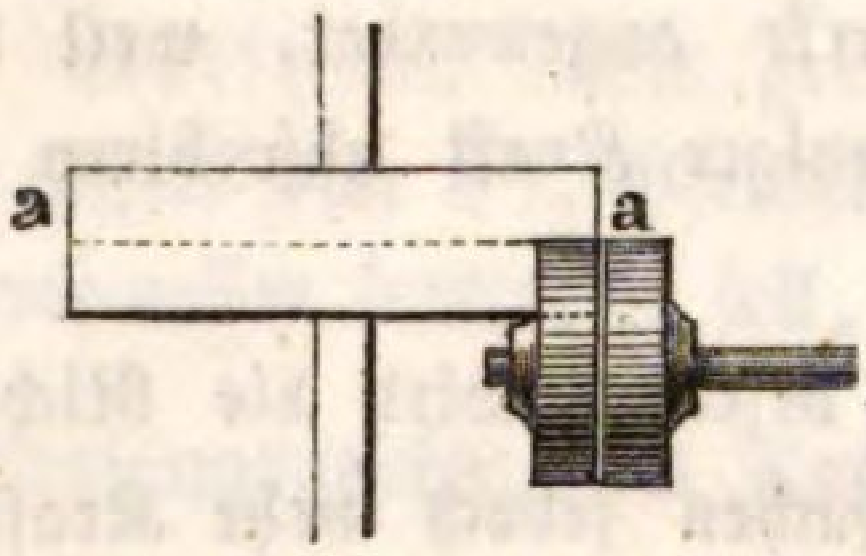
Aufriß.



Anmerkung 6. Beim Riementrieb zwischen zwei unter rechtem Winkel zu einanderstehenden Achsen muß das eine Rollenpaar so gestellt werden, daß:

1) der Riemen b in senkrechter Richtung gegen die untere Achse einlaufe und

Grundriß.



2) die mittlere Ebene aa der der Triebrolle den Umfang des Rollenpaares tangire.

Transmissionen mit Drahtseilen.

Zur Fortpflanzung der Bewegung auf große Entfernungen, wie von einem Gebäude zu einem andern, werden seit mehreren Jahren sehr häufig endlose Drahtseile angewendet. Dieselben bestehen aus einem Hanfseile, umsponnen mit feinem schwedischen Eisendrahte und werden hauptsächlich verfertigt von Newall und Comp. in London und Martin Stein in Mühlhausen. Die Fortpflanzung geschieht um so leichter und mit um so geringerem Kraftverlust, je größer die Entfernung der beiden Achsen und je größer die Geschwindigkeit des Drahtseiles ist. Den Rollen, über welche dasselbe läuft, werden deßhalb (gewöhnlich von Holz angefertigt und außerhalb der Gebäudemauern aufgehängt) große Durchmesser gegeben, und zur Vergrößerung der Reibung ihre halbkreisförmigen Rinnen mit Leder garnirt. Ein Seil von 9—10 Millimeter Dicke genügt, um bei einer Achsenentfernung von circa 80 Meter und einer Geschwindigkeit von 15 Meter per Sekunde eine Kraft von 40 Pferden fortzupflanzen. Für geringe Effekte unter einer Pferdekraft können Drahttheile dienen von 5 Millimeter Dicke mit circa 30 Meter Achsenentfernung und 3 Meter Geschwindigkeit per Sekunde.

Nr. 27.

Von den Schwungrädern.

1. Zweck der Schwungräder. Die Schwungräder haben den Zweck, die Ungleichförmigkeiten der Bewegung der Maschinen möglichst zu beseitigen. Dieß geschieht dadurch, daß sie in denjenigen Momenten, in welchen die Kraft mehr Arbeit producirt, als der Widerstand consumirt, den Ueberschuß an Arbeit in ihrer Masse ansammeln, um in andern Momenten, wo die Kraft weniger hervorbringt als der Widerstand verbraucht, Arbeit zur Ueberwindung des Widerstandes abgeben zu können.

Die Schwungräder werden hauptsächlich bei Maschinen mit Kurbelbewegungen (Dampfmaschinen, Pumpen u. s. w.) angewendet, wo die Kraft auf den Kurbelzapfen sich periodisch verändert, sowie auch in den Fällen, wo der Widerstand bald größer, bald kleiner wird, oder nur in Unterbrechungen wirkt, wie bei Walzwerken, Hammerwerken u. s. w.

Durch die Bewegung eines Schwungrades wird keineswegs, wie Viele glauben, Nutzeffekt gewonnen, sondern es wird im Gegentheil Kraft erfordert, um die durch diesen schweren Körper erzeugte Reibung, sowie den Widerstand der durch seine schnelle Bewegung verdrängten Luft zu überwinden.

2. **Die im Schwungrad angesammelte mechanische Arbeit.** Die mechanische Arbeit, welche den Ring des Schwungrades während der Bewegung enthält, ist ebenso groß, wie diejenige, welche er in sich ansammeln würde, wenn er durch freies Herabfallen eine gleiche Geschwindigkeit erlangen könnte, nämlich gleich dem Gewicht, multiplicirt mit der Fallhöhe. Ist also:

P das Gewicht des Ringes, in Kilogrammen,

V seine Umfangsgeschwindigkeit per Sek. in Metern,

g = 9,81 Meter, so ist

$\frac{V^2}{2g} = 0{,}102\ V^2$ die Fallhöhe, welche die Geschwindigkeit V hervorbringen kann und somit die im Schwungrad

aufgesammelte Arbeit $= 0{,}102\ V^2 P$ Kilogr. Meter.

Beispiel. Wenn eine Dampfmaschine von 25 Pferden ein Schwungrad bedarf, dessen Ring 4000 Kil. Gewicht und 6 Met. Umfangsgeschwindigkeit besitzt, so ist die in ihm aufgesammelte Arbeit

$0{,}102 \cdot (6)^2 \cdot 4000 = 14688$ Kil. $\times$ Met. $= 196$ Pferdekräfte.

Somit enthält das Schwungrad circa 8 mal mehr Arbeit, als die Maschine per Sekunde hervorbringt.

Wie obige Formel zeigt, wächst die lebende Kraft eines Schwungrades mit dem Gewichte derselben, und dem Quadrate der Umfangsgeschwindigkeit, und es kann daher einer dieser Faktoren beliebig gewählt werden. Da indessen mit dem Gewichte die Anschaffungskosten und die Zapfenreibung zunehmen, so werden Schwungräder vorzugsweise an diejenige Achse eines Triebwerkes gesetzt, welche die meiste Anzahl von Umgängen macht. Es ist jedoch dabei zu bemerken:

1) daß zur Vermeidung nachtheiliger Rückstöße das Schwungrad, wo nicht unmittelbar, doch stets so

nahe als möglich an die Achse angebracht werden soll, deren Bewegung zu reguliren ist.

2) Daß die Umfangsgeschwindigkeit gewissen Grenzen unterworfeen ist, welche durch die Cohäsion oder Stärke der verschiedenen Theile des Schwungrades bestimmt werden.

Bei Dampfmaschinen beträgt die Umfangsgeschwindigkeit (in der Mitte des Schwungringes berechnet) gewöhnlich nicht über 6—7 Meter per Sekunde. Bei andern Maschinerien, namentlich aber bei Walzwerken und Hammerwerken, wird denselben meistens eine weit größere Umfangsgeschwindigkeit gegeben, welche sich ohne Nachtheil bis auf 20 à 30 Meter per Sekunde steigern darf.

3. Ueber den Grad der Gleichförmigkeit der Bewegung bei Maschinen mit Kurbeln. Da die Arbeit der Kraft, welche auf den Kurbelzapfen wirkt, während einer Umdrehung zweimal größer wird, als die Arbeit des Widerstandes, so wird auch die Geschwindigkeit der Kurbel und des Schwungrades zweimal wachsen und abnehmen.

Es sey z. B.

die größte Geschw. des Schwungrades = 6,1 M.
die kleinste Geschw. des Schwungrades = 5,9 M.

folglich mittlere Geschw. $\frac{6,1 + 5,9}{2} = 6$ M.

Mithin das Verhältniß zwischen der mittleren Geschwindigkeit und dem Unterschiede der Geschwindigkeiten

$$\frac{6}{6,1 - 5,9} = 30.$$

Man nennt in diesem Fall die Zahl 30 den Grad der Gleichförmigkeit der Bewegung. Je größer diese Zahl ist, um so gleichförmiger wird die Bewegung.

Dieser Grad der Gleichförmigkeit richtet sich nach der Natur der Arbeit, welche verrichtet werden soll.

Für Dampfmaschinen, welche Mühlen, Pumpen und ähnliche Werke treiben, bei welchen wenig Gleichförmigkeit verlangt wird, ist 15 bis 20, für solche, welche Spinnereien, Webereien u. s. w. zu treiben haben, 30 bis 60 zu nehmen, je nachdem ein gewöhnlicher oder hoher Grad der Gleichförmigkeit verlangt wird.

4. Regeln zur Berechnung der Schwungräder, nach Morin. Das Gewicht der Schwungräder ergibt sich:

a. Für Dampfmaschinen ohne Expansion, wenn die Schubstange die Kurbellänge übertrifft.

6 mal	$P = 5230 \frac{cA}{nV^2}$	mit Balancier.
5 „	$P = 5530 \frac{cA}{nV^2}$	mit Balancier.
4 „	$P = 5830 \frac{cA}{nV^2}$	mit Balancier.
5 „	$P = 5600 \frac{cA}{nV^2}$	ohne Balancier.

b. Für Dampfmaschinen mit Expansion, wenn die Schubstange 5mal länger als die Kurbel und die Absperrung erfolgt:

	Ohne Condensation.	Mit Condensation.
nach $\frac{1}{3}$ des Hubes .	$P = 8166 \frac{cA}{nV^2}$	$P = 7200 \frac{cA}{nV^2}$
„ $\frac{1}{4}$ „ „ .	$P = 9290 \frac{cA}{nV^2}$	$P = 7620 \frac{cA}{nV^2}$

wobei P das Gewicht des Schwungringes in Kil.,
V die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes, in Met. per Sek.
n die Anzahl Umgänge der Kurbel per Minute,
A die Anzahl Pferdekräfte der Maschine und
c den Grad der Regelmäßigkeit der Bewegung bedeuten.

Beispiel. Wie groß muß das Gewicht eines Schwungringes zu einer 18pferdigen Dampfmaschine seyn, welcher 4 Meter mittleren Durchmesser hat und 30 Umgänge per Minute macht, wenn der Grad der Regularität 40 seyn soll?

Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes $\frac{4^m \cdot 3,14 \cdot 30}{60} = 6^m,28$

Für eine Dampfmaschine ohne Expansion, ohne Balancier, wenn die Schubstange fünf mal länger als die Kurbel, beträgt:

das Gewicht des Schwungringes $5600 \times \frac{40 \times 18}{(6,28)^2 \times 30} = 3330$ Kil.

Da nun 1 Cubikmeter Gußeisen circa 7200 Kil. wiegt, so ist

der Cubikinhalt des Schwungringes $\frac{3330}{7200} = 0,4625$ Cub.-Met.

Folglich sein Querschnitt $\frac{0,4625}{3,14 \cdot 4^m} = 0,0368$ □Met.

was für eine runde Sektion einen Durchmesser von 21,6 Centm. gibt.

Würde man diesem Schwungrade dagegen bei gleicher Anzahl von Umgängen statt 4 Meter, 5 Meter mittleren Durchmesser geben, so könnte dasselbe im Verhältnisse $4 \times 4 : 5 \times 5$ leichter seyn, dessen Gewicht wäre also nur

$$3330 \times \frac{16}{24} = 2131 \text{ Kil.}$$

c. Für **Hammerwerke**, wenn R der mittlere Radius des Schwungringes bedeutet:

1. bei einem **Stirnhammer**, der 70 à 80 Schläge per Minute macht und dessen Gewicht sammt Helm

3000 à 3500 Kil. wiegt . . . $P = \frac{20\,000}{R^2}$.

4000 à 4900 „ „ . . . . $P = \frac{30\,000}{R^2}$

2. bei einem **Aufwerfhammer** mit Vorgelege, welcher 100 à 110 Schläge per Minute macht und sammt Helm und Hülse

600 à 800 Kil. wiegt . . . . . $P = \frac{15\,000}{R^2}$

3. bei einem Schwanzhammer mit Vorgelege, welcher 150 à 200 Schläge per Minute macht und sammt Helm und Hülse

500 Kil. wiegt . . . . $P = \frac{9000}{R^2}$

360 „ „ . . . . $P = \frac{6000}{R^2}$

d. Für Walzwerke, nach Redtenbacher:

$$P = \frac{1500\ A.\ T}{V^2}$$

wo T die Anzahl Sekunden bedeutet, innerhalb welcher verlangt wird, daß dem Schwungrade, beim Leerlauf der Maschine, von der Ruhe aus die Umfangsgeschwindigkeit V beigebracht werde. Die Größe T ist für größere Wasserkräfte 30, für mittlere 45 und für kleinere 60 Sekunden zu nehmen.

Beispiel. Leistet die Wasserkraft 40 Pferde und soll das Schwungrad beim Leerzug des Walzwerkes 45 Sekunden brauchen, bis seine Umfangsgeschwindigkeit von 0 auf 25 Meter gestiegen ist, so muß das Gewicht des Schwungringes seyn:

$$P = \frac{1500 \cdot 40 \cdot 45}{(25)^2} = 4320 \text{ Kil.}$$

Anmerkung. Da unter sonst gleichen Umständen, wenn Eisenstangen oder Blechtafeln von großer Länge erzeugt werden sollen, das Schwungrad von länger andauernder Wirkung seyn muß, als wenn nur kurze Stücke gewalzt werden, so ist für T eine entsprechend größere Anzahl Sekunden zu nehmen, wodurch das Schwungrad schwerer wird.

e. Für Sägmühlen, nach Morin:

$$P = \frac{30\,000}{V^2} \text{ Kil.}$$

und für das anzubringende Gegengewicht p:

$$p = \frac{6\ 5}{r} \text{ Kil.}$$

um das Gewicht des Sägegatters, sowie der Kurbel und Stelze (zu höchstens 400 Kil. angenommen) beim Auf- und Abgehen auszugleichen,* wobei r die Entfernung des Schwerpunktes von dem Centrum des Schwungrades bedeutet.

Beispiel. Eine Säge mache 120 Schnitte und das Schwungrad eben so viel Umgänge per Minute, wie schwer muß dasselbe seyn, wenn es $1^m,5$ mittleren Durchmesser hat?

Antwort. $V = \frac{1,5 \times 3,14 \times 120}{60} = 9^m,42$

$$P = \frac{30000}{(9,42)^2} = 338 \text{ Kil.}$$

Wird ferner $r = 0^m,5$ angenommen, so ist das dazu erforderliche Gegengewicht:

$$p = \frac{65}{0,5} = 130 \text{ Kil.}$$

* Diese Ausgleichung geschieht in vielen Sägmühlen vermittelst oben angebrachter Strebebalken.

Nro. 28.

Vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

1. Befindet sich Wasser in irgend einem Gefäße oder Behälter, so erleiden sowohl die Seiten (oder Wände), als auch der Boden des Gefäßes einen Druck.

Dieser Druck, hervorgebracht durch das eigene Gewicht des Wassers, nimmt nach unten zu wie der vertikale Abstand der gedrückten Stelle vom Wasserspiegel.

Der Druck auf den Boden des Gefäßes, habe derselbe senkrechte oder schiefe Wände, ist gleich dem Gewicht der vertikalen Wassersäule, deren Grundfläche der Boden und deren Höhe die Entfernung des Bodens vom Wasserspiegel ist.

Beispiel. Wie groß ist der Druck des Wassers auf den Boden eines Behälters, wenn der letztere ein Rectangel bildet von 3 Meter Länge und 1,5 Meter Breite, bei einer Wassertiefe von 2 M.?

Die Bodenfläche beträgt . . . . . . $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$ □Met.
der cubische Inhalt der Wassersäule . . $4{,}5 \times 2 = 9$ Cub.-Met.
das Gewicht desselben oder der Druck auf den Boden (da 1 Cub.-Met. Wasser 1000 Kil. wiegt) . . . . $1000 \times 9 = 9000$ Kil.

Der Druck, welcher senkrecht gegen eine Wand ausgeübt wird (Normaldruck), sey diese Wand vertikal oder schief, ist gleich dem Gewicht einer prismatischen Wassersäule, welche

zur Grundfläche diese Wand und zur Höhe den senkrechten Abstand des Schwerpunktes der Wand vom Wasserspiegel hat.

Beispiel. Wie stark ist der Druck gegen ein 16′ breites rectanguläres Schleußenthor, das 9′ im Wasser steht; und wie groß der Druck gegen einen rectangulären Schieber, der $2^1/_4$ □′ Fläche hat und dessen Schwerpunkt 2′ vom Boden absteht (engl. Maaß)?

Druck auf das Schleußenthor $62^1/_2$ ℔ · 16′ · 9′ · $\frac{9}{2}$ = 40500 ℔.

Abstand des Schwerpunktes des Schiebers vom Niveau 9 — 2 = 7′.

Somit Druck auf den Schieber $62^1/_2$ ℔ · $2^1/_4$ □′ · 7′ = 985 ℔.

Anmerkung. Da jeder gleich große Theil der Wände einen um so größern Druck erleidet, je tiefer er liegt, so sieht man ein, wie sehr in hohen Pumpenröhren der Wasserdruck gegen dieselben mit der Tiefe zunimmt und wie nöthig es wird, die untern Röhrenstücke immer stärker zu machen.

Eine Wassersäule von circa 10 Meter Höhe übt einen Druck von 1 Atmosphäre (S. 222) aus. Theilt man die Röhrenleitung in Theile von 10 Meter vertikaler Höhe, so ist der Druck des Wassers auf das untere Ende des ersten Theils gleich 1 Atm., auf das untere Ende des zweiten Theils gleich 2 Atm., derjenige des dritten Theils gleich 3 Atm. 2c.

Soll nun die Röhrenleitung so gebaut seyn, daß sie nebst dem Wasserdruck noch einen Sicherheit gewährenden Druck von 9 Atm. aushalte, so ist das erste Stück von 10 Meter Länge für 10 Atm., das zweite für 11 Atm., das dritte für 12 Atm. 2c. zu berechnen. Erst das zehnte Stück müßte für 19 Atm., d. h. für circa den doppelten Druck des ersten bestimmt werden.

2. Der Druck, welcher auf die Oberfläche des Wassers ausgeübt wird (etwa der Luftdruck, der Druck eines Kolbens bei hydraulischen Pressen, Pumpen, Feuerspritzen u. s. w.) pflanzt sich durch die ganze Masse des Wassers gleichförmig fort.

3. Ist ein Körper leichter als die Flüssigkeit, in welche er gebracht wird, so wird er auf derselben schwimmen, zugleich aber so weit darin eintauchen, bis das Wasser, welches der eingesenkte Theil des Körpers verdrängt hat, an Gewicht demjenigen des Körpers selbst gleich ist.

Es verhalten sich hiemit die specifischen Gewichte des festen Körpers und der Flüssigkeit wie der eingetauchte Theil des Körpers zur Größe des ganzen Körpers.

Ist ein Körper z. B. viermal leichter als die Flüssigkeit, so wird er in derselben um $^{1}/_{4}$ seines Volumens eintauchen, denn alsdann verdrängt er eine Masse Flüssigkeit, die eben so viel Gewicht hat, als der ganze Körper selbst.

Auf diesem Principe beruht die Auffindung des specifischen Gewichts eines Körpers.

Soll ein Körper, der specifisch schwerer als Wasser ist, auf demselben schwimmen, so wird er mit einem Körper, der specifisch leichter als Wasser ist, verbunden. Es sey
p das absolute Gewicht des leichteren Körpers,
P " " " " schwereren " und
n, m ihre bezüglichen specifischen Gewichte, so hat man:

$$P\,(m - 1)\,.\,n = p\,(1 - n)\,.\,m$$

Beispiel. Wie viel Tannenholz hat man nöthig, um 12 Kil. Steinkohlen im Wasser schwebend zu erhalten?

Da das specifische Gewicht des Tannenholzes = 0,55, das der Steinkohle = 1,33, so hat man:

$$12 \text{ Kil.} \times (1{,}33 - 1) \cdot 0{,}55 = p\,(1 - 0{,}55,) \cdot 1{,}33$$

$$\text{und } p = \frac{12 \times 0{,}33 \times 0{,}55}{0.45 \times 1{,}33} = 3{,}639 \text{ Kil. Tannenholz.}$$

Theilt man die 3,639 Kil. durch 0,55, so erhält man das Volum des erforderlichen Tannenholzes in Cubikdecimetern ausgedrückt.

4. Gleichartige Flüssigkeiten sind in communicirenden Röhren, welche Gestalt, Lage und Sektion dieselben haben mögen, nur dann in Ruhe, wenn ihre Oberflächen sich in einerlei Horizontalebene befinden. Eine kleine Masse Wasser kann also einer großen Masse bei einerlei Druckhöhe vollkommen das Gleichgewicht halten.

Sind die Flüssigkeiten von verschiedenem specifischem Gewicht, so wird die Höhe der schwereren Flüssigkeit, welche der leichteren das Gleichgewicht hält, so viel mal kleiner seyn, also ihr specifisches Gewicht größer ist als dasjenige der leichteren Flüssigkeit.

Da z. B. das Quecksilber 13,59 mal schwerer ist als das Wasser, so kann in einer zweischenkeligen Röhre eine Säule Quecksilber von 1 Decimeter Höhe einer Wassersäule von 13,59 Decimetern das Gleichgewicht halten. Auf diese Art läßt sich ziemlich genau das specifische Gewicht einer Flüssigkeit finden.

5. Auf dem Gesetz der communicirenden Röhren beruht das Barometer. Die Quecksilbersäule in der Glasröhre wird durch den Luftdruck balancirt. Diese Quecksilbersäule sinkt, wenn das Barometer von der Meeresfläche an in immer höher gelegene Orte gebracht wird, und der Luftdruck nimmt daher in der Atmosphäre von unten nach oben ab.

Der Barometerstand an der Meeresfläche beträgt 76 Ctm., daher das Volumen der Quecksilbersäule im Barometer per □Centim. Sektion = 76 Cub. Centim., und deren Gewicht = 76 × 13,59 = 1033 Gramm = 1,033 Kil., deßhalb der Luftdruck an der Meeresfläche, per 1 $□^{cm.}$ = 1,033 Kil.

Obgleich die Größe, je nach der Witterung und der Höhe des Ortes, etwas veränderlich ist, so wird sie in der Mechanik als constant betrachtet und unter dem Namen Atmosphäre als Einheit angewendet, um bei Dampfkesseln, hydraulischen Pressen, Gebläsen u. s. w. den Druck zu bestimmen, welcher durch Wasser, Dampf und sonstige Flüssigkeiten ausgeübt wird. So versteht man z. B. unter Dampf von 4 Atmosphären solchen, welcher einen 4mal stärkeren Druck ausübt, als die atmosphärische Luft am Meere.

Da eine Quecksilbersäule von 76$^{cm.}$ Höhe einer Wassersäule von 0,76 × 13,59 = 10,33 M. Höhe das Gleichgewicht hält, so läßt sich dieser Atmosphärendruck angeben:

a) durch den Druck von 1,033 Kil. auf 1 □$^{cm.}$ Fläche;
b) durch eine Quecksilbersäule von 76 Cent.-M. Höhe;
c) durch eine Wassersäule von 10,33 Meter Höhe.

Zur leichteren Berechnung sind in folgender Tabelle diese Angaben in andern Maßen und Gewichten reducirt.

Wassersäule.	Quecksilbersäule.	Druck.
10,33 Meter.	76 Centimeter.	1,033 Kil. per □Centimeter.
31,80 franz. Fuß.	28,06 franz. Zoll.	15,45 franz. Pfd. per franz. □".
32,68 wiener "	28,83 wiener "	12,80 wiener " " wiener "
32,91 rheinl. "	29,04 rheinl. "	15,10 cölner " " rheinl. "
33,89 engl. "	29,90 engl. "	14,70 engl. " " engl. "
34,43 schweiz. "	25,32 schweiz. "	18,60 schweiz. " " schweiz. "

Beispiel. Wie vielen Atmosphären ist ein Druck von 500000 ℔ gleich zu setzen, welcher auf den 8 Zoll im Durchmesser haltenden Kolben einer hydraulischen Presse ausgeübt wird? (Schweiz. Maaß.)

Querschnitt des Kolbens $\frac{8^2 \times 3,14}{4} = 50,27$ □Zoll.

Druck auf denselben per □Zoll $\frac{500000}{50,27} = 9946$ ℔

Anzahl der Atmosphären $\frac{9946}{18,60} = 535$

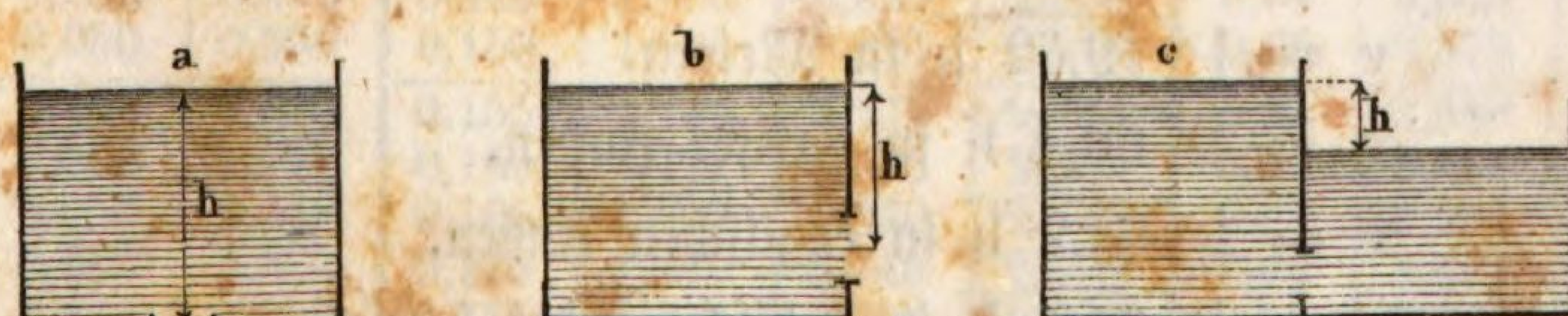
Nr. 29.

Von der Bewegung des Wassers aus Oeffnungen bei constanter Druckhöhe.

I. Von der Ausflußgeschwindigkeit.

Bringt man in dem Boden oder der Wand eines Wasserbehälters eine Oeffnung an, so wird das Wasser unter der Oeffnung sowohl durch sein eigenes Gewicht, als durch das Gewicht der darüber liegenden Wasserschichten durch die Oeffnung hinausgetrieben. Man nennt hiebei den Abstand des Schwerpunktes der Oeffnung bis zum Wasserniveau die Druckhöhe. Bei einer untergetauchten Ausflußöffnung bedeutet die Druckhöhe die vertikale Entfernung zwischen den Wasserniveau's der beiden angrenzenden Behälter.

In beistehenden Figuren ist h die Druckhöhe.



Wird die Oberfläche des Wassers in einem Gefäße einem äußern Druck ausgesetzt, z. B. dem eines Kolbens in einem Cylinder, so entspricht diesem Druck die Höhe einer Wassersäule, deren Gewicht gleich ist jenem Druck und deren Sektion gleich ist der Kolbenfläche. Die Höhe dieser Wassersäule, vermehrt um die Tiefe der Oeffnung unter dem Kolben, ist alsdann als Druckhöhe zu betrachten.

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser (oder einer andern Flüssigkeit) aus der Oeffnung eines Gefäßes tritt, ist gleich derjenigen, welche ein Körper beim freien Fall erlangt, wenn er durch eine Höhe fällt, welche der Druckhöhe gleich ist. Somit verhalten sich die Ausflußgeschwindigkeiten bei verschiedenen Druckhöhen, wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen.

In den Fällen a und c (siehe obige Fig.) ist die Druckhöhe für alle Stellen der Oeffnung dieselbe, also auch die Geschwindigkeit in allen Stellen die gleiche. Für den Fall b gibt es für die einzelnen Punkte der Oeffnung verschiedene Druckhöhen, also auch verschiedene Geschwindigkeiten. Ist die Höhe der Seitenöffnung klein, so weichen die Geschwindigkeiten nur wenig von einander ab und man kann alsdann diejenige als mittlere Geschwindigkeit ansehen, welche im Schwerpunkt der Oeffnung statt findet.

Es sey v die Ausflußgeschwindigkeit per 1 Sekunde,
g die Geschwindigkeit nach 1 Sekunde beim freien Fall, so ist

$$v = \sqrt{2gh} \text{ und } h = \frac{v^2}{2g}$$

und für bestimmte Maaße, auf 1 Sekunde bezogen:

$v = \sqrt{19{,}62\,h}$ in Metern.

$v = \sqrt{60{,}4\,h}$ in pariser Fußen.

$v = \sqrt{64{,}2\,h}$ in englischen Fußen.

$v = \sqrt{65{,}4\,h}$ in badischen oder schweiz. Fußen.

Tabelle XXII.

enthaltend die Druckhöhen und correspondirenden Ausfluß-geschwindigkeiten.

Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v
Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.
0,001	0,140	0,062	1,102	0,180	1,880	0,36	2,657
0,002	0,200	0,064	1,122	0,185	1,905	0,37	2,693
0,003	0,242	0,066	1,138	0,190	1,931	0,38	2,729
0,004	0,279	0,068	1,155	0,195	1,958	0,39	2,764
0,005	0,312	0,070	1,171	0,200	1,981	0,40	2,801
0,006	0,343	0,072	1,188	0,205	2,006	0,41	2,835
0,007	0,366	0,074	1,205	0,210	2,030	0,42	2,866
0,008	0,395	0,076	1,222	0,215	2,054	0,43	2,903
0,009	0,420	0,078	1,237	0,220	2,078	0,44	2,936
0,010	0,447	0,080	1,253	0,225	2,101	0,45	2,970
0,012	0,488	0,082	1,271	0,230	2,124	0,46	3,002
0,014	0,527	0,084	1,283	0,235	2,147	0,47	3,035
0,016	0,560	0,086	1,300	0,240	2,170	0,48	3,067
0,018	0,594	0,088	1,304	0,245	2,187	0,49	3,100
0,020	0,629	0,090	1,330	0,250	2,215	0,50	3,103
0,022	0,658	0,092	1,343	0,255	2,244	0,51	3,162
0,024	0,687	0,094	1,358	0,260	2,259	0,52	3,193
0,026	0,714	0,096	1,372	0,265	2,279	0,53	3,225
0,028	0,740	0,098	1,386	0,270	2,298	0,54	3,253
0,030	0,765	0,100	1,400	0,275	2,323	0,55	3,284
0,032	0,793	0,105	1,435	0,280	2,344	0,56	3,313
0,034	0,816	0,110	1,470	0,285	2,365	0,57	3,343
0,036	0,840	0,115	1,498	0,290	2,384	0,58	3,371
0,038	0,864	0,120	1,536	0,295	2,406	0,59	3,401
0,040	0,885	0,125	1,566	0,300	2,429	0,60	3,429
0,042	0,908	0,130	1,600	0,305	2,446	0,61	3,458
0,004	0,929	0,135	1,628	0,310	2,466	0,62	3,486
0,046	0,950	0,140	1,658	0,315	2,487	0,63	3,514
0,048	0,970	0,145	1,688	0,320	2,506	0,64	3,543
0,050	0,990	0,150	1,715	0,325	2,525	0,65	3,579
0,052	1,010	0,155	1,744	0,330	2,544	0,66	3,589
0,054	1,029	0,160	1,771	0,335	2,563	0,67	3,612
0,056	1,048	0,165	1,800	0,340	2,579	0,68	3,652
0,058	1,066	0,170	1,827	0,345	2,596	0,69	3,679
0,060	1,085	0,175	1,853	0,350	2,620	0,70	3,705

Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v	Druckhöhe h	Geschwindigkeit v
Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.
0,71	3,732	1,55	5,576	3,55	8,345	5.60	10,482
0,72	3,759	1,60	5,603	3,60	8,404	5,70	10,576
0,73	3,784	1,65	5,690	3,65	8,463	5,80	10,667
0,74	3,810	1,70	5,775	3,70	8,520	5,90	10,760
0,75	3,836	1,75	5,859	3,75	8,577	6,00	10,850
0,76	3,859	1,80	5,943	3,80	8,634	6,10	10,940
0,77	3,887	1,85	6,024	3,85	8,690	6,20	10,027
0,78	3,912	1,90	6,106	3,90	8,747	6,30	11,118
0,79	3,937	1,95	6,185	3,95	8,803	6,40	11,206
0,80	3,960	2,00	6,264	4,00	8,857	6,50	11,293
0,81	3,987	2,05	6,342	4,05	8,914	6,60	11,380
0,82	4,011	2,10	6,419	4,10	8,968	6,70	11,465
0,83	4,035	2,15	6,494	4,15	9,023	6,80	11,552
0,84	4,060	2,20	6,570	4,20	9,078	6,90	11,635
0,85	4,084	2,25	6,644	4,25	9,131	7,00	11,720
0,86	4,107	2,30	6,727	4,30	9,184	7,10	11,803
0,87	4,138	2,35	6,790	4,35	9,239	7,20	11,886
0,88	4,155	2,40	6,862	4,40	9,291	7,30	11,968
0,89	4,179	2,45	6,933	4,45	9,344	7,40	12,050
0,90	4,202	2,50	7,003	4,50	9,395	7,50	12,131
0,91	4,225	2,55	7,072	4,55	9,448	7,60	12,211
0,92	4,238	2,60	7,142	4,60	9,499	7,70	12,291
0,93	4,269	2,65	7,210	4,65	9,551	7,80	12,371
0,94	4,294	2,70	7,287	4,70	9,603	7,90	12,450
0,95	4,317	2,75	7,345	4,75	9,654	8,00	12,528
0,96	4,340	2,80	7,412	4,80	9,704	8,10	12,612
0,97	4,359	2,85	7,477	4,85	9,747	8,20	12,684
0,98	4,385	2,90	7,543	4,90	9,805	8,30	12,760
0,99	4,407	2,95	7,607	4,95	9,857	8,40	12,838
1,00	4,430	3,00	7,672	5,00	9,904	8,50	12,915
1,05	4,539	3,05	7,736	5,05	9,954	8,60	12,990
1,10	4,645	3,10	7,798	5,10	10,003	8,70	13,065
1,15	4,750	3,15	7,861	5,15	10,052	8,80	13,140
1,20	4,851	3,20	7,924	5,20	10,100	8,90	13,215
1,25	4,952	3,25	7,985	5,25	10,149	9,00	13,290
1,30	5,050	3,30	8,046	5,30	10,197	9,20	13,435
1,35	5,147	3,35	8,106	5,35	10,245	9,40	13,580
1,40	5,241	3,40	8,167	5,40	10,293	9,60	13,726
1,45	5,334	3,45	8,226	5,45	10,338	9,80	13,866
1,50	5,425	3,50	8,286	5,50	10,388	10,00	14,006

II. Von der theoretischen Wassermenge.

Tritt während einer Sekunde eine zusammenhängende Wassermasse zur Oeffnung heraus, so kann man sich dieselbe als einen prismatischen oder cylindrischen Körper denken, dessen Querschnitt die Oeffnung und dessen Länge die Geschwindigkeit per Sekunde ist.

Es sey s die Sektion der Oeffnung,
M die Wassermenge per Sekunde, so ist
$M = s \cdot v$ oder $M = s \sqrt{2gh}$

III. Contraktion des Wasserstrahls.

Indem das Wasser aus einem Behälter gegen die Oeffnung sich bewegt, werden einzelne Wasserfäden aus ihrer geraden Richtung abgelenkt; dadurch findet außerhalb der Oeffnung eine Zusammenziehung oder Contraktion des Strahls statt, wodurch die ausfließende Wassermenge kleiner wird, als wenn diese Contraktion nicht statt fände.

Das Verhältniß zwischen der wirklichen und theoretischen Wassermenge heißt Contraktionscoefficient. Ist dieser Coefficient z. B. 0,65, so heißt dieß: es fließen von 100 Theilen, welche ohne Contraktion hervorgetreten wären, nur 65 Theile, also nur 65 Procent von der theoretischen Wassermenge heraus. In diesem Falle wäre die wirkliche Wassermenge $= 0{,}65\, s \sqrt{2gh}$.

Der Contraktionscoefficient hängt ab von der Lage der Oeffnung zu den Seitenflächen des Behälters, von der Druckhöhe, von der Dicke der Wand, in welcher die Oeffnung angebracht ist, von Ansatzröhren ꝛc., wie aus den folgenden Abschnitten ersehen werden kann.

IV. Wassermenge bei vollständiger Contraktion.

Wenn die Contraktion längs des ganzen Umfangs der

Oeffnung stattfindet, so heißt die Contraktion **vollständig**. Damit sie vollständig werde, muß die Kante der Oeffnung vom Boden und den Wänden des Behälters wenigstens 1—2 mal ihrer kleinsten Dimensionen entfernt seyn.

Für eine runde Oeffnung im Boden eines Gefäßes hat man:

Druckhöhe.		Contraktionscoeff.
200	mal größer als der Diameter der Oeffnung	0,615
100	" " " " " " "	0,618
10	" " " " " " "	0,620
8	" " " " " " "	0,622
6	" " " " " " "	0,625
4	" " " " " " "	0,630
2	" " " " " " "	0,637
1	" " " " " " "	0,642
0,1—0,5	" " " " " " "	0,650

Tabelle XXIII.

Ueber die Contraktionscoefficienten für rechtwinklige Oeffnungen nach Poncelet und Lebros.

Druckhöhe in Centimetern	Coefficienten für Oeffnungshöhen von				
	20 Centm. und darüber.	10 Centm.	5 Centm.	3 Centm.	2 Centm.
0	0,519	0,667	0,713	0,766	0,783
1	0,595	0,618	0,642	0,687	0,762
2	0,594	0,614	0,638	0,668	0,697
4	0,594	0,612	0,636	0,654	0,678
6	0,594	0,613	0,635	0,647	0,668
8	0,594	0,613	0,635	0,643	0,662
10	0,595	0,614	0,634	0,640	0,657
15	0,597	0,614	0,632	0,636	0,653
20	0,599	0,615	0,630	0,633	0,649
30	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644
50	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640
75	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637
100	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633
130	0,604	0,613	0,623	0,624	0,625
175	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615
200	0,601	0,607	0,614	0,612	0,612
300	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610

Unter Druckhöhe ist hier der senkrechte Abstand der obern Kante der Oeffnung vom Wasserspiegel und zwar unmittelbar bei der Oeffnung gemessen, verstanden.

Diese Coefficienten gelten sowohl, wenn die Oeffnung untergetaucht ist, als wenn das Wasser in die freie Luft fließt.

Beispiel 1. In der verticalen Wand eines Behälters sey eine rektanguläre Oeffnung von 0,6^m Länge und 0,20^m Höhe; die obere Kante der Oeffnung liege 1,2^m unter dem Niveau. Wie viel Wasser fließt per Sekunde aus?

Druckhöhe . . . . $= 1{,}2 + \frac{0{,}20}{2} = 1{,}3^m$

Der Contr.-Coeff. für 1,2^m Abstand der obern Kante der Oeffnung bis zum Niveau und für 0,20^m Oeffnungshöhe $= 0{,}604$

Folglich die Wassermenge

$$M = 0{,}604\ S \sqrt{2gh} = 0{,}604 \times 0{,}6 \times 0{,}2 \times \sqrt{19{,}62 \times 1{,}3}$$
$= 0{,}366$ Cubikmeter.

Beispiel 2. In einem Schleußenthore befindet sich ein 1,3 Meter langer und 0,21 Meter breiter Schieber, dessen Centrum 3 Meter unter dem Wasserspiegel steht; wie viel Zeit braucht es, bis 18 Cubikmeter Wasser ausfließen?

Laut vorstehender Tabelle ist hier der Contraktions-Coefficient . . . . $= 0{,}601$

Also die Wassermenge per Sekunde

$= 0{,}601 \times 1{,}3 \times 0{,}21 \times \sqrt{19{,}62 \times 1{,}3} = 1{,}259$ Cubikmeter

und die Ausflußzeit für 18 Cub.-Met. $= \frac{18}{1{,}259} =$ 14,3 Sekunden.

Beispiel 3. Ein Gefäß erhalte per Sekunde 2,8 Cubikfuß Zufluß; wie groß muß der Diameter einer kreisförmigen Oeffnung seyn, wenn ihr Centrum 12 Fuß unter dem Wasserspiegel liegen soll, damit eben so viel Wasser ausfließe, als der Zufluß beträgt? (Englisch Maaß.)

Man nehme an, die Druckhöhe sey näher 100 als 10 mal größer als der Diameter der Oeffnung, so ist der Contraktions-Coefficient für den Ausfluß . . . . $= 0{,}618$

Folglich die Formel zur Bestimmung der Wassermenge

$$S = \frac{M}{0{,}618 \cdot \sqrt{64{,}2 \cdot h}} = \frac{2{,}8}{0{,}618 \cdot \sqrt{64{,}2 \cdot 12}} = 0{,}163 \;\square'.$$

$$\text{Diameter } D = \sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}163}{3{,}14}} = 0{,}455 \text{ Fuß}.$$

V. Coefficienten bei unvollständiger Contraktion.

Wenn die Ausflußöffnung in der Wand oder dem Boden des Behälters so gelegen ist, daß eine, zwei oder drei Seiten der Oeffnung eine geradlinige Fortsetzung der Reservoirflächen bilden, so ist die Contraktion unvollständig. Dieselbe kann bei rektangulären Oeffnungen auf drei, zwei oder einer Seite stattfinden. In diesen Fällen ist der Contraktionscoefficient, wie er für vollständige Contraktion angegeben wurde, zu multipliciren mit

$$1 + 0{,}1523 \cdot \frac{n}{p}$$

wo p den ganzen Umfang der Oeffnung und
n denjenigen Theil des Umfangs, welcher Contraktion bewirkt, bedeutet.

Beispiel. Es sey die Länge einer rechtwinkligen Oeffnung = 2 M.
die Höhe derselben . . . . = 0,3 M.
der Coefficient für vollständige Contraktion . = 0,63 M.
und es finde längs einer Längen- und der beiden Höhenkanten Contraktion statt.
Hier ist der ganze Umfang $p = 2 \cdot 2^m + 2 \cdot 0{,}3^m$ = 4,6 M.
Der Theil $n = 2^m + 2 \cdot 0{,}3^m$ . . . . = 2,6 M.
Folglich das Verhältniß $\frac{n}{p} = \frac{2{,}6}{4{,}6}$ . . . . = 0,574
und der Coefficient für diese Oeffnung
$= 0{,}63\,(1 + 0{,}1523 \cdot 0{,}574) = 0{,}685$

VI. Coefficienten für Schützenöffnungen, die nach einem Gerinne führen.

a) Wenn die Schütze schief steht und weder am Boden,

noch an den Seiten der Oeffnung der Contraktion stattfindet, so ist:

	der Coefficient
bei einer Neigung von 1 Basis auf 5 Höhe	0,651
" " " " 1 " " 2 "	0,725
" " " " 1 " " 1 "	0,810
" " " " 1 " " 1/2 "	0,884

Geneigte Stellfallen, wie sie bei Wasserrädeen angebracht werden, lassen demzufolge eine größere Wassermenge durch als senkrechte, und eine um so größere, je geneigter sie stehen.

b) Wenn die Schütze vertikal steht, so hat das Vorhandenseyn eines mehr oder weniger geneigten Gerinnes keinen bemerkbaren Einfluß auf den Coefficienten, wenn der Wasserstand über der Mitte der Oeffnung nicht unter:

0,50^m bis 0,60^m bei Oeffnungen von 0,15^m bis 0,20^m Höhe ist,
0,30 " 0,40 " " " 0,10 " "
0,20 " — " " " 0,05 und darunter.

c) Für kleinere Druckhöhen, als die eben bezeichneten, hat das Gerinne einigen Einfluß. Die folgende Tabelle enthält die mittlern Coefficienten für die gewöhnlichen Gerinnanlagen:

Höhe der Oeffnung.	Wasserstand über der Mitte der Oeffnung.	Mittlerer Coefficient.	Höhe der Oeffnung.	Wasserstand über der Mitte der Oeffnung.	Mittlerer Coefficient.
0,20 ^{m}	0,40 ^{m}	0,588	0,05 ^{m}	0,20 ^{m}	0,625
	0,24	0,563		0,11	0,605
	0,12	0,484		0,05	0,488
0,10	0,16	0,591		0,04	0,439
	0,11	0,563	0,03	0,20	0,638
	0,09	0,517		0,06	0,601
	0,06	0,462			

Beispiel. Die Schützenöffnung, durch welche das Wasser in einem

Gerinne einem oberschlächtigen Wasserrade zufließt, sey 2,4 Meter lang und 0,20 Meter hoch; der Wasserstand über der Mitte der Oeffnung betrage 0,32 Meter. Wenn nun vollständige Contraktion statt findet, wie viel Wasser liefert die Oeffnung per Sekunde?

Der Coefficient findet sich unter der Abtheilung (c). Da ferner die Druckhöhe das Mittel ist zwischen 0,40 Meter und 0,24 Meter der obigen Tabelle, so ist der Contraktionscoefficient $= \frac{0{,}588 + 0{,}563}{2} = 0{,}575$

$$M = 0{,}575 \cdot S \cdot \sqrt{2gh}$$
$$= 0{,}575 \cdot 2{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot \sqrt{19{,}62 \cdot 0{,}32} \cdot = 0{,}691 \text{ Cubikmeter.}$$

VII. Coefficienten für den Ausfluß aus cylindrischen Ansatzröhren.

Aus den von Eytelwein mit cylindrischen Ansatzröhren von 0,026 Meter Durchmesser angestellten Versuchen ist:

Für ein Verhältniß zwischen dem Diameter und Länge der Röhre	der entsprechende Coefficient für die Wassermenge
1 und darunter	0,62
2 bis 3	0,82
12	0,77
24	0,73
36	0,68
48	0,63
60	0,60

VIII. Coefficienten für den Ausfluß aus kegelförmigen Ansatzröhren.

Die kegelförmigen Ansatzröhren sind so am Gefäße angebracht, daß die Durchmesser sich verkleinern, je weiter sie von der Wand des Gefäßes entfernt liegen. Die folgenden Versuche sind von Castel angestellt, mit Ansätzen, deren Länge 2,6 mal größer war, als der kleinste Durchmesser.

Convergenzwinkel der Röhre	Coefficient für die Ausflußmenge.	Coefficient für die Ausflußgeschwindigkeit.	Convergenzwinkel der Röhre.	Coefficient für die Ausflußmenge.	Coefficient für die Ausflußgeschwindigkeit.
0 Grad	0,829	0,830	20 Grad	0,921	0,973
2	0,872	0,870	22	0,915	0,974
4	0,903	0,902	24	0,910	0,975
6	0,924	0,924	26	0,904	0,976
8	0,937	0,940	28	0,898	0,977
10	0,943	0,950	30	0,894	0,978
12	0,946	0,958	35	0,882	0,980
14	0,943	0,964	40	0,870	0,981
16	0,939	0,969	45	0,857	0,983
18	0,930	0,972	50	0,843	0,986

IX. Wassermenge bei vollkommenen Ueberfällen.

Wenn die rechtwinklige Oeffnung eines Behälters oben offen ist, so entsteht ein Ueberfall. Die untere Kante des Ueberfalles heißt Krone oder Scheitel. Der Ueberfall ist vollkommen, wenn der Wasserspiegel des abfließenden Wassers unter dem Scheitel des Ueberfalles liegt.

Indem das Wasser über den Scheitel eines Ueberfalls herabfließt, entsprechen den einzelnen über einander liegenden Wasserschichten verschiedene Druckhöhen und somit auch verschiedene Geschwindigkeiten.

Es sey h die Höhe des Niveau's über dem Scheitel des Ueberfalls, in einer Entfernung von ein bis zwei Meter hinter dem Ueberfall gemessen;

b die Breite des Ueberfalls, so ist

b h nahezu die Oeffnung, durch welche das Wasser fließt und

$\sqrt{2gh}$ die theoretische Geschwindigkeit der tiefsten Wasserschichte in dieser Oeffnung.

Hätten alle Schichten diese Geschwindigkeit, so würde die Wassermenge per Sekunde seyn

$$b h \sqrt{2 g h}$$

Da aber die mittlere Geschwindigkeit des Wassers kleiner ist und in den meisten Fällen Contraktion eintritt, so wird obiger Ausdruck mit einem Coefficienten multiplicirt, welcher sowohl die Geschwindigkeit, als auch die Contraktion berichtigt.

Wenn der Ueberfall so breit ist als der Zuflußcanal, so daß längs der Seiten keine Contraktion stattfindet; wenn ferner der Ueberfall vertikal steht, wenigstens $1\frac{1}{2}$ bis 2 mal höher über der Sohle des Canals liegt, als die Druckhöhe h beträgt und scharfkantig ist; so ist dieser Coefficient = 0,443 und folglich die Wassermenge M per Sekunde

$$M = 0{,}443\, b h \sqrt{2 g h}$$

Der Coefficient der Wassermenge ist veränderlich, je nach der Höhe h und der relativen Breite des Ueberfalls, d. h. nach dem Verhältniß der Breite des Ueberfalls zur Breite des Canals. Der erstere Umstand ist für Höhen zwischen 0,03 Meter bis 0,22 Meter fast ohne Einfluß, so daß sich nach Castel und d'Aubuisson mit Rücksicht auf die relative Breite folgende Tabelle* ergibt:

Relative Breite des Ueberfalls . . .	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30
Coefficient der Wassermenge	0,443	0,438	0,431	0,423	0,416	0,410	0,405	0,399
Verhältniß der Wassermengen . . .	1	0,989	0,973	0,955	0,939	0,925	0,914	0,901

Ist hiernach die Breite des Ueberfalls z. B. die Hälfte

* Siehe Morin, mécanique pratique, 1846.

von der des Canals, so ist der entsprechende Coefficient 0,410, die Wassermenge $= 0{,}410\ bh\sqrt{2gh}$.

Da die Wassermenge in der Tabelle für den Fall, da Ueberfall und Canal gleich breit sind, zur Einheit angenommen wurde, so ist für obiges Beispiel die Wassermenge nur 0,925, d. h. 92½ Procent von jener als Einheit betrachteten.

Diese Ueberfälle geben ein einfaches Mittel, die Wassermenge in Canälen, Bächen 2c. Behufs der Anlage von hydraulischen Werken zu bestimmen.

Es wird eine Bohlenwand AB mit einer rechtwinkligen Oeffnung quer in den Canal gelegt und gut eingedämmt, so daß das Wasser nicht anders als durch diese Oeffnung abfließen kann. Die Höhe des Ueberfalls über der Sohle ist jedoch so groß zu nehmen, daß die Rückstauung des Unterwassers einen Einfluß auf das herabfließende Wasser hat. Sowie nun der Wasserstand seine unveränderliche Höhe angenommen hat, wird vermittelst einer Stange mn die Druckhöhe über der Kante des Ueberfalls gemessen. Da jedoch der Wasserspiegel sich stets bei dem Ueberfall etwas (circa ⅕) senkt, so muß die Höhe nicht bei B, sondern in m, etwa 1 bis 2 Meter hinter dem Ueberfall, gemessen werden.

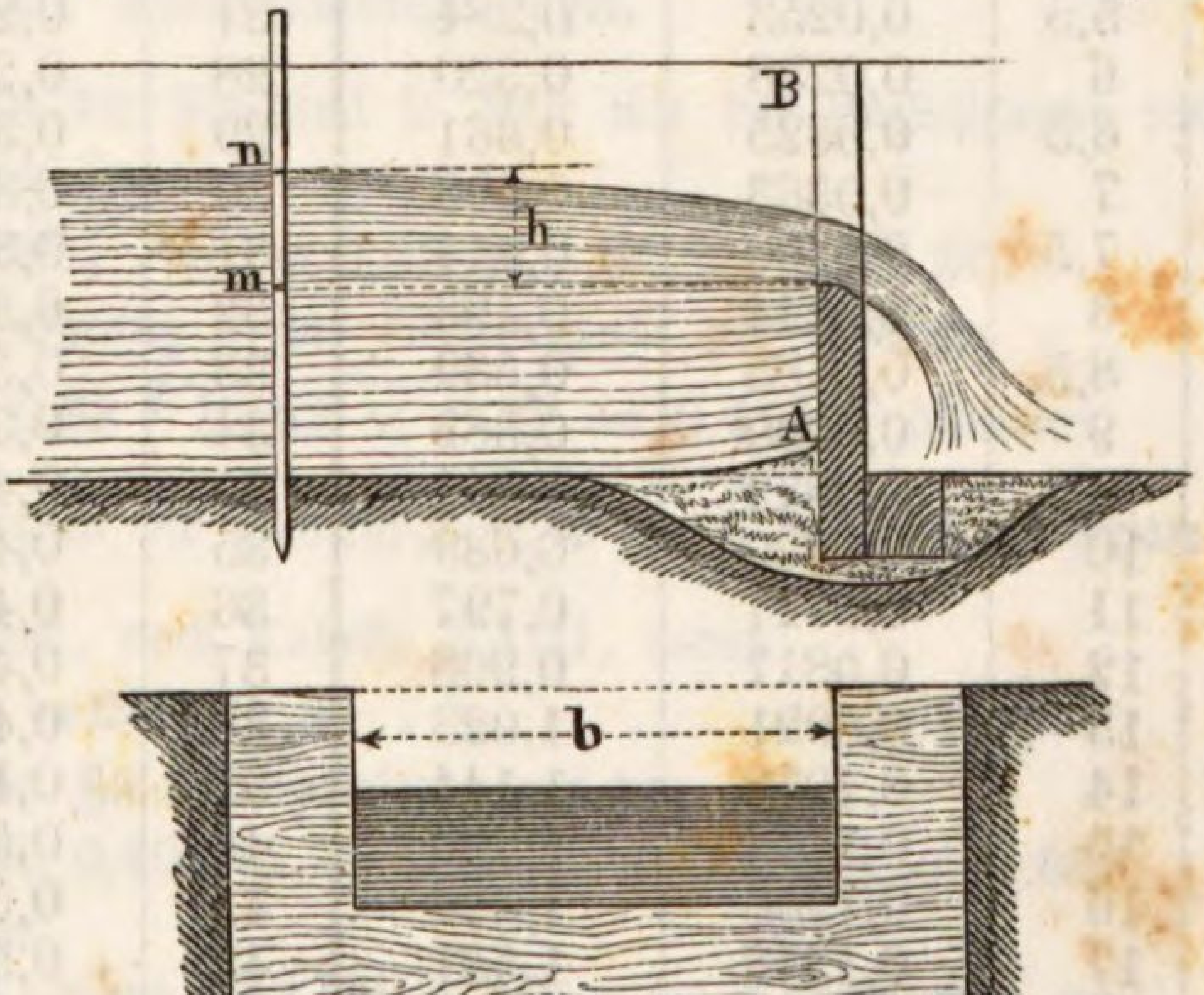


Tabelle XXIV.

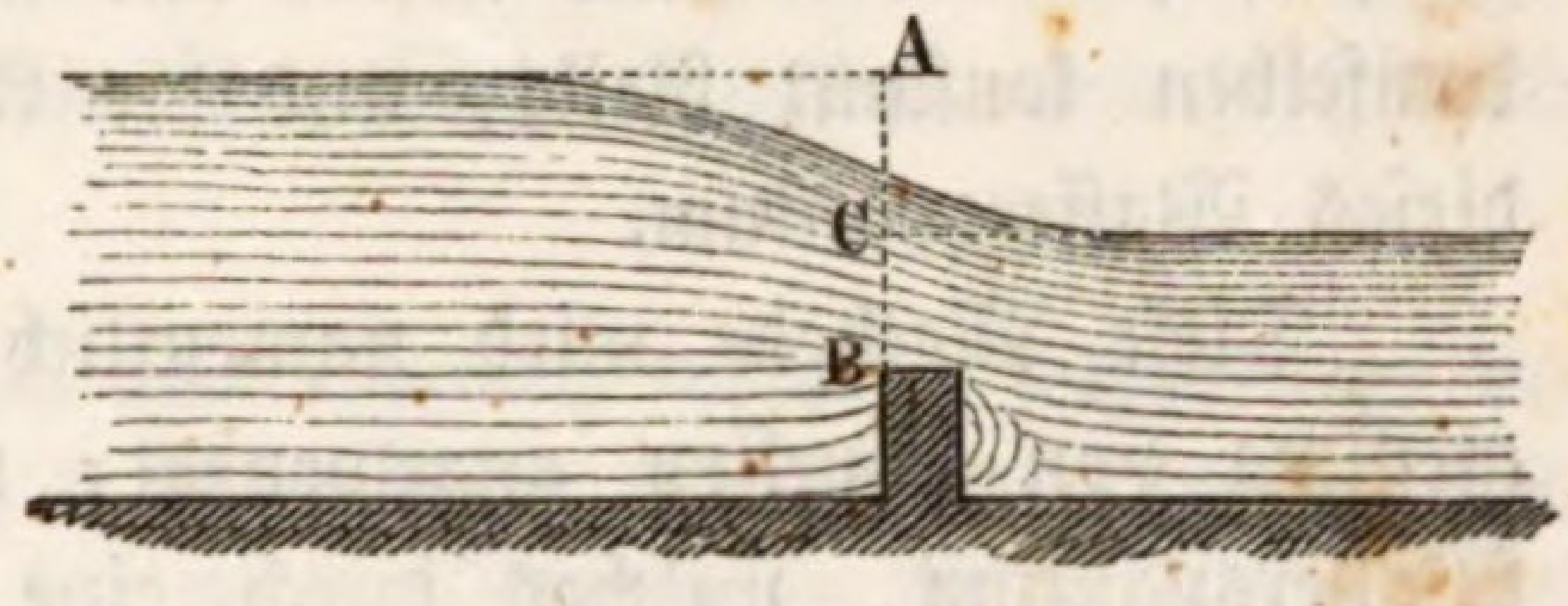
Wassermenge bei vollkommenem Ueberfall.

Druckhöhe in Centimetern.	Wasserquantum per Sekunde in Cubikmetern per Meter Breite	Wasserquantum per Sekunde in Cubikfußen per Fuß Breite (Schweizer Maaß).	Druckhöhe in Centimetern.	Wasserquantum per Sekunde in Cubikmetern per Meter Breite	Wasserquantum per Sekunde in Cubikfußen per Fuß Breite (Schweizer Maaß).
2	0,0055	0,061	20	0,1758	1,953
2,5	0,0076	0,084	21	0,1891	2,101
3	0,0102	0,113	22	0,2024	2,249
3,5	0,0129	0,143	23	0,2166	2,407
4	0,0156	0,173	24	0,2306	2,562
4,5	0,0187	0,208	25	0,2452	2,724
5	0,0221	0,246	26	0,2601	2,890
5,5	0,0253	0,281	27	0,2755	3,061
6	0,0288	0,320	28	0,2906	3,229
6,5	0,0325	0,361	29	0,3067	3,408
7	0,0363	0,403	30	0,3226	3,584
7,5	0,0400	0,444	31	0,3388	3,764
8	0,0444	0,493	32	0,3554	3,949
8,5	0,0485	0,539	33	0,3719	4,132
9	0,0530	0,589	34	0,3889	4,321
9,5	0,0572	0,641	35	0,4065	4,517
10	0,0620	0,689	35	0,4237	4,704
11	0,0717	0,797	36	0,4414	4,904
12	0,0817	0,908	37	0,4593	5,103
13	0,0921	1,023	38	0,4758	5,287
14	0,1030	1,144	39	0,4962	5,513
15	0,1142	1,269	40	0,5149	5,721
16	0,1256	1,396	41	0,5350	5,944
17	0,1378	1,531	42	0,5530	6,144
18	0,1501	1,668	43	0,5725	6,361
19	0,1625	1,806	44	0,5921	6,579

X. Wassermenge bei einem unvollständigen Ueberfall.

Wenn der vertikale Abstand des Ober- und Unterwasserspiegels kleiner ist, als die Höhe des Oberwasserspiegels über dem Scheitel des Ueberfalls, so entsteht der unvollständige Ueberfall.

Um die Wassermenge, welche über einem solchen fließt, zu bestimmen, denkt man sich die ganze Oeffnung AB aus zwei Theilen bestehend. Die obere Oeffnung bildet einen vollkommenen Ueberfall, ihre Höhe ist der senkrechte Unterschied der beiden



Wasserspiegel; die untere Oeffnung BC ist so zu betrachten, als läge sie in einer vertikalen Seitenwand. Man bestimme die Wassermenge für beide Oeffnungen, so wird die Summe derselben die verlangte Wassermenge seyn.

Beispiel. Es sey der Ueberfall so breit wie der Zuflußcanal und zwar = 2 Meter; ferner sey

AB = 0,60 M., AC = 0,32 M., BC = 0,28 M.

Für die obere Oeffnung ist die Wassermenge per Sekunde

$M = 0,443 \times 2 \times 0,32 \sqrt{19,62 \times 0,32} = 0,710$ Cubikmeter.

Für die untere Oeffnung ist die Druckhöhe $0,32 + \frac{0,28}{2} = 0,46$ Meter.

Der Contraktionscoefficient, nach Tabelle XXIII, wenn die Zusammenziehung vollständig ist . . . . = 0,602

Contraktionscoefficient für Zusammenziehung auf der untern Seite (S. 229) $0,602\,[1 + 0,1523 \times 0,4386] = 0,668$

Folglich die Wassermenge

$M = 0,668 \cdot 2 \cdot 0,28 \sqrt{19,62 \cdot 0,46}$. = 1,1237 Cub.-M.

und die ganze Wassermenge $0,710 + 1,1237$. = 1,8337 „

XI. Vom Wasserzoll (pouce d'eau).

Bei einem kleinen Bache oder einer Quelle wird die Wassermenge bequem gefunden, wenn man der ganzen Breite des Bettes nach dasselbe durch eine Bretterwand verschließt, in welcher eine Reihe von Löchern horizontal angebracht ist.

Man schließt alsdann nach und nach so viele Löcher als es nöthig ist, damit gerade so viel Wasser durch die offenen Löcher ausfließt, als der Bach liefert und also das Wasserniveau in demselben konstant bleibt, und die Anzahl derselben bestimmt dieses Wasserquantum.

Diese Methode wird namentlich in Frankreich zur Bemessung von Quellen angewendet, und als Maaßstab das Wasserquantum, welches durch eine Oeffnung von 2 Centimeter Durchmesser unter einem Drucke von 3 Centimeter durchfließt, mit pouce d'eau (Wasserzoll) bezeichnet. Derselbe beträgt per Sekunde 0,2222 Liter oder circa 20 Cubikmeter in 24 Stunden.

Sind also z. B. 18 Oeffnungen von dieser Größe erforderlich, um das Wasser in einem Bache auf der gleichen Höhe zu erhalten, so ist das Wasserquantum derselben = 18 Wasserzoll = 15 Cubikmeter per Stunde.

XII. Ausfluß des Wassers aus Gefäßen ohne Zufluß.

Fließt Wasser aus einem Gefäße, das keinen Zufluß hat, so sinkt allmählig der Wasserstand; die Druckhöhe vermindert sich und hiemit auch die Geschwindigkeit, mit der das Wasser ausfließt.

Die Geschwindigkeit nimmt wie die Quadratwurzel der Druckhöhe ab, also gerade so, wie die eines senkrecht in die Höhe geworfenen Körpers. Da nun ein solcher bis zum höchsten Punkte gerade halb so hoch steigt, als er bei unveränderter Geschwindigkeit in derselben Zeit steigen würde, so muß auch bei einer auf gleiche Weise abnehmenden Geschwindigkeit des Wassers halb so viel ausfließen, als bei unveränderter Geschwindigkeit in gleicher Zeit ausfließen würde.

Dieß gilt indessen nur für Gefäße, die überall gleich weit sind, nicht für pyramidal= oder kegelförmige, die sich nach unten verengen oder erweitern. Solche bedürfen weniger oder mehr Zeit, weil die Druckhöhe schneller oder langsamer abnimmt.

Beispiel. Welche Zeit wird erfordert, damit ein rechtwinkliger Behälter von 10 Meter Länge, 6 Meter Breite und 5 Meter Tiefe sich leere, wenn derselbe keinen Zufluß hat und die Oeffnung am Boden 0,15 □Meter Sektion hat?

Inhalt des Gefäßes . . . . $10 \times 6 \times 5 = 300$ Cub.=Met.

Wenn das Gefäß immer voll erhalten würde, so wäre der Abfluß per Sekunde, bei vollständiger Contraktion . . $0{,}63 \cdot 0{,}15 \sqrt{19{,}62 \cdot 5} = 0{,}936$ Cub.=M.

und das Wasserquantum von 300 Cubikmetern würde daher ausfließen in . . . . $\frac{300}{0{,}936} = 320{,}5$ Sekunden.

Wenn kein Zufluß statt findet, würde dagegen doppelt so viel Zeit dazu erforderlich seyn und die Zeit der Entleerung wäre also $2 \times 320{,}5 = 641$ Sekunden.

Nr. 30.

Von der Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen.

I. Von der Bewegung des Wassers im Allgemeinen.

Indem das Bett des Flusses oder Canals gegen den Horizont geneigt ist, gleitet das Wasser über dasselbe wie über eine schiefe Ebene hinab. Die Adhäsion und die Reibung des Wassers am Boden und den Wänden der Leitung hemmt diese Bewegung in der Art, daß bei einem constanten Gefälle und Querschnitt die Bewegung keine gleichförmig beschleunigte, sondern eine gleichförmige wird. Dieser Widerstand ist um so größer, je größer bei gleicher Wassermenge die benetzte Fläche der Leitung und je größer die Geschwindigkeit des Wassers ist.

Das Wasser geht nicht mit gleicher Geschwindigkeit durch alle Punkte eines und desselben Querschnittes hindurch. Diese Geschwindigkeit ist nahe an der Oberfläche am größten, bei einem Canal in der Mitte, bei einem Flusse über der größten Wassertiefe. Von da an nimmt die Geschwindigkeit nach dem Grundbett und den Ufern hin ab.

II. Direkte Messung der größten Geschwindigkeit.

Die größte Geschwindigkeit des Wassers wird in einem Canal oder Fluß, der auf eine längere Strecke ein constantes Gefälle und einen constanten Querschnitt hat, direkte auf folgende Weise gefunden:

Man lege einen Schwimmer (Stück Holz, Flasche, welche theilweise mit Sand angefüllt ist und bis an den Hals untersinkt, 2c.) mitten in das Wasser, so wird derselbe in kurzer Zeit die Geschwindigkeit des Wassers haben. Man beobachte nun vermittelst einer Sekundenuhr die Zeit, während welcher der Schwimmer einen größern Weg von bekannter Länge zurücklegt.

Würde er z. B. 200 Met. in 215 Sekunden zurücklegen, so wäre der Weg per Sekunde d. h.

$$\text{die Geschwindigkeit} = \frac{200 \text{ Met.}}{215} = 0{,}930 \text{ Met.}$$

Um jedoch ein sicheres Resultat zu erhalten, ist es durchaus nothwendig, diesen Versuch 5 bis 10mal zu wiederholen, und aus den so bestimmten Geschwindigkeiten das arithmetische Mittel zu nehmen.

III. Mittlere Geschwindigkeit des Wassers und Wassermenge.

Aus der größten Geschwindigkeit des Wassers kann auf die mittlere geschlossen werden, nach folgender Formel von Prony, welche derselbe aus zahlreichen Versuchen von Dübüat abgeleitet hat:

$$\frac{v}{V} = \frac{V + 2{,}37}{V + 3{,}15}$$

wo v die mittlere Geschwindigkeit und
V die größte Geschwindigkeit bedeutet } in Metern.

Aus dieser Formel ergibt sich folgende bequeme Tabelle:

Größte Geschwindigkeit V	Verhältniß $\frac{v}{V}$	Größte Geschwindigkeit V	Verhältniß $\frac{v}{V}$
0,20 m	0,767	1,80	0,842
0,40	0,780	2,00	0,848
0,60	0,792	2,20	0,854
0,80	0,802	2,40	0,859
1,00	0,812	2,60	0,864
1,20	0,821	2,80	0,869
1,40	0,829	3,00	0,872
1,60	0,836	3,20	0,877

Für die gewöhnlichen Fälle ist hiernach die mittlere Geschwindigkeit 80 bis 85 Procent von der größten.

Beispiel. Ist die durch einen Schwimmer gefundene größte Geschwindigkeit = 0,930 Met., so ist aus obiger Tabelle das Verhältniß 0,812, welches mit der größten Geschwindigkeit von 1 Met. correspondirt, zu nehmen; folglich

Mittlere Geschwindigkeit = 0,930 × 0,812 = 0,755 Met.

Um die Wassermenge zu finden, welche per Sekunde an irgend einer Stelle durchfließt, multiplicire man den Querschnitt des Wasserkörpers mit der mittleren Geschwindigkeit. Dabei ist es indessen nöthig, daß der Querschnitt an verschiedenen Stellen längs derjenigen Strecke bestimmt werde, auf welcher die Geschwindigkeit beobachtet wurde, um aus ihnen das Mittel zu nehmen.

Beispiel. Wie viel Wasser läuft in 1 Sekunde durch einen Fluß, in welchem der Schwimmer in 120 Sekunden eine Strecke von 99 Meter zurückgelegt hat, und die Querprofile auf sechs verschiedenen Punkten dieser Strecke folgende sind:

6; 6,75; 7,10; 6,82; 6,56; 6,20 □Mtr.?

Geschwindigkeit des Schwimmers . . . $\frac{99 \text{ Met.}}{120}$ = 0,825 Met.

Mittlere Geschwindigkeit . . . 0,802 × 0,825 = 0,662 Met.

Mittleres Querprofil

$$\frac{6 + 6,57 + 7,10 + 6,82 + 6,56 + 6,20}{6} = 6,571 \text{ □Met.}$$

Wassermenge per Sekunde . . . 0,662 × 6,571 = 4,350 Cubikmeter.

IV. Größte Geschwindigkeit, welche das Wasser haben kann, ohne den Boden anzugreifen.

Damit das Wasser den Boden der Canäle nicht angreife, dürfen folgende Grenzen für die Geschwindigkeit des Wassers am Boden nicht überschritten werden.

Beschaffenheit des Bodens	Größte Geschwindigkeit.
Aufgelöste Erde	0,076 Met.
Fetter Thon	0,152 "
Sand	0,305 "
Kies	0,609 "
Kieselsteine	0,914 "
Eckige Steine	1,220 "
Conglomerate, Schiefer . . .	0,076 "
Geschichtete Felsen	1,840 "
Harte Felsen	3,050 "

Nach Dübüat ist die Geschwindigkeit am Boden circa $\frac{3}{4}$ von der mittleren Geschwindigkeit.

V. Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit und Wassermenge aus dem Gefälle und dem Querprofil des Canals.

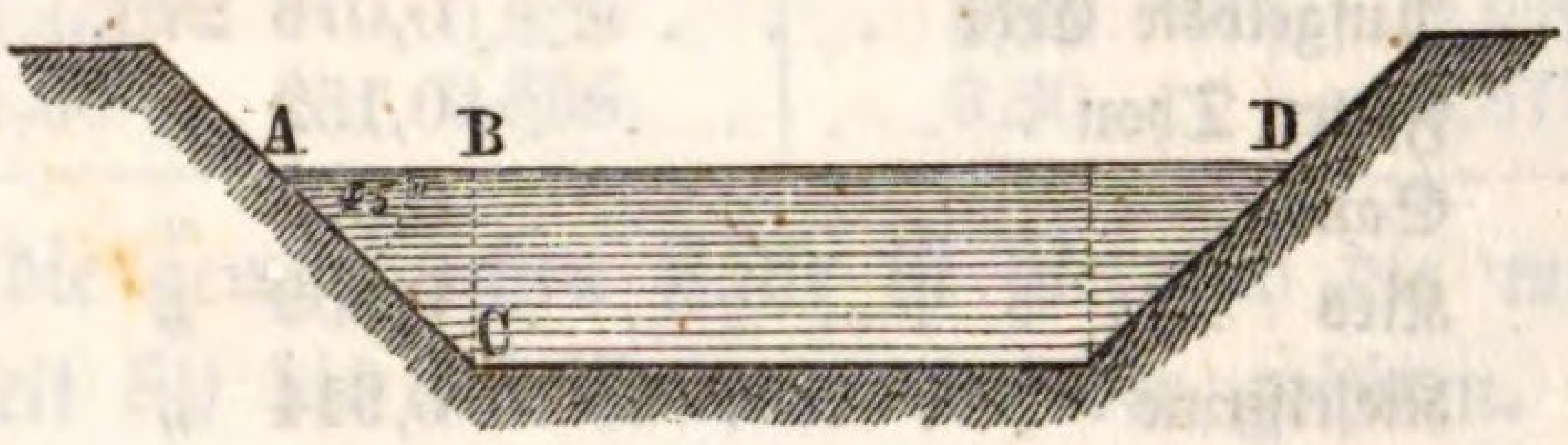
Prony gibt folgende Formel zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit des Wassers in einem Canal oder Flusse:

$$v = 56,85 \sqrt{\frac{H}{L} \cdot \frac{S}{U}} - 0,072$$

wo L die Länge des Canals oder Flusses,
H das totale Gefälle desselben (vertikaler Abstand der beiden Enden des Canals),
S der Flächeninhalt vom Querprofil des Wasserkörpers,
U der benetzte Umfang des Querprofils und
v die mittlere Geschwindigkeit (alle Maße in Metern) bedeuten.

Beispiel. Es sey die Länge eines Canals . . . $L = 1000$ Met.
„ das totale Gefälle auf diese Länge $H = 0{,}4$ Met.
„ die untere Breite des Querprofils $= 3$ Met.
„ die Böschungswinkel der Wände . $= 45^0$
„ die Wassertiefe . . . . $= 0{,}6$ Met.

Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, und wie viel Wasser liefert der Canal per Sekunde?



Es ist $AB = BC$ . . . . $= 0{,}6$ Met.
folglich $AD = 3 + 2 . 0{,}6$ . . . . $= 4{,}2$ Met.
also das Querprofil $\left(\frac{3 + 4{,}2}{2}\right) . 0{,}6 = 2{,}16$ □Met.
Ferner $AC = BC \sqrt{2} = 0{,}6 . 1{,}414 = 0{,}848$ Met.
benetzter Umfang $3 + 2 . 0{,}848$ . . $= 4{,}696$ Met.
folglich $\frac{H}{L} . \frac{S}{U} = \frac{0{,}4 . 2{,}16}{1000 . 4{,}696}$ . . $= 0{,}000184$

Setzt man diesen für $\frac{H}{L} . \frac{S}{U}$ gefundenen Werth in die obige Formel ein, so erhält man:

$$v = 56{,}85 \sqrt{0{,}000184} - 0{,}072.$$
$$= 0{,}773 - 0{,}072 = 0{,}701 \text{ Met.}$$

Wassermenge $= 2{,}16 \times 0{,}701 = 1{,}514$ Cubikmet.

VI. Anlage eines neuen Canals.

Wenn ein neuer Canal angelegt werden soll, so ist gewöhnlich seine Länge und die Wassermenge bekannt, welche er per Sekunde zu liefern hat, sowie die mittlere Geschwindigkeit des Wassers.

Läßt man das Wasser möglichst schnell (soweit es die

Beschaffenheit des Bettes erlaubt) fließen, so fällt der Querschnitt des Canals möglichst klein aus und es kostet die Anlage verhältnißmäßig wenig; allein dann bedarf es eines großen Gefälles. In vielen Fällen, namentlich da, wo das Wasser eine mechanische Arbeit verrichten soll, ist dieser Verlust an Gefälle sehr schädlich (siehe Abschnitt über Wasserkräfte).

Soll das Wasser sich langsam bewegen, so wird der Querschnitt des Canals groß und folglich der Canal kostspielig; dagegen reicht dann ein möglichst kleines Gefälle aus, um dem Wasser seine geringe Bewegung zu geben. Der dadurch erzielte Gewinn an Gefälle vermehrt den mechanischen Effekt, den das Wasser leisten soll und erhöht den Werth der Wasserkraft. In jedem besondern Falle sind die Vortheile und Nachtheile der einen oder andern Bauart wohl abzuwägen.

Jede bei der Anlage eines neuen Canals vorkommende Aufgabe kann immer auf folgende zurückgeführt werden:

Aus der Länge des Canals, der Wassermenge und mittleren Geschwindigkeit das Gefälle und den Querschnitt zu bestimmen.

Diese Aufgabe kann vermittelst der vorangehenden Formel von Prony, welche hier in einer andern Form mit gleicher Bedeutung der Buchstaben angegeben ist, gelöst werden:

$$10000 \cdot \frac{H}{L} \cdot \frac{S}{U} = 0{,}444 \cdot v + 3{,}09 \cdot v^2$$

Beispiel. Es soll ein Canal angelegt werden von 1500 Meter Länge, welcher per Sekunde 1,8 Cubikmet. Wasser mit einer Geschwindigkeit von 0,9 Metern liefern soll; der rektanguläre Querschnitt sey 4mal breiter als die Tiefe des Wassers. Wie groß ist das totale Gefälle und der Querschnitt zu machen?

Querschnitt S . . . . $= \frac{1,8}{0,9} = 2$ □Met.

Es sey die Breite des Canals b, so ist die Wassertiefe $= \frac{1}{4}$ b.

Folglich die Sektion des Wasserkörpers b $\times \frac{1}{4}$ b $= 0,25 \,.\, b^2$.

Durch Gleichsetzung der beiden Werthe des Querprofils erhält man $0,25\ b^2 = 2$ □Met., folglich die Breite . . . . $b = 2,828$ Met.

und mithin die Tiefe des Wassers $\frac{1}{4} \,.\, 2,828 = 0,707$ Met.

Daraus der benetzte Umfang $2,828 + 2 \,.\, 0,707 = 4,242$ Met.

Setzt man nun die Werthe von L, S, U, v in obige Formel, so ergibt sich

$$10000 \,.\, \frac{H}{1500} \,.\, \frac{2}{4,242} = 0,444 \,.\, 0,9 + 3,09 \,.\, (0,9)^2$$

$$3,1431 \,.\, H = 0,3996 + 2,4948.$$

$$H = 0,928 \text{ Met. Gefälle.}$$

Verlangt man, daß das Gefälle kleiner sey, so wiederhole man die Rechnung mit Geschwindigkeiten von 0,8; 0,7; 0,6 Met. ꝛc. bis das verlangte Gefälle erhalten wird.

Bei der wirklichen Ausführung des Canals ist es rathsam, die Dimensionen des Querprofils etwas größer zu nehmen.

Nr. 31.

Bewegung des Wassers in cylindrischen Röhrenleitungen.

I. Gefällsverlust durch Reibung bei geraden Röhren mit constantem Querschnitt.

Indem das Wasser sich durch eine Röhre bewegt, veranlaßt die Adhäsion und die Reibung an den Wänden der Röhre einen Widerstand. Derselbe ist unabhängig vom Druck des Wassers gegen die Wände und von der materiellen Beschaffenheit der Röhre; dagegen direkt proportional der Länge und verkehrt proportional dem Durchmesser der Röhre, d. h. bei gleichem Durchmesser ist der Widerstand auf die dreifache Länge auch dreimal so groß und bei gleicher Länge zweier Röhren hat diejenige einen dreimal kleinern Widerstand, deren Durchmesser dreimal größer ist als der Durchmesser der andern.

Ferner wächst dieser Widerstand nahezu mit dem Quadrat der Geschwindigkeit des Wassers, so daß derselbe z. B. bei doppelter Geschwindigkeit nahe 2 × 2 oder 4mal größer wird.

Der Röhrenwiderstand wird durch das Gefälle oder die Druckhöhe überwunden, Es bedarf somit eines großen Gefälles, um in einer langen, engen Röhre Wasser mit

großer Geschwindigkeit zu bewegen. Ist für die Leitung des Wassers verhältnißmäßig nur wenig Gefälle vorhanden, so muß die Röhre weit, und die Geschwindigkeit klein angenommen werden.

Die in der Praxis wichtigen Aufgaben über die Leitung des Wassers in Röhren werden durch folgende Formel von Prony gelöst:

$$\text{I)}\ v = 26{,}79 \sqrt{\frac{D \cdot H}{L}} - 0{,}025$$

$$\text{somit II)}\ H = \frac{L}{D}(0{,}00007 \times v + 0{,}00139 \times v^2)$$

$$\text{und III)}\ D = \frac{L}{H}(0{,}00007 \times v + 0{,}00139 \times v^2)$$

wo L die Länge der Leitung,
D den Durchmesser der Röhre,
H das totale Gefälle und
v die Geschwindigkeit des Wassers (alle Maße in Metern) bedeuten.

Beispiel 1. Eine cylindrische Röhrenleitung habe 1200 Met. Länge, 0,25 Met. Durchmesser und 4,5 Meter totales Gefälle; wie viel Wasser liefert sie per Sekunde?

Setzt man L = 1200, D = 0,25, H = 4,5 in die erste der obigen Formeln, so ergibt sich

$$v = 26{,}79 \sqrt{\frac{0{,}25\ .\ 4{,}5}{1200}} - 0{,}025$$

$$v = 26{,}79\ .\ 0{,}0306 - 0{,}025 = 0{,}793\ \text{Met.}$$

$$\text{Querschnitt der Röhre}\ \frac{3{,}14\ .\ (0{,}25)^2}{4} = 0{,}0491\ \square\text{Met.}$$

$$\text{Wassermenge} = 0{,}0491 \times 0{,}793 = 0{,}0389\ \text{Cubikmet.}$$

Anmerkung. Da die der Geschwindigkeit 0,793 Meter correspondirende Druckhöhe $= \frac{v^2}{2g} = \frac{(0{,}793)^2}{19{,}62} = 0{,}032$ Meter, so folgt hieraus, daß durch die Reibung des Wassers in den Röhren nicht das ganze Gefälle von 4,5 Met., sondern nur ein Gefälle von 4,5 — 0,032 = 4,468 Met. absorbirt wird.

Beispiel 2. Es soll eine Wasserleitung von 800 Met. Länge angelegt werden, zu welcher schon vorhandene Röhren von 0,2 Met. Weite verwendet werden sollen. Die Leitung soll 18 Liter Wasser per Sek. liefern; wie viel Gefälle muß die Leitung haben?

Querschnitt der Röhre $\frac{3{,}14 \cdot (0{,}2)^2}{4} = 0{,}0314$ □Met.

Folglich die Geschwindigkeit $\frac{0{,}018 \text{ Cubikmet.}}{0{,}0314 \ \square\text{Met.}} = 0{,}573$ Met.

$$\text{und } H = \frac{800}{0{,}2} [0{,}00007 \cdot 0{,}573 + 0{,}00139 \cdot (0{,}573)^2]$$

$$= 4000 [0{,}000039 + 0{,}000455] = 1{,}976 \text{ Met.}$$

Beispiel 3. Es soll der Durchmesser einer cylind. Röhrenleitung gefunden werden, welche 600 Met. lang ist, 2 Met. Gefälle hat, und per Sekunde 30 Liter Wasser liefern soll?

Diese Aufgabe kann am leichtesten durch einige Annäherungsversuche gelöst werden.

Erster Versuch.

Für D = 0,25 Met. ist $v = \frac{M}{0{,}7854 \,.\, D^2} = \frac{0{,}030}{0{,}7854 \times (0{,}25)^2} = 0{,}61$

Setzt man 0,61 für v in die Formel III, so findet man

$$D = \frac{600}{2} [0{,}00007 \cdot 0{,}61 + 0{,}00139 \cdot (0{,}61)_2] = 0{,}168 \text{ Meter.}$$

Da der angenommene Durchmesser 0,25 Met., der berechnete 0,168 Met. ist, so ist der richtige zwischen beiden.

Zweiter Versuch.

Für D = 0,23 Met. ist $v = \frac{0{,}030}{0{,}7854 \times (0{,}23)^2} = 0{,}72$ Met.

Setzt man 0,72 für v in Formel III, so erhält man:

$$D = \frac{600}{2} [0{,}00007 \cdot 0{,}72 + 0{,}00139 \cdot (0{,}72)^2] = 0{,}2307 \text{ Met.}$$

und es ist daher der richtige Durchmesser = 0,23 Met. zu nehmen.

Anmerkung. Im Innern der Leitung kommen öfters hervorragende Theile vor, welche den Querschnitt an einzelnen Stellen verengen; es setzt sich insbesondere im Laufe der Zeit ein Niederschlag an die Wände ab. Diese Umstände haben zur Folge, daß Durchmesser und Geschwindigkeit, also die Wassermenge kleiner wird. Aus diesem Grunde ist es rathsam den Durchmesser

der Röhre etwas größer zu machen, als ihn die Rechnung angibt, der obige wäre z. B. gleich 0,25 Met. zu nehmen.

II. Gefällverluste durch Krümmungen und Aenderungen des Querschnittes der Röhre.

Unter allen Ursachen, welche die Bewegung des Wassers in Röhren hemmen, ist der eben erwähnte Reibungswiderstand weitaus der größte. Allein auch Krümmungen, Verengungen und Erweiterungen des Querschnitts bewirken Gefällsverluste.

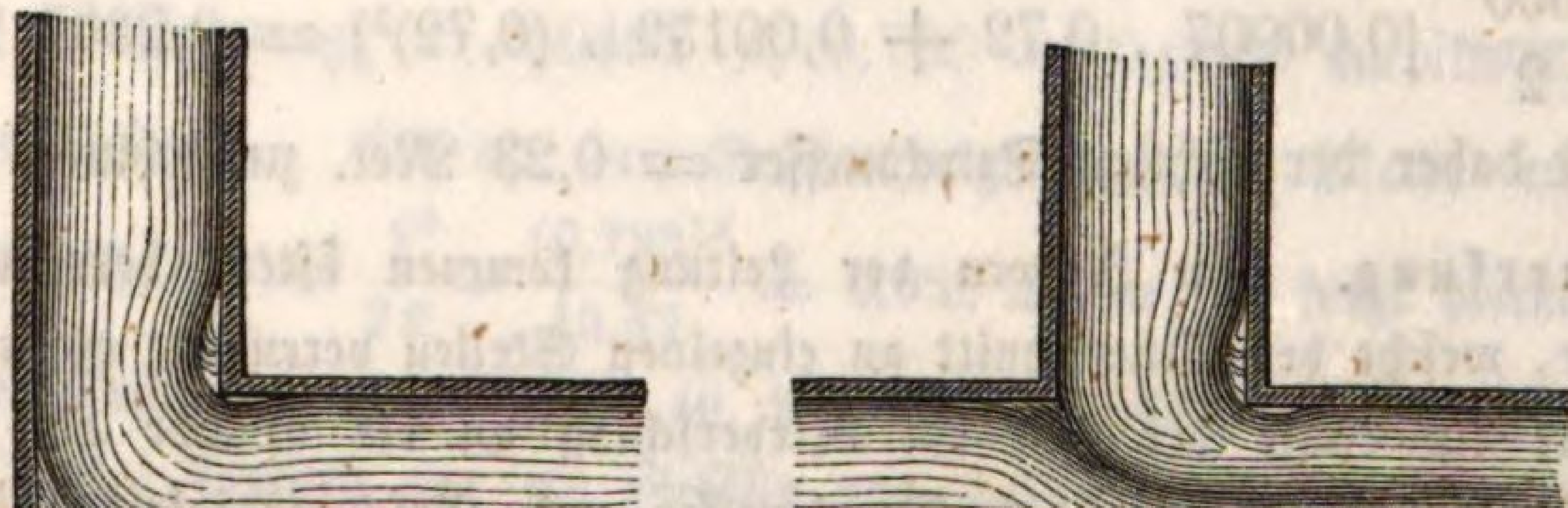
Diese Gefällsverluste wachsen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre. Für sehr kleine Geschwindigkeiten sind sie deßhalb klein und können vernachlässigt werden.

Gefällsverluste durch Krümmungen werden bestimmt durch die Formel von Navier:

$$\text{Gefällsverlust} = \frac{v^2}{2g}\left(0{,}004\,\frac{1}{r} + 0{,}0186\right)\frac{b}{r}$$

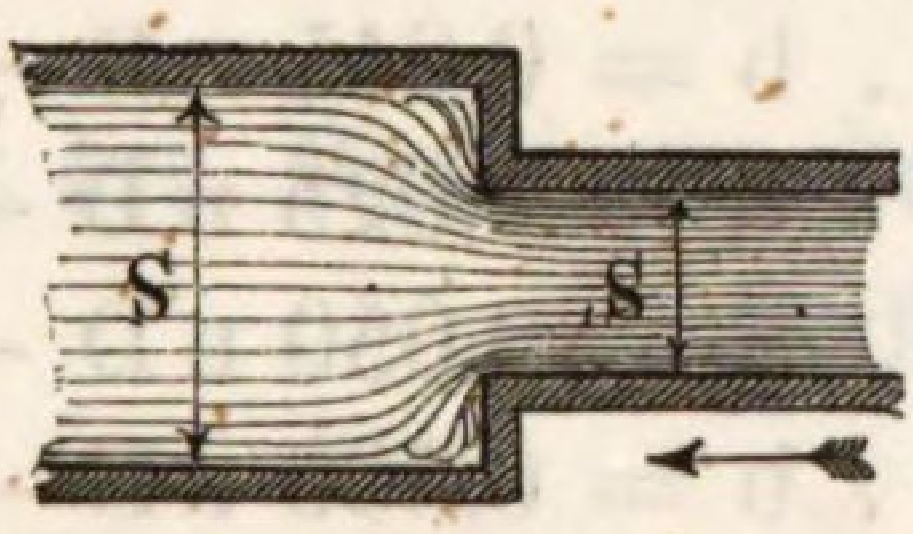
wo v die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre,
g = 9,81 Met.,
r der mittlere Krümmungshalbmesser der Röhre, und
b die mittlere Bogenlänge des gekrümmten Theils der Röhre bedeuten.

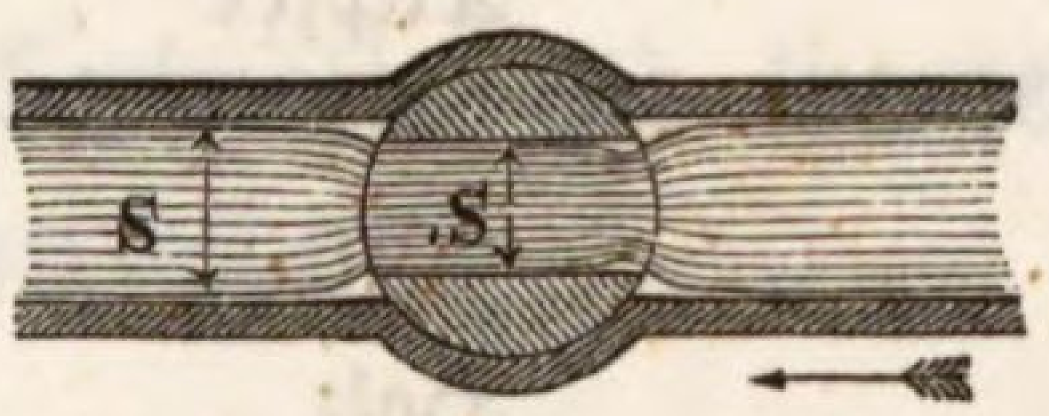
Bei plötzlichen Krümmungen des Wasserstrahls, wie beistehende Figuren zeigen, ist der Gefällsverlust beträchtlicher.



Es entsteht wirbelnde Bewegung, das Wasser bricht sich an scharfen Kanten, welche Contraction bewirken; daher entsteht ein Verlust an lebendiger Kraft, welche im Wasser enthalten ist und der jeden Augenblick durch einen Theil der Wirkung des Gefälles ersetzt werden muß.

Bei einer Aenderung des Querschnittes werden die Gefällsverluste bestimmt durch die Formeln:





Für eine Verengung durch $H = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{s}{s'm} - 1\right)^2$

Für eine Erweiterung durch $H = \frac{v^2}{2g}\left(1 - \frac{s'}{s}\right)^2$

wo v die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre, also
s den größern Querschnitt,
s' den kleinern Querschnitt, und
m den Contractionscoefficienten für die Verengung bezeichnet.

Beispiel. Es sey in einer Röhre von 0,04 □Met. Sektion ein Hahn angebracht, dessen Oeffnung eine Sektion von 0,025 □Met. enthalte. Wie viel Gefälle geht durch diese Verengung, bei einer Geschwindigkeit von 1 Met., verloren?

Der Contractionscoefficient kann angenommen werden = 0,65.

Da ferner s = 0,04; s' = 0,025; v = 1, so ist

Gefällsverlust $H = \frac{1 \,.\, 1}{2 \,.\, 9{,}81}\left(\frac{0{,}04}{0{,}025 \,.\, 0{,}65} - 1\right)^2 = 0{,}109$ Met.

III. Bestimmung der Dicke der Röhren.

Je höher das Wasser in der Röhre steht, desto größer ist der Druck des Wassers auf die Wandfläche; je größer ferner der Durchmesser der Röhre ist, um so größer ist auch

die innere Fläche, auf welche der Wasserdruck wirkt. Es wird deßhalb die Wanddicke sowohl diesem Drucke, als auch dem Durchmesser der Röhre proportional seyn.

Die Dicke für Wasser- und Gasleitungsröhren ist nach folgenden Formeln zu bestimmen:

Für Röhren von	Gußeisen . . .	$b = 0{,}015\ nD + 9$
	Eisenblech . . .	$b = 0{,}008\ nD + 3$
	Kupfer	$b = 0{,}015\ nD + 4$
	Blei	$b = 0{,}025\ nD + 5$
	Zink	$b = 0{,}050\ nD + 4$
	Holz	$b = 0{,}330\ nD + 27$
	natürliche Steine .	$b = 0{,}370\ nD + 30$
	künstliche Steine .	$b = 0{,}538\ nD + 40$

wo b die Wanddicke in Millimetern,
D die innere Weite in Centm., und
n den Druck auf die Wandfläche, in Atmosphären, bedeutet.

Gußeiserne Wasser- und Gasleitungsröhren werden gewöhnlich bei der Probe einem Drucke von 10 Atmosphären ausgesetzt. Für diesen Druck ergibt sich:

Innerer Durchm. in Centm.	5	10	20	30	40	60
Wanddicke in Millim.	9,7	10,5	12,0	13,5	15	18

Nr. 32.

Von der Benützung der Wasserkräfte und theoretischen Leistung derselben.

Das Wasser wird als Triebkraft benützt, indem man dasselbe auf ein Rad wirken läßt, welches die im Wasser enthaltene mechanische Arbeit so vollständig als möglich aufnimmt.

Dieses Rad ist zwischen den Zufluß- und Abflußcanal gestellt. Der verticale Abstand der Wasserspiegel beider Canäle heißt das Gefälle.

Beim Uebergang aus dem einen Canal in den andern legt das Wasser einen Weg in vertikaler Richtung gleich dem Gefälle zurück und sammelt dabei eine mechanische Arbeit auf, welche gefunden wird, wenn man das Gewicht der Wassermenge per Sekunde mit dem Gefälle multiplicirt.

Diese mechanische Arbeit heißt der absolute Effekt der Wasserkraft und ist zu unterscheiden von dem Nutzeffekt. Der letztere ist derjenige Theil des absoluten Effektes, welchen das Rad aufnimmt und fortleitet.

Es sey M die Wassermenge per Sekunde,
H das Gefälle und
A der absolute Effekt in Pferdekräften.

Und da 1 Cubikmeter Wasser = 1000 Kil. wiegt,
1 schweiz. Cubikfuß = 54 Pfd. „
ferner 1 Pferdekraft = 75 Kil.Meter,
= 500 Pfd.Fuß,

so ist

In Metern und Kilogrammen.	In schweiz. Pfunden und Fußen.
1) $A = \frac{1000}{75} \cdot MH$	4) $A = \frac{54}{500} \cdot MH$
2) $M = \frac{75 \cdot A}{1000 \cdot H}$	5) $M = \frac{500 \cdot A}{54 \cdot H}$
3) $H = \frac{75 \cdot A}{1000 \cdot M}$	6) $H = \frac{500 \cdot A}{54 \cdot M}$

Beispiel 1. Wenn die Wassermenge = 0,650 Cubikmet. per Sekunde, und das Gefälle = 2,8 Met. ist, so beträgt nach Formel (1) der absolute Effekt

$$A = \frac{1000}{75} . 0{,}650 . 2{,}8 = 24{,}26 \text{ Pferde.}$$

Beispiel 2. Wie viel Effekt enthält ein Wasserfall von 6 Fuß Höhe und 36 Cubikfuß per Sekunde (schweiz. Maaß)?

Nach Formel (4) ist der absolute Effekt

$$A = \frac{54}{500} . 36 . 6 = 23^1/_3 \text{ Pferde.}$$

Beispiel 3. Es sey bei einem Gefälle von 4 Metern ein Effekt von 50 Pferden zu erreichen, so ist die erforderliche Wassermenge per Sekunde nach Formel (2)

$$M = \frac{75 . 50}{1000 . 4} = 0{,}9375 \text{ Cubikmeter.}$$

Beispiel 4. Soll mit 28 Cubikfuß Wasser (schweiz. Maaß) ein absoluter Effekt von 16 Pferden erzielt werden, so ist das hiezu nöthige Gefälle, nach Formel (6)

$$H = \frac{500 . 16}{54 . 28} = 5{,}49 \text{ Fuß.}$$

Nr. 33.

Von den Wasserrädern.

I. Arten der Wasserräder.

Man theilt die Wasserräder in folgende ein:

1) Unterschlächtige Räder oder solche, welche durch den Stoß des Wassers gegen die untersten Schaufeln in Bewegung gesetzt werden.

2) Mittelschlächtige Räder, auf deren Schaufeln das Wasser sowohl durch Druck als Stoß wirkt. Das Wasser fällt bei denselben in der Höhe der Wasserradwelle oder etwas unter derselben auf das Rad. Man unterscheidet folgende Arten:

a) das Kropfrad. Bei demselben tritt das Wasser aus dem Zuflußcanal zwischen der Schütze und einer Erhöhung, Kropf genannt, gegen die Schaufeln des Rades.

b) das Schaufelrad mit Ueberfalleinlauf. Es unterscheidet sich vom Kropfrad nur durch den Einlauf, indem das Wasser über der Schütze wegfließt.

c) das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf. Das Wasser tritt durch einige Canäle, welche aus gekrümmten Blechtafeln gebildet sind und Coulissen genannt werden, gegen die Schaufeln des Rades.

3) Oberschlächtige Räder oder solche, die vorherrschend durch das Gewicht des Wassers in Bewegung gesetzt

werden und daher mit Zellen oder Kübeln versehen sind, welche das herabfallende Wasser auffangen. Sie zerfallen in:

a) das rückschlächtige Zellenrad, bei welchem das Wasser etwas unter dem höchsten Punkt des Rades eintritt, und

b) das oberschlächtige Rad (im engern Sinn), welches das Wasser am höchsten Punkte des Rades aufnimmt.

Die neuern Wasserräder von Poncelet und Zuppinger finden am Schlusse dieser Nummer ihre Berücksichtigung.

Bei den folgenden Abtheilungen über die Wasserräder bedeutet:

P den Druck des Wassers auf das Rad, tangential an dessen Umfang;
v die Geschwindigkeit des äußern Radumfanges;
$P\,v$ den Nutzeffekt in Kil.-Metern;
V die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritt in das Rad;
M die Wassermenge per Sekunde;
H das Gefälle;
R den äußern Halbmesser des Rades;
n die Anzahl Umgänge des Rades per Minute;
a die Tiefe des Rades oder den Unterschied zwischen dem äußern und innern Halbmesser des Radkranzes;
b die Breite des Rades, parallel zur Welle. Die Kräfte in Kilogrammen, die Dimensionen in Metern.

II. Nutzeffekt der Wasserräder.

Bei den Wasserrädern kommen wesentlich folgende Effektverluste vor:

a) Effektverlust durch den Stoß des Wassers gegen die Schaufeln oder Zellen. Je größer die Differenz zwischen der Geschwindigkeit des eintretenden Wassers und derjenigen des Radumfangs ist, um so größer wird dieser Effektverlust und zwar ist derselbe dem Quadrat jener Geschwindigkeitsdifferenz proportional.

Das Verhältniß dieses Effektverlustes zum absoluten Effekt ist, wenn das Wasser tangential an den Radumfang eintritt:

$$\frac{(V - v)^2}{2gH}$$

Nimmt man, wie dieß gewöhnlich der Fall ist, $v = 0{,}5\ V$ an, und bezeichnet mit h das Stoßgefälle, d. h. die Höhe, über welche das Wasser herabfallen muß, um die Eintrittsgeschwindigkeit V zu erhalten, so ist jenes Effektverhältniß

$$0{,}25 \cdot \frac{h}{H}.$$

Beim unterschlächtigen Rad ist das Stoßgefälle gleich dem ganzen Gefälle, also $h = H$; und es gehen somit durch den Eintritt des Wassers 0,25 vom absoluten Effekt, d. i. 25 Procente verloren.

Das Stoßgefälle ist in den meisten Fällen 0,5 Meter, während H bis auf 12 Meter steigen kann. Folglich wird für größere Gefälle der Effektverlust durch Stoß klein, z. B. wenn $h = 0{,}5$ Met., und $H = 5$ Met., so ist jenes Verhältniß $0{,}25 \times \frac{0{,}5}{5} = 0{,}025$, d. h. es gehen nur $2^1/_2$ Proc. verloren.

b) Effektverlust durch die Geschwindigkeit, welche dem Wasser beim Austritte aus dem Rade noch bleibt. Da das Wasser der Bewegung des Rades folgt, also auch das Rad mit der Geschwindigkeit des Radumfangs verläßt, so geht eine lebendige Kraft verloren, welche dieser Geschwindigkeit entspricht.

Das Verhältniß zwischen diesem Effektverlust und dem absoluten Effekt ist

$$\frac{v^2}{2gH}$$

Wird beim unterschlächtigen Rade $v = 0{,}5\ V$ angenommen, so erhält man für obiges Verhältniß 0,25, d. h. es gehen 25 Proc. vom absoluten Effekt durch die Austrittsgeschwindigkeit verloren. Da der Eintritt bei diesem Rade ebenso viel Effektverlust bewirkt, so kann das unterschlächtige Rad im günstigsten Fall nur 50 Proc. Nutzeffekt geben.

Wenn das Gefälle H immer größer wird, während v nahe gleich bleibt, so wird dieser Effektverlust in gleichem Maaße kleiner.

c) Effektverlust durch Wasserverluste. Bei Schaufelrädern geht Wasser zwischen dem Gerinne und den Schaufeln, vermöge des vorhandenen Spielraums, hindurch, ohne zu arbeiten. Dieser Verlust kann bei weitem Spielraum, ungenauem Bau des Gerinnes und des Rades sehr beträchtlich werden. Bei den unterschlächtigen Rädern gehen noch Wassertheile, besonders tiefer liegende, zwischen den Schaufeln hindurch, ohne auf die Schaufeln zu wirken.

Bei Zellenrädern geht Effekt verloren durch den Austritt des Wassers aus den Zellenräumen, noch bevor das Wasser die tiefsten Stellen erreicht hat. Daher sollen die Zellen tief gebaut und schwach gefüllt seyn.

Ebenso geht etwas Effekt durch das Zerspritzen des Wassers beim Eintritt, durch die Zapfenreibung des Rades, den Luftwiderstand 2c. verloren.

Die Nutzeffekte der Wasserräder ergeben sich durch die Formeln:

für das unterschlächtige Rad im Gerinne . . . . . $P\,v = 62\ M\,.\,(V - v)\,v$ Kil.-Met.

für das unterschlächtige Rad, welches sich frei ohne Gerinne bewegt . . . . $P\,v = 80\ S\,.\,V\,.\,(V - v)\,v$ "

für mittelschlächtige Räder $P\,v = 750\ M \left[h' + \frac{(V \cos a - v)\,v}{g}\right]$ "

für oberschlächtige Räder $P\,v = 780\ M\,h' + 102\ M\,(V \cos a - v)\,v$ "

S der eingetauchte Theil der Schaufel,

h' das Druckgefälle (es ist der Unterschied zwischen dem ganzen Gefälle und dem Stoßgefälle),

a Winkel, welchen die Eintrittsgeschwindigkeit mit dem Radumfang bildet; er läßt sich leicht aus der Zeichnung des Rades entnehmen.

Das Verhältniß des Nutzeffektes zum absoluten Effekt zweckmäßig gebauter Wasserräder, wie es nach Versuchen von Bossüt, Smeaton, Morin u. A. bestimmt wurde, findet sich in Tab. XXV.

III. Von der Umfangsgeschwindigkeit der Räder.

Beim unterschlächtigen und Poncelet-Rade richtet sich die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nach der Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers. Dem Gefälle H entspricht eine Eintrittsgeschwindigkeit $\sqrt{2\,g\,H}$. Beim unterschlächtigen Rade müßte, wenn nur Effektverluste durch den Eintritt und Austritt des Wassers entstehen würden, $v = 0{,}5\ V$ seyn. Da aber noch Wasser zwischen den Schaufeln entweicht, ohne zu arbeiten, und zwar um so mehr, je schneller sich das Rad verhältnißmäßig dreht, so ist die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades $v = 0{,}4\ V$.

Die Umfangsgeschwindigkeit der übrigen Räder hängt nicht vom ganzen Gefälle ab. Es wird diese Geschwindigkeit zwischen 1,3 und 2 Meter so gewählt, wie sie den localen Verhältnissen am besten entspricht und sodann das Wasser so tief unter dem Oberwasserspiegel in das Rad gelassen, daß die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers circa das Doppelte ist von derjenigen des Rades. Dieses Verhältniß $\frac{v}{V} = 0{,}5$ ist das günstigste, dasselbe kann indessen auf 0,35 herabsinken und auf 0,65 hinaufsteigen, ohne daß der Nutzeffekt wesentlich schwächer würde.

In Tab. XXV. finden sich die mittleren Werthe der Umfangsgeschwindigkeiten der Räder.

IV. Vom Durchmesser der Wasserräder.

Der Durchmesser eines Wasserrades wird durch das Gefälle, die Anzahl der Umgänge per Minute, durch das Construktionssystem und durch locale Verhältnisse bedingt.

Sind die Geschwindigkeitsverhältnisse eines Rades vorgeschrieben, so ist

$$n = 9{,}548 \frac{v}{R}$$

Gewöhnlich sind die Durchmesser der Räder zu nehmen nach Tab. XXV.

V. Vom Verhältniß zwischen der Breite und Tiefe der Räder.

Die Breite der Wasserräder ist öfters durch locale Verhältnisse bedingt. Ist alsdann angegeben, wie stark die Schaufel- oder Zellenräume gefüllt seyn sollen, so ist die Tiefe des Rades daraus zu bestimmen.

Wenn aber die Breite des Rades beliebig gewählt werden kann, so muß sie bei immer größer werdendem Effekt schneller zunehmen als die Radtiefe. Nach Redtenbacher ändert sich das Verhältniß zwischen der Breite und Tiefe nach der dritten Potenz des absoluten Effektes, und es beträgt:

Für einen absoluten Effekt von	das Verhältniß zwischen der Breite und Tiefe des Rades:	
	Für Schaufelräder.	Für Zellenräder.
6 Pferdekräften	3	4
12 „	4	5
18 „	4,5	6
24 „	5	6,5
30 „	5,4	7
45 „	6	8
65 „	7	9
90 „	8	10

VI. Von der Füllung der Wasserräder.

Bei Schaufelrädern soll das Fassungsvermögen der Schaufelräume so bestimmt werden, daß sie bei mittlerem Wasserzufluß etwa bis zu $\frac{2}{3}$ derselben sich anfüllen.

Bei Zellenrädern soll die Fassung nur circa $\frac{1}{4}$, höchstens $\frac{1}{3}$ betragen, damit die Zellen das Wasser möglichst lange halten.

Der Bedingung für Schaufelräder wird entsprochen, wenn die Schaufelräume, welche per Sekunde am Eintrittspunkt des Wassers vorbei sich bewegen, den anderthalbfachen Inhalt haben von der in dieser Zeit eintretenden Wassermenge.

Nun ist die Fläche einer radial gestellten Schaufel $= a\,b$

Folglich die Schaufelräume, welche per Sekunde Wasser aufnehmen: $= a\,b\,v$

Mithin muß seyn:

für Schaufelräder . . $a\,b\,v = \frac{3}{2}\,M$

ebenso für Zellenräder $a\,b\,v = 4\,M$

Beispiel. Es soll ein Kopfrad gebaut werden für ein Gefälle von 1,5 Met. und eine Wassermenge von 2 Cubikmet. Wenn dem Rade eine Umfangsgeschwindigkeit von 1,8 Met. gegeben wird, wie breit und tief ist das Rad zu machen?

Absoluter Effekt . . $\frac{40\,.\,1{,}5\,.\,2}{3} = 40$ Pferde;

hiefür ist das Rad (nach Tab. S. 260) circa 6 mal breiter als tief zu nehmen. Man setze also in obige Formel für Schaufelräder:

$b = 6a$, $v = 1{,}8$ Met.; $M = 2$ Cubikmet.; so ist

$$6\,a^2 = \frac{2 \times 2 \text{ Cubikmet.}}{1{,}8 \text{ Met.}}, \text{ woraus folgt}$$

$$\text{Tiefe } a = \sqrt{\frac{2 \times 2}{6 \times 1{,}8}} = 0{,}61 \text{ Met.}$$

Breite $b = 6 \times 0{,}61 = 3{,}66$ Meter.

VII. Anzahl der Schaufeln und Zellen.

Die Entfernung zweier Schaufeln soll möglichst klein seyn, insbesondere bei unterschlächtigen Rädern, indem bei großer Schaufeltheilung viel Wasser fortgeht, ohne zu arbeiten. Bei den mittelschlächtigen Rädern soll ferner die Theilung um so enger seyn, je weniger genau das kreisförmige Gerinne und das Rad gebaut sind und je größer der Spielraum zwischen dem Gerinne und den Schaufeln ist.

Wenn bei den Zellenrädern die Theilung groß ist, so entleeren sich die Zellen frühe; es darf indessen die Theilung nicht so klein genommen werden, um das Zerspritzen des Wassers beim Eintritt in das Rad zu vermeiden.

Eine zweckmäßige Anzahl Schaufeln oder Zellen erhält man, wenn man den Durchmesser mit 6 multiplicirt und statt des Produktes die nächst ganze Zahl nimmt, welche sich durch die Anzahl der Radarme ohne Rest theilen läßt.

VIII. Vom Einlauf des Wassers in das Rad.

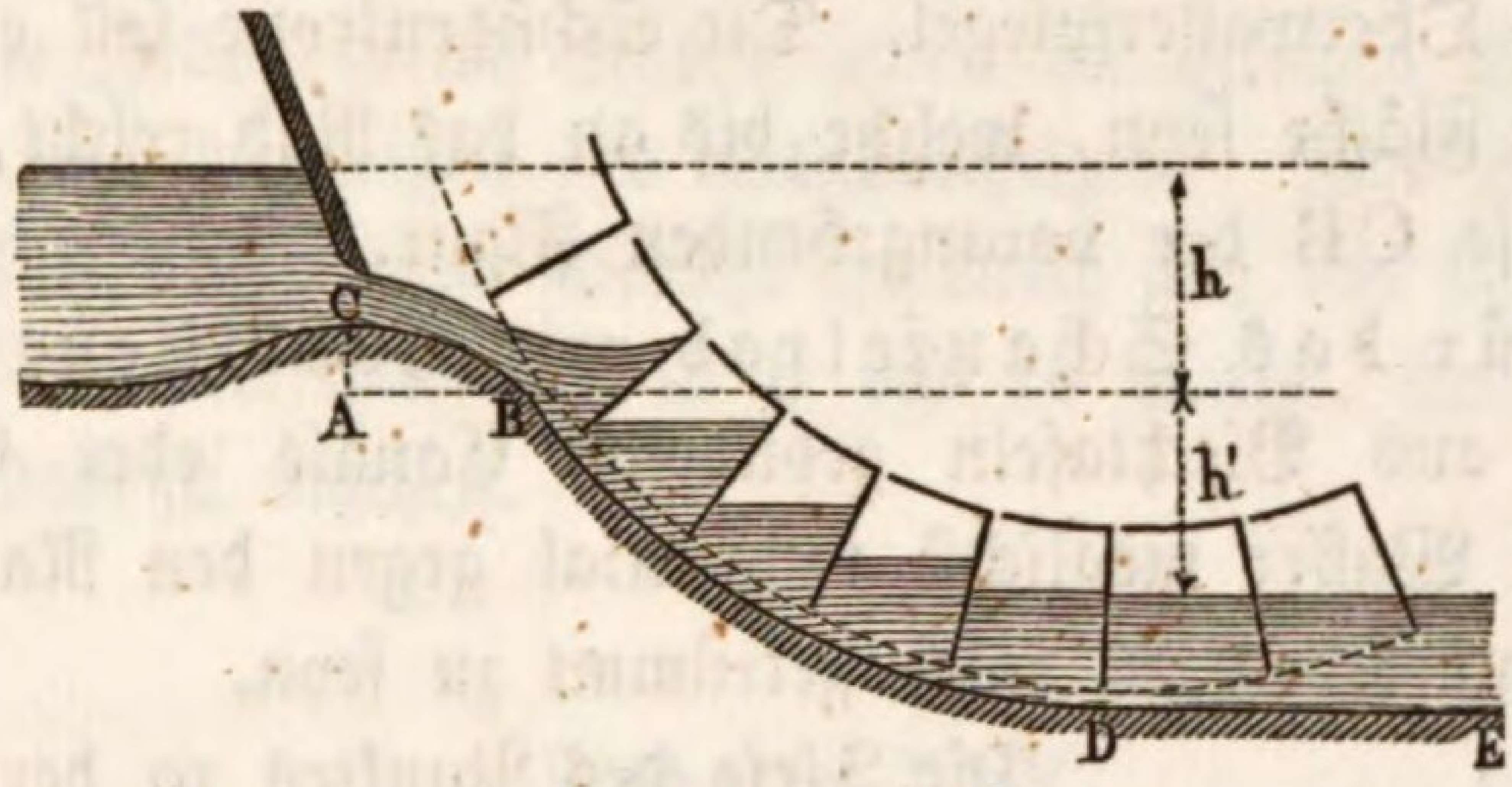
a) für das unterschlächtige Rad mit Gerinne.

Das Zuflußgerinne soll kurz seyn und $1/_{20}$ bis $1/_{15}$ Neigung haben. Die Schütze muß nahe am Rad stehen und geneigt seyn, um die Contraktion des Wassers, welche den Effekt schwächt, möglichst zu vermeiden. Diese Regel gilt auch für die Schutzbretter anderer Räder.

Das Abzugsgerinne soll erst beginnen, nachdem das Wasser vollständig gewirkt hat, also etwa um eine Schaufeltheilung hinter dem tiefsten Punkt des Rades und soll circa um die Wassertiefe zwischen der Schütze und dem Rad tiefer liegen als das Zuleitungsgerinne.

b) für das Kropfrad:

Es ist h das Stoßgefälle, h' das Druckgefälle. Der Kropf CB soll nach der Parabel gekrümmt seyn und in B



stetig in das Kreisgerinne BD übergehen. Die horizontalen und vertikalen Dimensionen AB und AC des Kropfes richten sich nach dem Stoßgefälle und dieses nach der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad treffen soll, da $V^2 = 2gh$ ist.

Entsprechende Werthe der Eintrittsgeschwindigkeit und des Stoßgefälles sind:

Eintrittsgeschwindigkeiten	3,0	3,3	3,6	4,0	Meter.
Stoßgefälle	0,46	0,55	0,66	0,80	„

Die Kropfbreite AB mache man gleich dem Stoßgefälle und die Höhe AC gleich 0,4 des Stoßgefälles.

Das Kreisgerinne BD soll genau und solid gebaut seyn und der Spielraum zwischen ihm und den Radschaufeln höchstens 3 Centm. betragen. Das Gleiche gilt für die Kreisgerinne der beiden folgenden Räder.

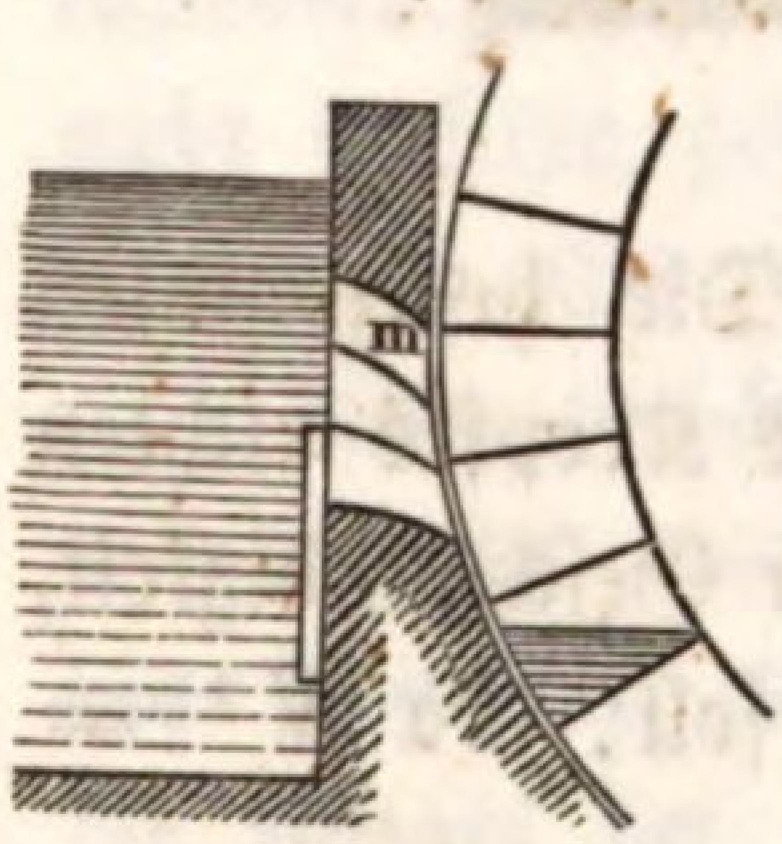
c) für das Schaufelrad mit Ueberfalleinlauf.

Die Breite des Einlaufs wird 6 bis 10 Centm. geringer genommen als die Breite des Rades. Da man ferner weiß,

wie viel Wasser, auf die ganze Breite des Einlaufs berechnet, per Sekunde durchfließt, so bestimme man die Wassermenge für 1 Meter Breite und suche sie in Tab. XXIV auf, so findet sich dabei die entsprechende Wassertiefe der Schützenkrone unter dem Oberwasserspiegel. Die Schützenkrone soll eine stetig gekrümmte Fläche seyn, welche bis an das Rad reicht, ähnlich dem Kropfe CB der vorangehenden Figur.

d) für das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf.

Die aus Blechtafeln gebildeten Canäle oder Coulissen sollen das Wasser möglichst tangential gegen den Radumfang leiten, ohne jedoch zu rasch gekrümmt zu seyn.



Die Tiefe des Punktes m der obersten Blechtafeln soll circa 0,3 Meter unter dem Oberwasserspiegel seyn und die Entfernung zweier Bleche an den Austrittsstellen etwa $1/3$ der Radtheilung betragen.

Nachdem 3 bis 5 Canäle verzeichnet sind, messe man ihre äußern Oeffnungen und die vertikalen Abstände ihrer Mittelpunkte vom Oberwasserspiegel und bestimme vermittelst desselben die Wassermenge, welche durch die erste; die erste und zweite; die erste, zweite und dritte ꝛc. Oeffnung fließt, bis man auf eine Anzahl Canäle kommt, welche die erforderliche Wassermenge durchlassen kann. Als Contraktionscoefficienten nehme man hiezu 0,70.

e) für das rückschlächtige Zellenrad.

Der Einlauf besteht aus Coulissen von Blech, wie beim vorigen Rade. Das Wasser soll durch sie in der Richtung der Zellenwände auf das Rad gelangen. Die Zellen sollen tief seyn, jedoch ihre Wände so weit auseinander stehen, als die Schützöffnung hoch ist. Da Zellenwände von Eisenblech eine weit geringere Dicke haben als hölzerne, so haben sie den

Vorzug, daß das Wasser beim Eintritt weniger zerspritzt und daß solche Zellen tiefer gebaut werden können, wodurch sich das Wasser in den Zellen weniger früh entleert.

f) für das oberschlächtige Rad.

Die Zellen dieses Rades sollen die gleichen Bedingungen erfüllen wie diejenigen des rückschlächtigen. Das Wasser wird gewöhnlich unter einer Schütze hindurch auf das Rad gelassen. Die Breite des Einlaufs ist 6 bis 10 Centm. kleiner als die des Rades zu machen.

Tabelle XXV.

Ueber Wasserräder.

Art des Wasserrades.	Gefälle.	Wassermenge.	Umfangsgeschwindigkeit.	Durchmesser.	Nutzeffekt.
	Meter.	Cubikmeter.		Meter.	
Unterschlächtiges Rad	0,2 à 0,9	0 à 5,0	0,4 $\sqrt{2gH}$	4 à 7	0,30 à 0,35
Kropfrad	0,7 „ 2,0	0,7 „ 4,0	1,8 Meter	3 H „ 5 H	0,40 „ 0,50
Schaufelrad mit Ueberfall	1,5 „ 2,5	0 „ 2,5	1,4 „	2,5 H „ 3 H	0,55 „ 0,60
Schaufelrad mit Coulisseneinlauf . . .	2,5 „ 4,0	0,5 „ 2,5	1,6 „	1,8 H „ 2 H	0,60 „ 0,65
Rückschlächtiges Zellenrad	3,5 „ 6,5	0,4 „ 1,3	1,5 „	1,3 H „ 1,4 H	0,60 „ 0,70
Oberschl. Rad mit kleinem Gefälle . .	3,5 „ 5,0	0 „ 0,7	1,4 „	H—0,42	0,55 „ 0,65
Oberschl. Rad mit großem Gefälle . .	5,0 „ 12,0	0 „ 0,7	1,5 „	H—0,48	0,60 „ 0,75

Aus dieser Tabelle ist zu entnehmen, daß bei der Wahl des zweckmäßigsten Wasserradsystemes das in der gegebenen Localität sich vorfindliche Gefälle hauptsächlich maßgebend ist, so wie sich nach demselben auch der Durchmesser des Wasserrades richtet.

Beispiele zur Berechnung der Wasserräder.

1) Unterschlächtiges Rad.

Für eine Wassermenge von 2,5 Cub.-Met. per Sekunde, welche vermittelst einer Stellfalle auf 0,8 Met. gestaut werden kann, soll ein unterschlächtiges Rad gebaut werden. Welches ist sein Nutzeffekt, und welche Dimensionen soll es erhalten?

Gewicht der Wassermenge per Sekunde (1 Cubikmet. à 1000 Kil. = 2500 Kil.

Absoluter Effekt (Produkt aus dem Gewicht des Wassers und des Gefälles) . . 2500 Kil. $\times$ 0,8 M. = 2000 Kil.-M.

Also die Anzahl Pferdekräfte (à 75 Kil.-Met.) $= \frac{2000}{75} = 26{,}6$ Pferde.

Nutzeffekt (à 33 Procent) . . . $0{,}33 \times 26{,}6 = 8{,}8$ „

Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar hinter der Stellfalle für ein Gefälle H = 0,8 M. (Tab. XXII) = 3,96 Met.

Umfangsgeschwindigkeit (40 Proc. von letzterer) $0{,}40 \,.\, 3{,}96 = 1{,}58$ „

Der Durchmesser werde angenommen . . . . . = 6 „

so ist die Anzahl der Schaufeln (das 6fache vom Durchm.) = 36 „

Es sey ferner die Füllung . . . . $= {}^2/_3$

so ist der Schaufelraum, welcher per Sekunde vorbeigeht, gleich ${}^3/_2$ von der Wassermenge, also ${}^3/_2 \,.\, 2{,}5 = 2{,}75$ Cubk.

Folglich die Schaufelfläche (Produkt aus Breite und Tiefe des Rades) gleich Wassermenge dividirt durch Geschwindigkeit . . . . $= \frac{3{,}75}{1{,}58} = 2{,}373$ □M.

Für 24 Pferde absoluten Effekt soll das Rad 5 mal breiter seyn als tief; man setze also . . . $b = 5\,a$

so ist die Schaufelfläche . . . . . . $5\,a \,.\, a = 2{,}373$ „

woraus folgt die Tiefe des Rades $a = \sqrt{\frac{2{,}373}{5}} = 0{,}7$ Met.

Also die Breite des Rades . . . . $5 \times 0{,}7 = 3{,}5$ „

Anzahl Umgänge des Rades per Minute $9{,}548 \frac{1{,}58\,\text{M.}}{3\,\text{M.}} = 5{,}02$ „

Breite des Einlaufs (unter der Stellfalle) . . . = 3,5 „

Höhe der Stellfallöffnung, wenn keine Contraktion be-
rücksichtigt wird . . . $\frac{2{,}5 \text{ Cubikmet.}}{3{,}5 \text{ M.} \times 3{,}96 \text{ M.}}$ = 0,18 Met.

Die Stellfalle sey um 45° geneigt, und es finde weder am Boden, noch an den Seiten Contraktion statt, so ist der Contraktionscoefficient . . . . . . = 0,8 „

Folglich muß die Stellfallöffnung im Verhältniß von $\frac{100}{80}$ größer seyn, also ihre Höhe 0,18 . $\frac{100}{80}$ = 0,225 „

2) Oberschlächtiges Rad.

In einem Canale bewege sich Wasser von 0,192 □Met. Querschnitt mit einer solchen Geschwindigkeit, daß es in $11^3/_4$ Sekunden einen Weg von 22,75 Met. zurücklege. Dieses Wasser habe, behufs der Anlage eines oberschlächtigen Rades, ein Gefälle von 9,1 Met. Welches sind seine Dimensionen?

Geschwindigkeit des Wassers im Canale per Sekunde $\frac{22{,}75 \text{ Meter}}{11{,}75 \text{ Sek.}}$
= 1,94 Met.

Wassermenge per Sek. 1,94 M. × 0,192 □M. = 0,372 Cubikmet.

Gewicht dieses Wassers (1000 Kil. zu 1 Cubikm.) = 372 Kil.

Absoluter Effekt der Wasserkraft 372 Kil. × 9,1 M. = 3385 Kil.-Met.

„ „ „ „ . . . . . . $\frac{3385}{75}$ = 45,1 Pferde.

Nutzeffekt (à 70 Procent) . . 0,70 × 45,1 = 31,6 „

Höhe des Oberwasserspiegels über dem höchsten Punkte des Rades . . . . = 0,46 Met.

Durchmesser des Rades (Tab. XXV) H — 0,48 M. = 8,62 „

Umfangsgeschwindigkeit . . . . = 1,5 „

Füllung . . . . = ¼ „

Zellenraum, welcher per Sekunde vorbeigeht (4mal größer als die Wassermenge) . 4 × 0,372 = 1,488 Cubikmet.

Folglich das Produkt aus Breite und Tiefe des Rades (Zellenraum dividirt mit der Geschw.)
$\frac{1{,}488 \text{ Cubikmet}}{1{,}5 \text{ Met.}}$ = 0,99 □Met.

Für 45 Pferde absoluten Effekt soll das Rad 8mal breiter als tief seyn, folglich . . . . . . b = 8 a

somit das Produkt aus Breite und Tiefe oder 8 a . a = 0,99 □Met.

und hieraus die Radtiefe $a = \sqrt{\frac{0{,}99\ \square\text{M.}}{8}} = 0{,}35$ Met.

Folglich die Breite . . . . 8 × 0,35 = 2,80 „

Anzahl Zellen (6fache des Durchm.) 6 × 8,62 = 51,72 „

wofür (da 8 Arme zu machen sind) genommen wird = 56 „

Anzahl Umgänge per Minute $= 9{,}548 \, . \, \frac{V}{R}$

$$= 9{,}548 \, . \, \frac{1{,}5}{4{,}31} = 3{,}3$$

Das unterschlächtige Wasserrad von Poncelet.

Die Construktion des Wasserrades von Poncelet beruht auf dem Princip, daß ein Rad den größtmöglichen Effekt leiste, wenn das Wasser ohne Stoß in das Rad trete und dasselbe ohne Geschwindigkeit verlasse.

Das Ponceletrad hat zu diesem Zwecke krummlinige Schaufeln, deren unterste Theile die Richtung des eintretenden Wassers haben. Dadurch gelangt das Wasser ohne merklichen Stoß in das Rad, hebt sich längs der Schaufeln in die Höhe und drückt dabei beständig auf dieselben, wodurch es nahe die Hälfte seiner Geschwindigkeit verliert. Hierauf fällt es längs der Schaufeln herab, drückt immer noch auf sie und verliert dadurch den größern Theil der ihm noch gebliebenen Geschwindigkeit. Endlich fällt es mit geringer absoluter Geschwindigkeit in den Abzugscanal.

Das Ponceletrad wird angewendet:

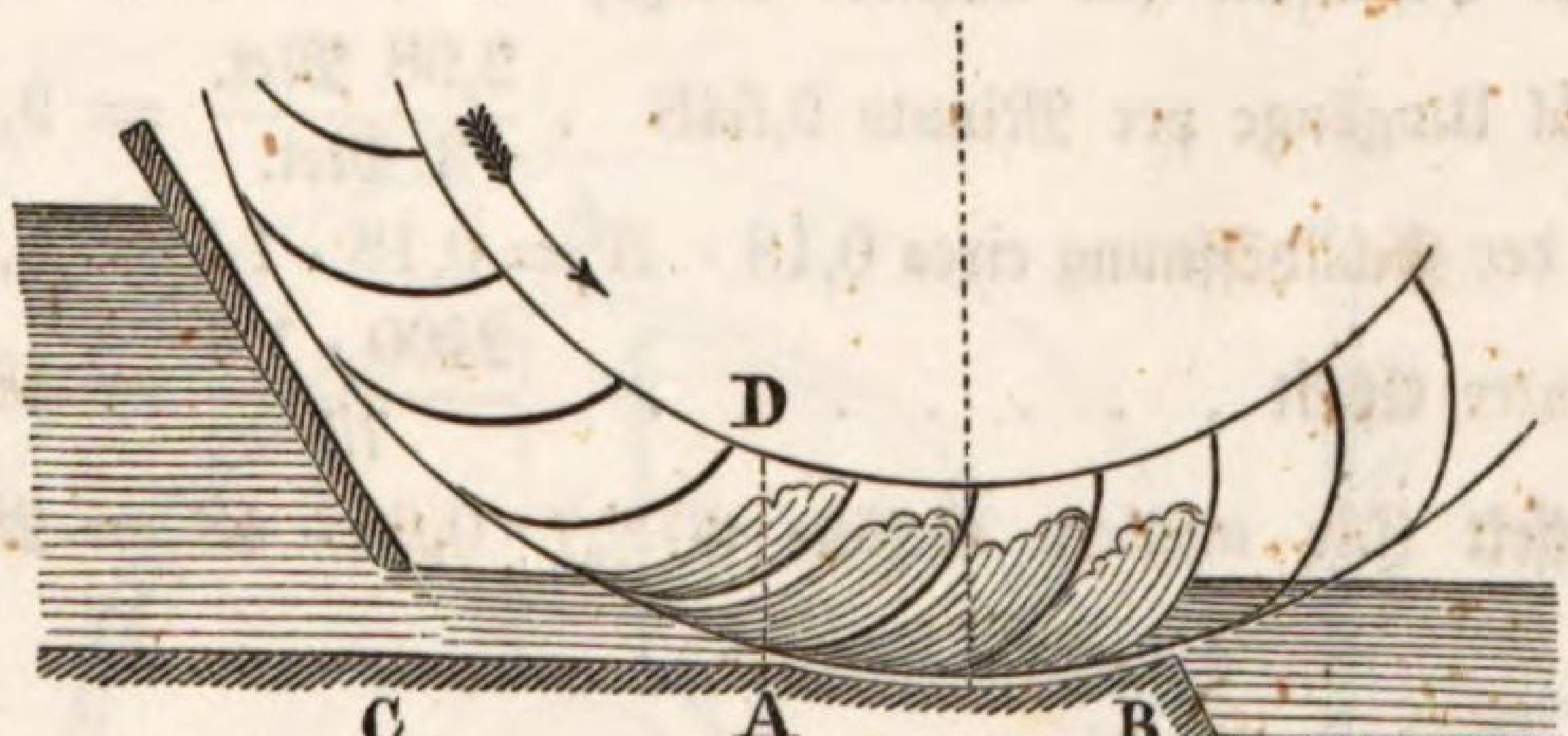
für Gefälle von . . . . . . 0,9 à 1,5 Meter.

für eine Wassermenge von . . 1,0 à 5,0 Cub.Met.

Seine Umfangsgeschwindigkeit ist am günstigsten, wenn ihr Verhältniß zur Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers 0,55

ist; dieses Verhältniß kann sich aber zwischen 0,5 und 0,6 ändern, ohne wesentlichen Einfluß auf den Nutzeffekt auszuüben.

Aeußerer Diameter des Rades gewöhnlich	$= 4\,H$
Tiefe des Rades (Unterschied des äußern und innern Radius)	$= \frac{1}{2}\,H$
Breite des Rades (für $\frac{1}{2}$ Füllung) . .	$= 5{,}5 \frac{M}{H\sqrt{2gH}}$
Anzahl der Schaufeln	36, 42 und 48
Neigung des Gerinnes A C von der Schütze an	$= \frac{1}{12}$
Länge A B des kreisförmigen Gerinnes .	$= \frac{2\,R\,\pi}{12}$
Höhe der Schützöffnung circa	$= 0{,}18\,H.$



Der Abzugsgraben soll um 0,25 bis 0,3 Meter tiefer liegen als das Zuflußgerinne und der Mittelpunkt D für die kreisförmige Krümmung der Schaufeln sich senkrecht über dem Anfang A des Kreisgerinnes und im innern Radumfang befinden.

Nach Versuchen von Poncelet und Morin ist das Verhältniß des Nutzeffektes zum absoluten Effekt:

für ein Gefälle	und eine Schutzöffnung	Verhältniß
von 0,9 à 1,2 Met.	0,20 à 0,30 Met. . .	0,70
„ 1,2 „ 1,5 „	0,15 „ 0,20 „ . .	0,60
„ 1,5 „ 1,8 „	0,12 „ 0,15 „ . .	0,50

Der Nutzeffekt kann für diese Fälle berechnet werden durch die Formeln:

für den ersten Fall $Pv = 143\ M\ (V-v)\ v$ Kil. × Met.,
" " zweiten " $Pv = 122\ M\ (V-v)\ v$ " "
" " dritten " $Pv = 102\ M\ (V-v)\ v$ " "

Beispiel. Es soll ein Ponceletrad construirt werden für 2,4 Cubikmet. Wasser, und ein Gefälle von 1,5 Met.

Geschwindigkeit, welche dem Gefälle (H = 1,5 Met.) entspricht, S. 226 . . . . $\sqrt{2gH} = 5{,}425$ Met.

Umfangsgeschwindigkeit $0{,}55\ \sqrt{2gH} = 0{,}55 \cdot 5{,}425 = 2{,}98$ "

Aeußerer Durchmesser . . . . $4H = 4 \cdot 1{,}5 = 6$ "

Tiefe des Rades (Unterschied der Halbmesser) $\frac{1}{2}\ H = 0{,}75$ "

Breite des Rades $5{,}5\ H \frac{M}{H\sqrt{2gH}} = 5{,}5 \frac{2{,}4}{1{,}5 \cdot 5{,}425} = 1{,}62$ "

Anzahl Schaufeln (für mittlere Größe) . . . . $= 42$ "

Anzahl Umgänge per Minute $9{,}548 \cdot \frac{2{,}98 \text{ Met.}}{3 \text{ Met.}} = 9{,}5$ "

Höhe der Schützöffnung circa $0{,}18 \cdot H = 0{,}18 \cdot 1{,}5 = 0{,}27$ "

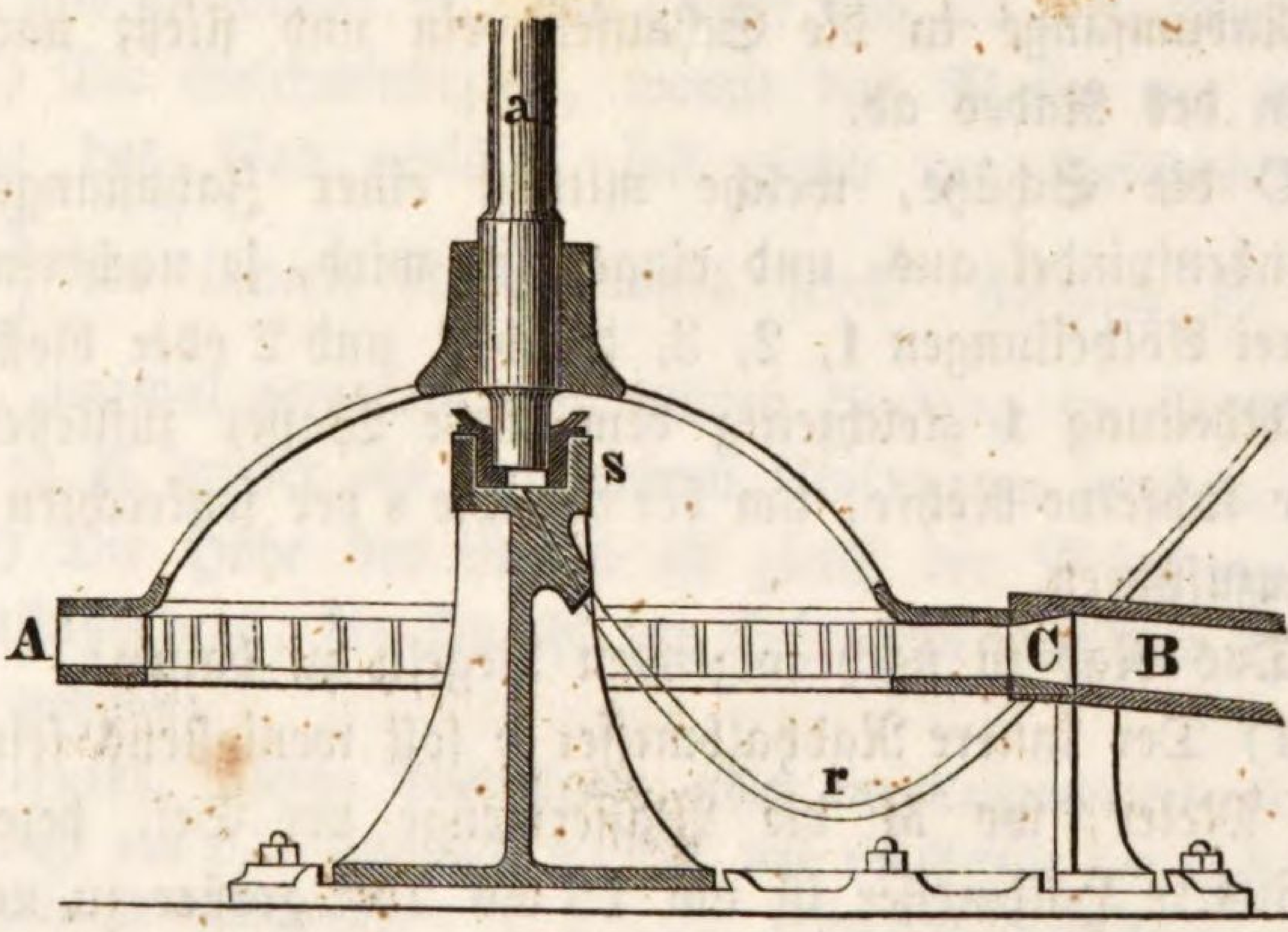
Absoluter Effekt . . . . $\frac{2400 \cdot 1{,}5}{75} = 48$ Pferde.

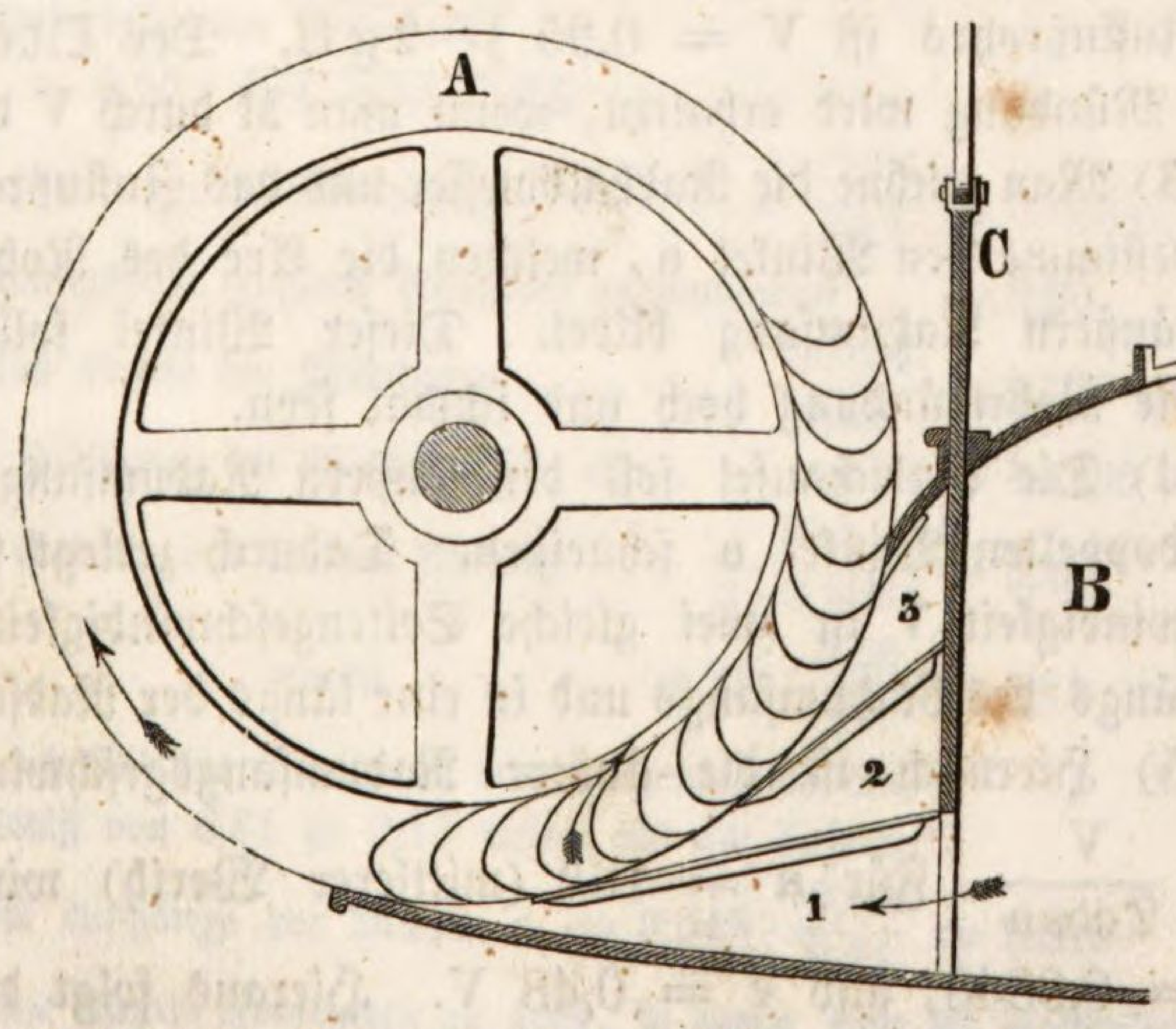
Nutzeffekt (für mittlere Gefälle 60 %) $0{,}60 \cdot 48 = 28{,}8$ "

Das Tangentialrad von Zuppinger.

Auf dem gleichen Principe beruht das Tangentialrad des Ingenieurs Zuppinger, welches die Maschinenfabrik von Escher, Wyß u. Comp. in Zürich schon in einer großen Anzahl von Wasserwerken hergestellt hat und bei angemessener Construktion in Bezug auf den Nutzeffekt guten Turbinen nicht nachstehen soll. Namentlich ist dessen Anlage bei hohen Gefällen zu empfehlen, weil demselben in allen Fällen ein beliebig großer Durchmesser und somit eine beliebige Anzahl Umgänge per Minute gegeben werden darf. Nachstehende

Figuren zeigen ein solches Tangentialrad im Aufrisse und Grundrisse.





A ist das Laufrad, welches gleich einer Turbine auf einer senkrechten Achse a befestigt wird.

B ist das feststehende Wasserzuleitungsrohr, welches den Radumfang genau umfaßt. Das Wasser tritt demnach an dem Radumfange in die Schaufeln ein und fließt nach dem Innern des Rades ab.

C die Schütze, welche mittelst einer Zahnstange oder Schraubenspindel aus- und eingezogen wird, je nachdem durch alle drei Abtheilungen 1, 2, 3, durch 1 und 2 oder bloß durch die Abtheilung 1 gleichzeitig dem Rade Wasser zufließen soll.

r kupferne Röhre, um der Pfanne s der senkrechten Welle Oel zuzuführen.

Das Rad ist nach folgenden Regeln zu bauen:

1) Der innere Radhalbmesser r soll wenigstens sein $r = \sqrt{M}$ Meter, wo M die Wassermenge per Sek. bezeichnet. Der äußere Halbmesser ist um 15 bis 25^{cm} größer zu nehmen.

2) Die Geschwindigkeit des Wassers unter der Mündung des Zuflußrohrs ist $V = 0{,}95 \sqrt{2gH}$. Der Querschnitt dieser Mündung wird erhalten, wenn man M durch V dividirt.

3) Man zeichne die Radhalbmesser und das Zuflußrohr auf und bestimme den Winkel a, welchen die Axe des Rohrs mit dem äußern Radumfang bildet. Dieser Winkel soll klein, also die Rohrmündung hoch und schmal seyn.

4) Die Radschaufel soll den äußern Radumfang unter dem doppelten Winkel a schneiden. Dadurch zerlegt sich die Geschwindigkeit V in zwei gleiche Seitengeschwindigkeiten, in eine längs des Radumfangs und in eine längs der Radschaufel.

5) Hiernach ist die äußere Radumfangsgeschwindigkeit $v = \frac{V}{2 \cos a}$. Für $a = 10^0$ (mittlerer Werth) wird cos $10^0 = 0{,}9848$, also $v = 0{,}48$ V. Hieraus folgt die Anzahl Umgänge per Minute $n = 9{,}548 \frac{v}{R}$.

6) Hiernach müssen ferner die Radcanäle, welche von der Mündung des Zuflußrohres Platz haben, im Verhältniß von v : V, also im Mittel $^{100}/_{48}$ mal größer seyn als diese Mündung.

7) Die Geschwindigkeit, womit das Wasser am innern Umfang das Rad verläßt, soll gleich der Geschwindigkeit $v\left(\frac{r}{R}\right)$ des innern Radumfanges seyn. Folglich ist jeder Canal, normal gemessen, am innern Umfang im Verhältniß von r zu R größer als am äußern Umfang zu machen.

8) Die Höhe des Rades ist gleich der Mündungshöhe des Zuflußrohres, die Anzahl der Schaufeln zwischen 32 und 72 zu nehmen.

Beispiel. Welche Dimensionen erhält ein Tangentialrad für eine Wassermenge von 0,28 Cubikmet. per Sek. und ein Gefälle von 18,5 Met.?

Innerer Radhalbmesser . . . . . $r = \sqrt{0,28} = 0,53$ Met.

Aeußerer Radhalbmesser (Radbreite 18^{cm}) . . . $= 0,71$ „

Geschwindigkeit im Zuflußrohr

$V = 0,95 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 18,5}$ . . . . . $= 18,1$ „

Querschnitt der Rohrmündung . . . . $\frac{0,28}{18,1} = 0,0154 \square$ „

Mündungshöhe (zugleich Radhöhe) angenommen . $= 0,20$ „

Folglich Breite der Mündung . . . . $\frac{0,0154}{0,20} = 0,077$ „

Laut Zeichnung sey Winkel a 8^0, also . . $\cos 8^0 = 0,9903$ „

Also Geschw. am äußern Umfang . . $\frac{18,1}{2 \cdot 0,9903} = 9,13$ „

„ „ „ innern „ . $9,13 \cdot \frac{0,53}{0,71} = 6,81$ „

Hiernach sind die Canäle am innern Umfang im Verhältniß von 6,81 zu 9,13 weiter als am äußern.

Anzahl Umgänge per Minute $n = 9,548 \cdot \frac{9,13}{0,71} = 122,8$ „

Ist diese Anzahl Rotationen zu groß, so mache man die Radhalbmesser größer.

Nr. 34.

Von den Turbinen.

Die Turbinen sind eine besondere Art von Wasserrädern, die sich von den gewöhnlichen hauptsächlich dadurch unterscheiden:

1) daß sie meistens horizontal laufen und also an einem senkrechten Wellbaume befestigt sind;

2) daß das Wasser nicht nur auf einem Punkt, sondern gleichzeitig auf den ganzen Umfang des Rades wirkt;

3) daß das Wasser in die Radschaufeln mit einer Geschwindigkeit eintritt, welche dem ganzen disponiblen Gefälle proportional ist;

4) daß in Folge dieser beiden letztern Umstände der erforderliche Durchmesser der Turbinen weit kleiner und die Geschwindigkeit derselben weit größer ist als bei den gewöhnlichen Wasserrädern, und daß eine um so größere Anzahl von Umgängen sowie um so kleinere Dimensionen der Turbinen angenommen werden müssen, je größer das Gefälle ist.

Die Turbinen sind bei allen Gefällen anwendbar, namentlich ist deren Anlage zu empfehlen bei sehr hohen Gefällen, bei welchen die Anwendung eines oberschlächtigen

Wasserrades kostspielig und mit Schwierigkeiten verbunden ist, oder bei geringen Gefällen, bei welchen zeitenweise Hinterwasser eintritt, indem die Turbinen ganz unter dem Wasser laufen können, ohne merklich am Nutzeffekt zu verlieren, wie es bei den unterschlächtigen Rädern der Fall ist, daher bei Turbinenanlagen die Sohle des Abzugscanales nach dem niedrigsten Wasserstande bestimmt und also zu jeder Zeit das ganze vorhandene Gefälle benützt werden kann. Turbinen sollen also immer angewendet werden bei Gefällen über 12 und bei sorgfältiger Benützung des Wassers unter 2 Meter; dagegen für zwischen liegende Gefälle nur dann, wenn der Wasserzufluß und das Gefälle das Jahr hindurch unveränderlich bleiben.

Die Turbinen geben nämlich bei richtiger Bestimmung ihrer Dimensionen einen Nutzeffekt von 60 bis 70 Procent, sind also in dieser Hinsicht den mittelschlächtigen und oberschlächtigen Rädern für gleiche Gefälle nicht vorzuziehen. Diese letztere Räder haben aber den Vortheil, daß ihre Dimensionen von weniger Einfluß sind auf den Effekt als bei Turbinen, und daß ihr Effekt sich proportional mit dem Wasserzufluß und dem Gefälle ändert, während bei der Turbine der Effekt weniger rasch steigt bei Zunahme und rascher sinkt bei Abnahme der Wassermenge und des Gefälles.

Wegen der größern Geschwindigkeit der Turbinen sind dieselben vorzugsweise zum Betriebe von Maschinen, welche eine große Geschwindigkeit erfordern, wie in Spinnereien, Webereien, Sägmühlen, Mahlmühlen, Walzwerken 2c. zu empfehlen. Ihre Transmission wird leichter als bei gewöhnlichen Wasserrädern. Die Turbinen erfordern nur wenig Raum und können am untersten Punkte des Gefälles aufgestellt

werden, weßhalb sie auch sehr leicht vor dem Einfrieren zu schützen sind.

Beim Bau der Turbinen ist zu empfehlen:

1) Daß der obere Wasserspiegel eine möglichst horizontale und ruhige Fläche bilde, weßhalb der Zuführungscanal oder das Becken direkt über der Turbine möglichst weit und ferner das Laufrad der Turbine so tief angelegt werden sollte, damit beim kleinsten Wasserstande sich über demselben eine Wasserhöhe von wenigstens 3—4 Fuß vorfinde. Bei einer geringern Wasserhöhe bildet sich nämlich durch das Einfließen des Wassers in die Turbine über derselben eine trichterförmige Vertiefung, welche den Druck des Wassers vermindert und ferner ein nachtheiliges Einströmen von Luft verursacht.

2) Daß der Wasserausfluß durch einen breiten Abzugscanal möglichst erleichtert werde.

3) Daß sämmtliche Schaufeln des Lauf- und Leitrades eine gut geformte, stetig gekrümmte, glatte Fläche bilden, damit das Wasser ohne Stoß und mit einem Minimum von Reibung längs derselben hindurchgleiten kann. Geschliffene Schaufeln von Eisenblech sind deßhalb gegossenen vorzuziehen.

4) Daß endlich ein zweckmäßiger Schmierapparat angebracht werde, damit fortwährend zwischen den Zapfen der senkrechten Welle und dessen Pfanne etwas Oel zufließe und diese beiden Theile in einem unverdorbenen Zustande erhalten werden.

5) Daß der Spielraum zwischen den Schaufeln des Laufrades und denjenigen des Leitrades, sowie dem Gehäuse nicht größer gemacht werde, als durchaus nöthig ist, damit erstere während dem Gange der Turbine in keinem Punkt

mit den unbeweglichen Theilen in Berührung komme, weßhalb die sämmtlichen Berührungsflächen sorgfältig abgedreht werden sollten.

Wie schon erwähnt, hängen die erforderlichen Dimensionen, welche den einzelnen Theilen einer Turbine gegeben werden müssen, genau vom Gefälle und der Wassermenge ab und es ist bei allfälliger Veränderlichkeit des Gefälles und der Wassermenge immer zu erwägen, für welche Werthe dieser Größen die Dimensionen zu bestimmen sind.

Die meisten der nun allenthalben in bedeutender Anzahl im Gange befindlichen Turbinen sind: Fourneyron'sche, schottische und Jonval'sche.

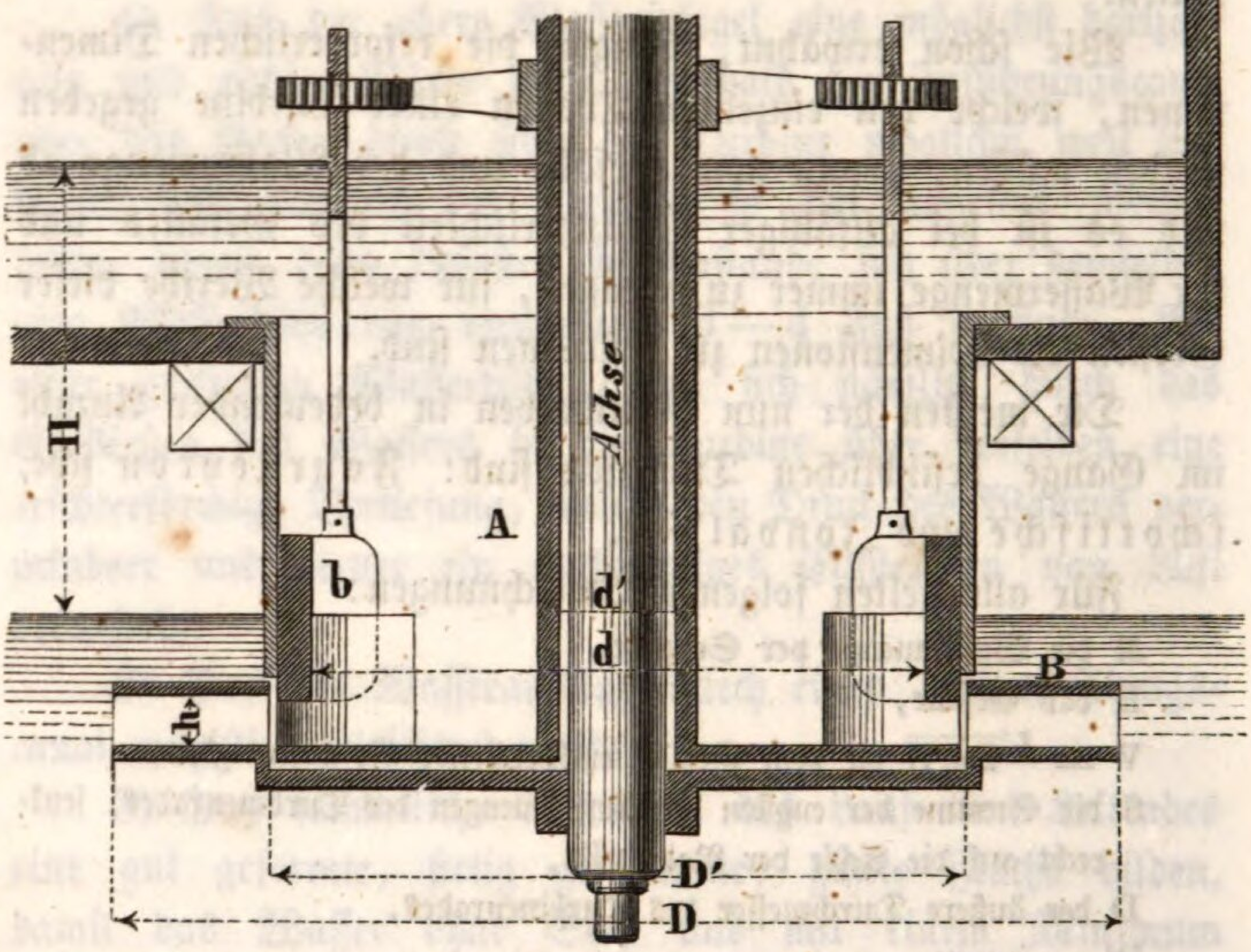
Für alle gelten folgende Bezeichnungen:

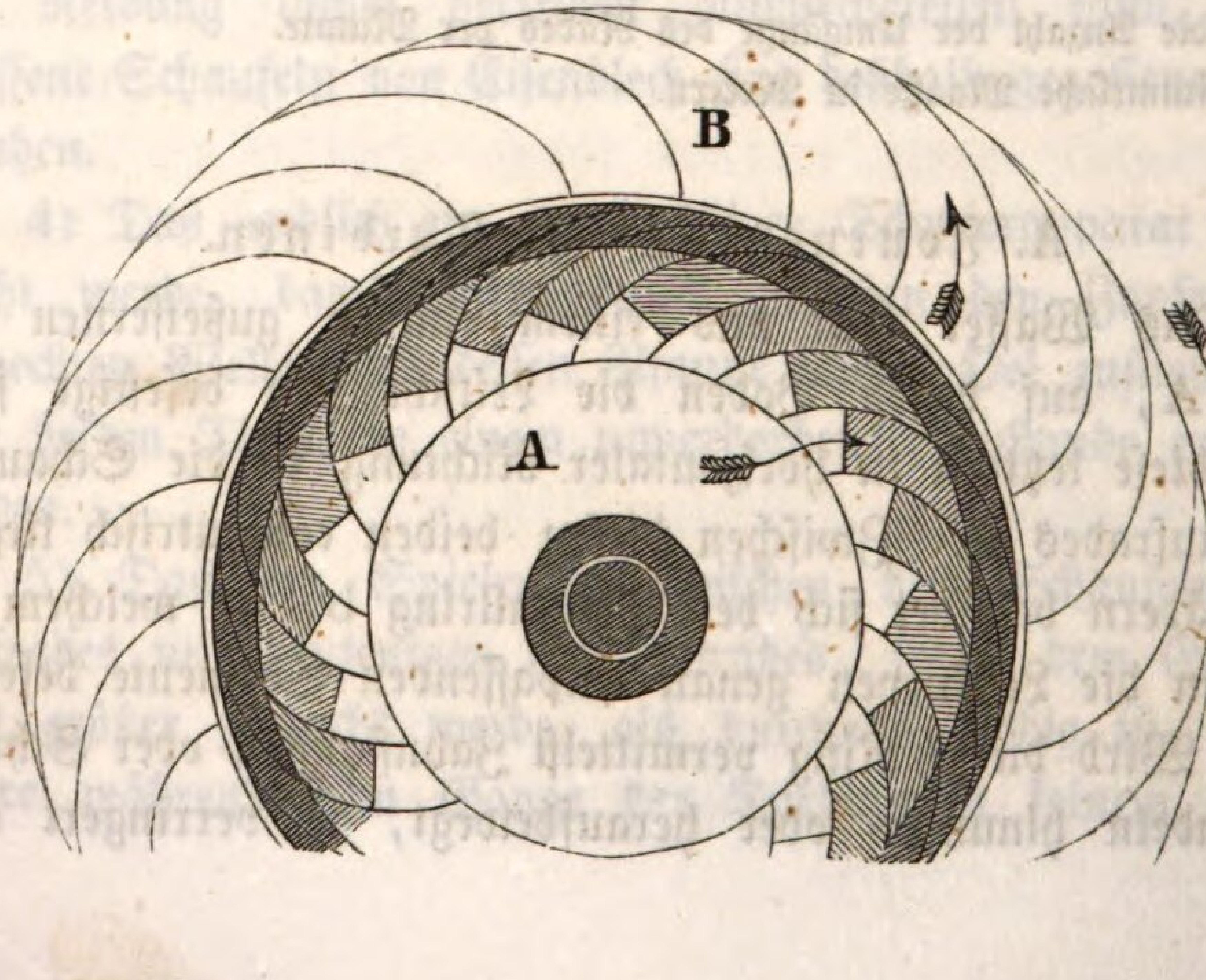
M die Wassermenge per Sekunde,
H das Gefälle,
$V = \sqrt{2\,g\,H}$ die dem Gefälle entsprechende Geschwindigkeit,
S die Summe der engsten Ausflußöffnungen des Turbinenrades, senkrecht auf die Achse der Radcanäle,
D der äußere Durchmesser des Turbinenrades,
D' „ innere „ „ „
n die Anzahl der Umgänge des Rades per Minute.
Sämmtliche Maaße in Metern.

A. Fourneyron'sche Turbinen.

Das Wasser tritt aus einem runden gußeisernen Gehäuse A, auf dessen Boden die Leitschaufeln befestigt sind, durch diese letztern in horizontaler Richtung in die Schaufeln des Laufrades B. Zwischen diesen beiden concentrisch liegenden Rädern befindet sich der Stellfallring b, an welchem die zwischen die Leitkurven genau einpassenden Segmente befestigt sind. Wird dieser Ring vermittelst Zahnstangen oder Schraubenspindeln hinunter- oder heraufbewegt, so verringert oder

vergrößert sich die Höhe der Stellfallöffnungen und somit auch der Zufluß des Wassers in das Laufrad.





Die Dimensionen einer solchen Turbine ergeben sich aus folgenden Angaben:

1) Stellung der Schaufeln. Die Geschwindigkeit des durch die Turbine fließenden Wassers, sowie die Querschnitte der Leit- und Radcanäle hängen wesentlich von den Winkeln ab, welche die Schaufeln mit den Radumfängen bilden. Wir nehmen an:

Winkel der Leitschaufeln mit dem innern Radumfang	$= 24^0$
„ „ Radschaufeln „ „ „ „	$= 66^0$
„ „ „ „ „ äußern „	$= 15^0$

Bei dieser Annahme wird das Wasser unter einem Winkel von circa 17^0 zum äußern Radumfang aus dem Rade treten.

2) Größe der Ausflußöffnungen. Die Summe der normalen Ausflußöffnungen der Radcanäle ist zu nehmen:

$$S = \frac{M}{0{,}70\,V}$$

3) Damit das Wasser frei in die Leitkurven eintreten und den ganzen Druck dem Turbinenrad mittheilen kann, ist es nöthig, daß die Horizontalsektion des Stellfallringes wenigstens viermal so groß ist, als die Summe aller Stellfallöffnungen. Ist daher d der innere Durchmesser des Stellfallringes, d′ der Durchmesser des Rohres, welches die Leitkurven trägt, so ist

$$4\,S = 0{,}7854\,(d^2 - d'^2)$$

$$\text{und hiemit } d = \sqrt{5{,}28\,S + d'^2}$$

Addirt man zu diesem Durchmesser die doppelte Dicke des Stellfallringes, sowie den Spielraum zwischen den Leitkurven und dem Turbinenrad, so erhält man den innern Durchmesser D′ dieses letztern.

4) Der äußere Durchmesser D des Rades wird gewöhnlich bei Turbinen unter 2 Meter $^{10}/_{7}$ und bei größern Turbinen $^{10}/_{8}$ des innern Durchmessers angenommen.

5) Dem Leitrade gibt man 12 à 24 Schaufeln, dem Laufrade etwa die Hälfte mehr.

6) Die äußere Radtheilung ergibt sich, wenn man den äußern Radumfang mit der Anzahl der Radschaufeln dividirt.

7) Die kürzeste Entfernung t zweier Radschaufeln wird gefunden, wenn man die äußere Radtheilung mit sin $17^0 = 0{,}29$ (wo 17^0 der Ausflußwinkel) multiplicirt, und die Schaufeldicke davon abzieht.

8) Die Höhe des Rades findet man, wenn man den Abstand t mit der Anzahl Schaufeln multiplicirt und mit dem Product in die Querschnitte S dividirt.

Ist das angewandte Wasserquantum sehr veränderlich, so bringe man horizontale Zwischenwände in den Schaufeln an, durch welche die Höhe desselben auf $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ 2c. reducirt wird, und schließe durch den Stellfallring eine oder mehrere Sektionen bei abnehmendem Wasserzufluß.

9) Geschwindigkeit der Turbine. Die Turbine leistet den größten Nutzeffekt, wenn die Geschwindigkeit des innern Radumfangs = 0,60 V ist. Daher erhält man die vortheilhafteste Anzahl Umgänge per Minute:

$$n = 11{,}4 \frac{V}{D'}$$

Beispiel. Es sey das vorhandene Wasserquantum = 0,135 Cubikmeter, das Gefälle = 16,8 Met. Welches sind die Dimensionen der Turbine?

Geschwindgkeit $v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 16{,}8}\;. = 18{,}16$ Met.

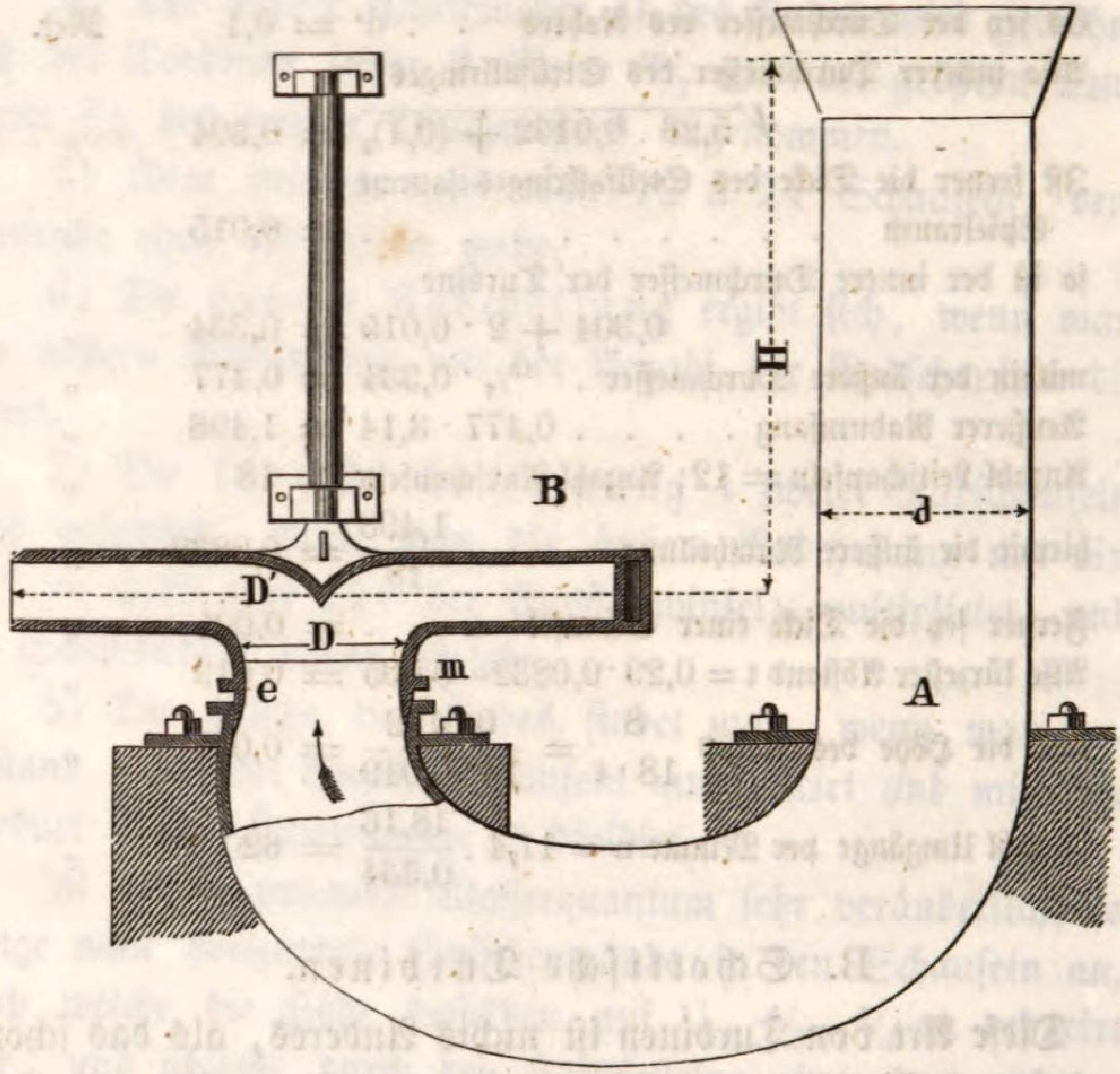
Ausflußöffnungen $S = \frac{0{,}135}{0{,}7\;.\;18{,}16}\;.\;.\;. = 0{,}0162$ □Met.

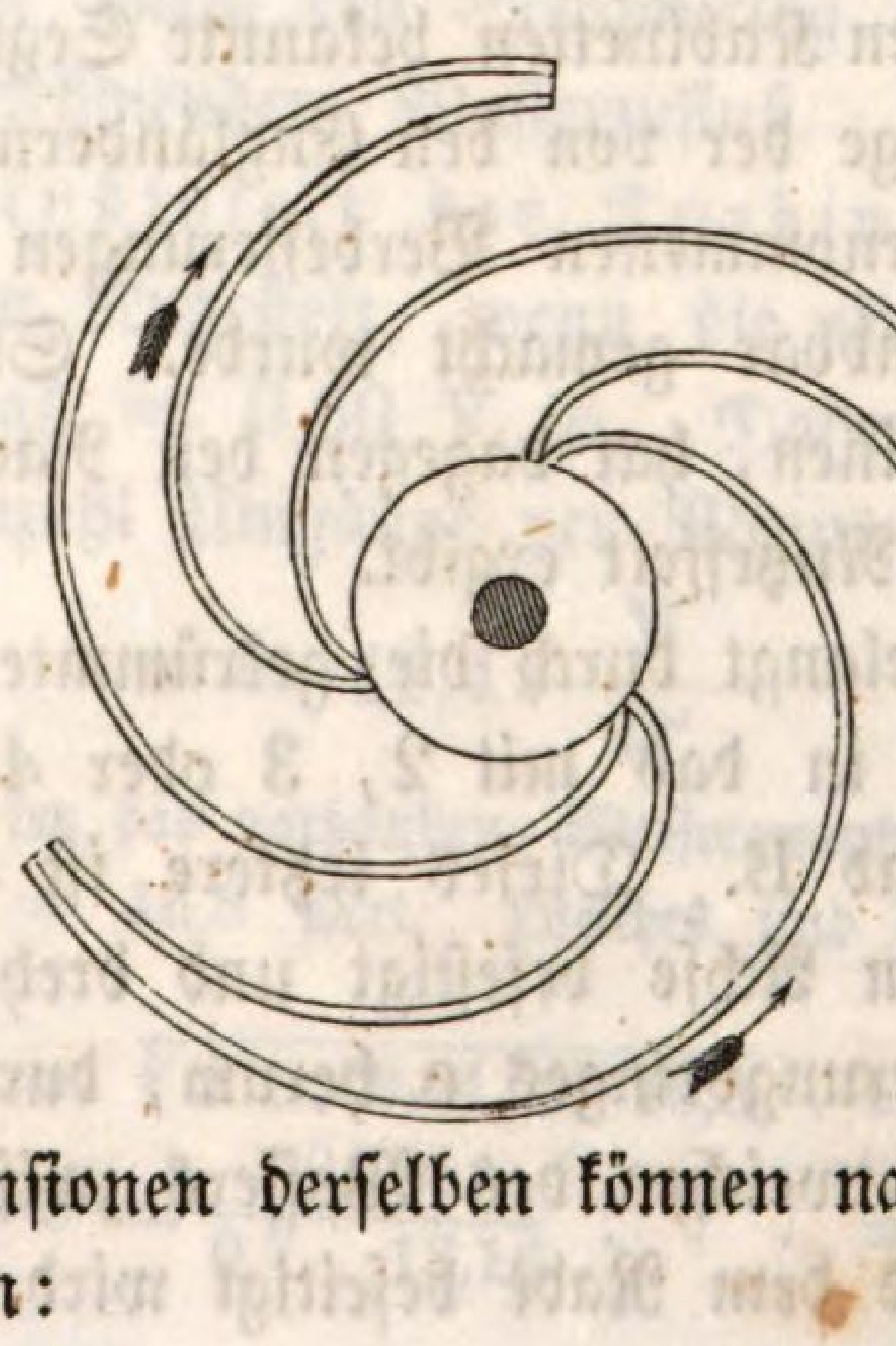
Es sey der Durchmesser des Rohres . . $d' = 0{,}1$ Met.
Also innerer Durchmesser des Stellfallringes
$\sqrt{5{,}28 \,.\, 0{,}0162 + (0{,}1)_2} = 0{,}304$ "
Ist ferner die Dicke des Stellfallringes sammt Spielraum . . . . $= 0{,}015$ "
so ist der innere Durchmesser der Turbine
$0{,}304 + 2 \cdot 0{,}015 = 0{,}334$ "
mithin der äußere Durchmesser . $^{10}/_{7} \cdot 0{,}334 = 0{,}477$ "
Aeußerer Radumfang . . . . $0{,}477 \cdot 3{,}14 = 1{,}498$ "
Anzahl Leitschaufeln = 12; Anzahl Radschaufeln $= 18$ "
hiemit die äußere Radtheilung . . . $\frac{1{,}498}{18} = 0{,}0832$ "
Ferner sey die Dicke einer Schaufel . . . $= 0{,}005$ "
Also kürzester Abstand $t = 0{,}29 \cdot 0{,}0832 - 0{,}005 = 0{,}019$ "
und die Höhe des Rades $\frac{S}{18 \cdot t} = \frac{0{,}0162}{18 \cdot 0{,}019} = 0{,}047$ "
Anzahl Umgänge per Minute $n = 11{,}4 \,.\, \frac{18{,}16}{0{,}334} = 620$ "

B. Schottische Turbinen.

Diese Art von Turbinen ist nichts Anderes, als das schon längst in physikalischen Kabinetten bekannte Segner'sche Kreiselrad, welches in Folge der von den Engländern Whitelaw und Stirrat daran vorgenommenen Verbesserungen zum Betriebe von Fabriken anwendbar gemacht wurde. Sie ist wohl die einfachste aller Turbinen, hat dagegen den Nachtheil, daß sie höchstens 60 Proc. Nutzeffekt ergibt.

Das Wasser gelangt durch die gekrümmte Röhre A von unten herauf direkt in das mit 2, 3 oder 4 Ausflußarmen versehene Turbinenrad B. Dieses letztere ist an dem untern Ende einer vertikalen Achse befestigt und dreht sich auf dem Kranze m des Liederungsringes e herum, durch welchen letztern das nutzlose Entweichen des Wassers zwischen der unbeweglichen Röhre und dem Rade beseitigt wird.





Die Dimensionen derselben können nach folgenden Regeln bestimmt werden:

1) Die Summe der Ausflußöffnungen der Turbine ist:

für eine Turbine mit 2 Armen . . . $S = 1{,}05 \frac{M}{V}$

" " " " 3 " . . . $S = 1{,}17 \frac{M}{V}$

2) Innerer Durchmesser der Turbine . $D' = 0{,}85 \sqrt{M}$

3) Aeußerer Durchmesser der Turbine:

für eine Turbine mit 2 Armen . . . $D = 4 D'$

" " " " 3 " . . . $D = 3 D'$

4) Durchmesser des Zuflußrohrs (bei einer Geschwindigkeit des Wassers v. 1 M.) $d = 1{,}1 \sqrt{M}$

5) Vortheilhafteste Anzahl Umgänge per Minute:

für eine Turbine mit 2 Armen . . . . . $n = 5{,}3 \frac{V}{D'}$

" " " " 3 " . . . . . $n = 4{,}8 \frac{V}{D'}$

6) Die Radcanäle sind spiralförmig zu krümmen und verengen sich bloß im Grundrisse nach außen zu, die Höhe desselben wird dagegen auf allen Punkten gleich und zwar = $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{4}$ des innern Durchmessers gemacht.

Beispiel. Es sey das vorhandene Wasserquantum = 0,50 Cubikmeter, das Gefälle = 8,4 Met. Welches sind die Dimensionen einer Schottischen Turbine mit 3 Armen?

Geschwindigkeit . . . . $V = \sqrt{2gH} = 12{,}84$ Met.

Ausflußöffnungen . . . $S = 1{,}17 \frac{0{,}50}{12{,}84} = 0{,}0463$ □Met.

Innerer Durchmesser . . $D' = 0{,}85 \sqrt{0{,}50} = 0{,}60$ Met.

Aeußerer Durchmesser . . . $D = 3 \,.\, 0{,}60 = 1{,}80$ "

Höhe der Radcanäle . . . $\frac{1}{4} D' = \frac{0{,}60}{4} = 0{,}15$

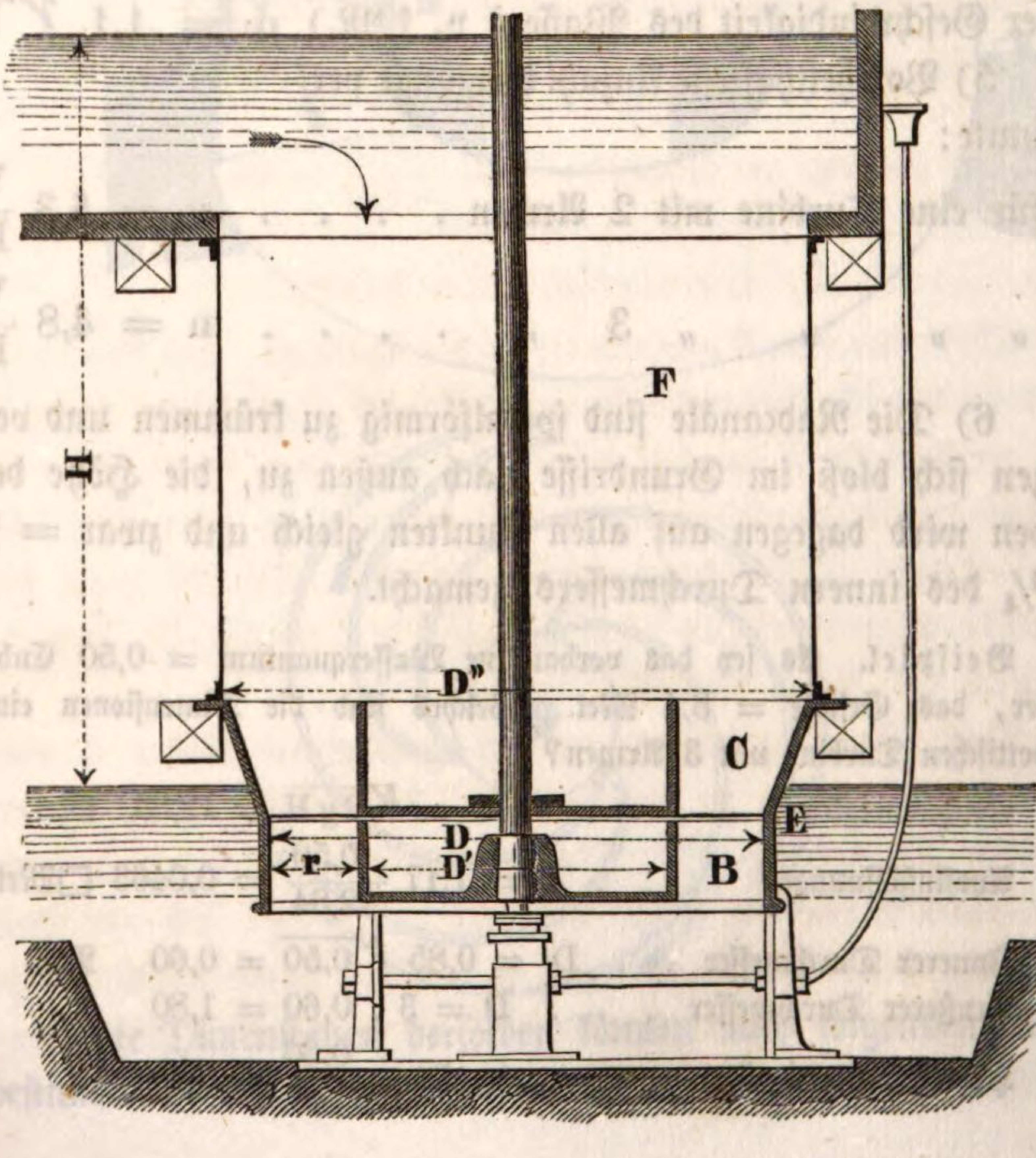
Weite der Radcanäle . $\frac{S}{3 \cdot 0{,}15} = \frac{0{,}0463}{3 \cdot 0{,}15} = 0{,}103$ Met.

Durchmesser des Zuflußrohres $d = 1{,}1 \sqrt{0{,}50} = 0{,}78$ "

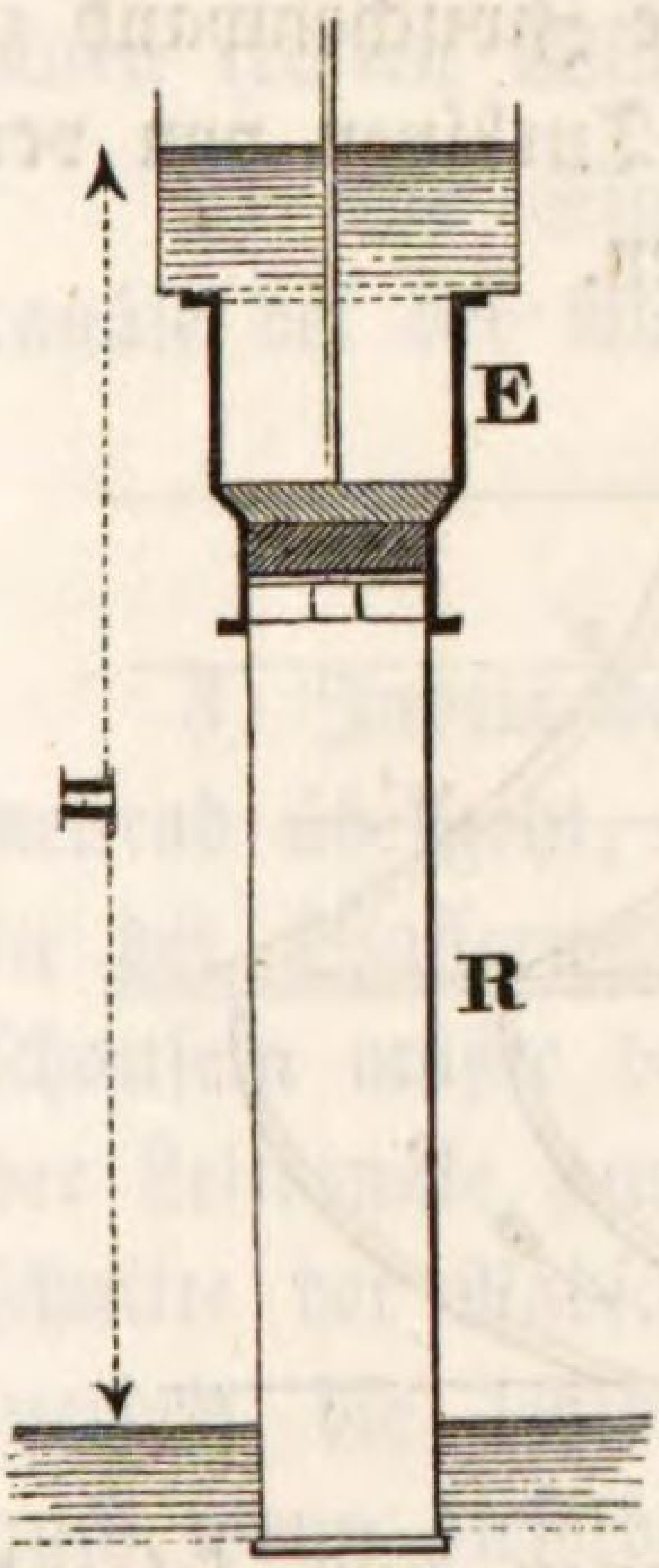
Anzahl Umgänge per Minute . . $4{,}8 \frac{12{,}64}{0{,}60} = 102{,}7$ "

C. Jonval'sche Turbinen.

Bei diesem Turbinensystem sind das Laufrad B und das Leitrad C senkrecht über einander in einem gußeisernen Mantel E angebracht und die Schaufeln beider Räder bilden, wie bei einer Wendeltreppe, horizontal durchschnitten Radien, vertikal durchschnitten dagegen krumme Linien, wie sie in Fig. S. 286 aufgezeichnet sind.



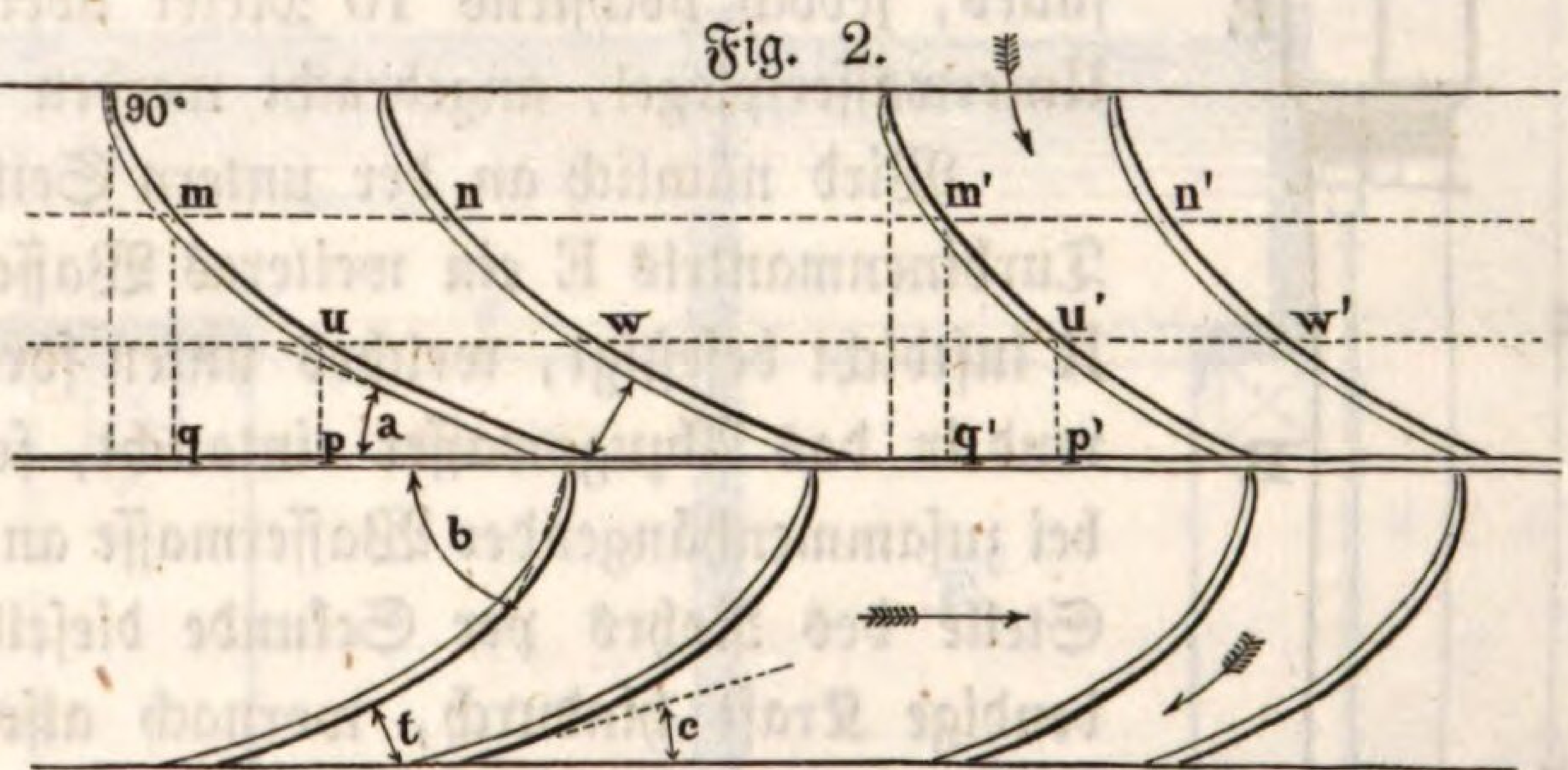
In den meisten Fällen ist dieser Mantel direkt oder durch einen Wasserkasten F mit dem Zuflußcanal verbunden, aus welchem das Wasser durch die Leitschaufeln in die Schaufeln des unterhalb gelegenen Laufrades tritt und aus denselben in den Abflußcanal fällt. Es werden diese Turbinen in gewissen Lokalitäten mit Vortheil so angebracht, daß das Laufrad über dem Leitrad steht, und das Wasser, wie bei der schottischen Turbine, in einer gekrümmten Röhre von unten hinauf in das Leitrad einfließt. Ferner gestattet die Construktion dieser Art von Turbinen, daß dieselbe an jedem Punkt des disponibeln Gefälles, jedoch höchstens 10 Meter über dem Unterwasserspiegel, angebracht werden kann.



Wird nämlich an der untern Seite des Turbinenmantels E ein weiteres Wasserrohr R luftdicht befestigt, welches unten fortwährend in das Abzugswasser eintaucht, so geht bei zusammenhängender Wassermasse an jeder Stelle des Rohrs per Sekunde dieselbe lebendige Kraft hindurch, wornach also das Laufrad der Turbine, in welcher Höhe dasselbe angebracht ist, die gleiche Anzahl von Umgängen machen wird. Würde dagegen das Rohr R nicht in das untere Wasser eintauchen, so würde das Wasser vom Rade an herabfallen, ohne zu arbeiten, und in diesem Falle bloß das Gefälle vom obern Wasserspiegel bis zum Laufrade benützt werden. Dadurch, daß bei dieser Anordnung das Rad in dem obern Theil des Gefälles angebracht werden kann, erreicht man den Vortheil einer kürzern Vertikalachse, sowie einer sehr leichten Einsetzung, Untersuchung und Reinigung der Schaufelöffnungen und Pfanne.

Die Jonval'sche Turbine verdrängt seit neuerer Zeit in Folge ihres großen Nutzeffektes (60 bis höchstens 70) und der Einfachheit und Solidität ihrer Construktion, beinahe ganz die Anwendung der andern Turbinensysteme. Nachtheilig ist, daß die Schaufelöffnungen in derselben auf keine bequeme Weise, je nach der durchzufließenden Wassermasse, erweitert oder verringert werden können. Das gewöhnliche Mittel ist, einzelne Oeffungen zu decken oder die Schaufelöffnungen des Leit- und Laufrades durch eine concentrische Zwischenwand zu vertheilen, oder was noch besser ist, zwei Turbinen von verschiedenen Größen mit einander zu verbinden.

Fig. 2.



Zur Berechnung dieser Turbinen können nun folgende verschiedene Angaben dienen:

1) In Figur 2 bezeichnen:

m u, n w die Abwicklungen zweier Leitschaufeln am mittleren Radumfang;

m'u', n'w' die Abwicklungen derselben am innern Umfang.

Die darunter liegenden Schaufeln beziehen sich in gleicher Weise auf das Turbinenrad. Ferner ist:

a der Winkel der Leitschaufeln mit der untern Leitradebene;
b „ „ „ Radschaufeln „ „ obern Radebene;
c „ „ „ „ „ „ untern Radebene.

Diese Winkel sind auf die Abwicklung am mittleren Umfang zu beziehen. Gewöhnlich wird angenommen:

$$a = 25^0,\ b = 65^0,\ c = 18^0$$

wornach also der untere aus einer geraden Fläche bestehende Theil der Leitschaufeln mit dem obern Theile der Leitschaufeln einen rechten Winkel bilden.

2) Die Summe der normalen Querschnitte der Radcanäle bei der Ausmündung ist:

$$S = \frac{M}{0{,}66\ V}$$

3) Indem das Wasser aus dem Leitrad in das Turbinenrad übergeht, darf keine plötzliche Geschwindigkeitsänderung in der Wassermasse eintreten. Ohne Anwesenheit der Radschaufeln müßte deßhalb die Summe der normalen Querschnitte der Leitcanäle zuunterst = 1,15 S seyn. Da aber die Querschnitte der Radschaufeln die Ausflußöffnungen verengen, so werden die letztern um die Querschnitte der Radschaufeln, auch wenn dieselben nach oben zugeschärft werden, größer gemacht werden müssen. Man wird den erwähnten Bedingungen möglichst entsprechen, wenn:
die Summe der Ausflußöffnungen des Leitrades = 1,3 S
die Summe der normalen Radcanäle beim Eintritt = 2,9 S.

4) Da die Stellung der Schaufeln auf den mittleren Umfang der Turbine bezogen wird, so ist der **mittlere Durchmesser** d derselben zuerst zu bestimmen. Derselbe muß wenigstens seyn:

$$d = 2{,}6 \sqrt{S}$$

Dieser Durchmesser kann aber auch größer genommen werden, und es ist dieß für große Wassermassen, wo die radiale Breite r der Radschaufeln groß ausfällt, sogar zweckmäßig, damit das Verhältniß zwischen der Geschwindigkeit des Wassers längs der Radcanäle und der Umfangsgeschwindigkeit, in den verschiedenen Entfernungen von der Achse, nicht zu ungleich wird.

5) Die Anzahl der Leit- und Radschaufeln wird wie bei der Fourneyron'schen Turbine angenommen.

6) Die Radtheilung ergibt sich, wenn man den mittleren Umfang der Turbine mit der Anzahl Radschaufeln dividirt.

7) Die Weite t der Ausflußöffnungen der Radcanäle wird gefunden, wenn man den Sinus des Ausflußwinkels c mit der Radtheilung multiplicirt und vom Produkt die Dicke einer Radschaufel abzieht.

Für $c = 18^0$, für 24 Radschaufeln und eine Schaufeldicke = e ist:

$$t = 0{,}309 \cdot \frac{d\pi}{24} - e$$

8) Um die radiale Breite r der Radschaufeln zu finden, multiplicire man die Anzahl der Radschaufeln mit der Weite t und dividire mit dem Produkt in die Fläche S.

Bei 24 Radschaufeln ist somit

$$r = \frac{S}{24\,t}$$

Der äußere und innere Durchmesser der Turbine sind durch die Schaufelbreite r und den mittleren Durchmesser bestimmt; es ist nämlich

$$D = d + r$$

$$D' = d + r$$

Das Verhältniß zwischen dem innern und äußern Durchmesser sollte nicht kleiner als 0,66 seyn. Nach obigen Regeln wird es circa 0,7. Um dasselbe noch größer zu erhalten, z. B. für sehr große Turbinen, muß der mittlere Durchmesser größer angenommen werden.

10) Die Höhe des Turbinenrades mache man

$$0{,}08 + 0{,}1\ D$$

und diejenige des Leitrades = $^4/_3$ von der des Laufrades.

11) In Bezug auf den Zufluß und Abfluß des Wassers wird gewöhnlich angenommen:

a) Obere Weite des Leitrades (und der Zuflußröhre) $D'' = 1{,}2\ D$

b) Höhe der untern Radebene über dem Boden, wenn das Wasser ringsum abfließen kann . . . . $= {}^1/_4\ D$

c) Breite des Abflußcanals, an der Stelle, wo sich die Turbine befindet, wenigstens . . . . $= 2\ D$

12) Die vortheilhafteste Geschwindigkeit am mittleren Umfang der Turbine ist = 0,60 V, hiernach wird die Anzahl der Umgänge per Minute seyn:

$$n = 11{,}2\ \frac{V}{d}$$

Verzeichnung der Turbine in natürlicher Größe. Zuerst werden die Schaufeln für die mittlere Abwicklung (Figur 2) verzeichnet, wobei die Horizontalen m n, u w, . . des Leitrades gleich der Theilung des Leitrades seyn müssen.

Das Nämliche gilt für die Turbine. Dabei prüfe man, ob die Weite t mit der berechneten übereinstimme und ob auch die normalen Oeffnungen der Radcanäle zu oberst und der Leitcanäle zu unterst die Werthe 2,9 S und 1,3 S

geben. Sollte eine wesentliche Abweichung eintreten, so ist die Zeichnung nach diesen Werthen zu modificiren.

Um die Abwicklung am innern Umfang, welche für die Anfertigung der Modelle nöthig ist, zu verzeichnen, mache man die Horizontalen m′ n′, u′ w′ . . so viel mal kleiner, als die entsprechenden m n, u w, . ., so viel mal kleiner der innere Durchmesser D′ ist als der mittlere d. Das Gleiche gilt für die horizontalen Projektionen der Schaufeln, wie p′ q′ und p q, durch welche entsprechende Punkte m und m′ festgestellt werden.

Beispiel. Welches sind die erforderlichen Dimensionen einer Jonval'schen Turbine, welche mit einem Wasserquantum von 2,3 Cubikmeter, und einem Gefälle von 2,5 Met. arbeiten soll?

Geschwindigkeit (nach Tab. XXII.) $v = \sqrt{2gH} = 7$ Met.

Querschnitte der untern Radcanäle $S = \frac{2,3}{0,66 \cdot 7} = 0,498$ □Met.

Mittlerer Durchmesser . . $d = 2,6 \sqrt{0,498} = 1,836$ „

Mittlerer Umfang . . $d\pi = 1,836 \times 3,14 = 5,765$ „

Anzahl der Radschaufeln (angenommen) . . . = 30

Radtheilung . . . . $\frac{d\pi}{30} = \frac{5,765}{30} = 0,192$ Met.

Dicke einer Schaufel (angenommen) . . . . = 0,01 „

Weite t (da sin. $18^0 = 0,309$)

$= 0,192 \,.\, 0,309 - 0,01 = 0,049$ „

Breite . . . . . $r = \frac{S}{30\,t} = \frac{0,498}{30 \cdot 0,049} = 0,339$ „

Aeußerer Durchmesser $D = 1,836 + 0,339 = 2,175$ „

Innerer Durchmesser $D' = 1,836 - 0,339 = 1,497$ „

Verhältniß dieser Durchmesser . . . . $\frac{1,497}{2,175} = 0,69$ „

Höhe des Turbinenrades $0,08 + 0,1 \,.\, 2,175 = 0,30$ „

Höhe des Leitrades . . . . . . $^4/_3 \,.\, 0,30 = 0,40$ „

Anzahl Umgänge per Minute $n = 11,2 \cdot \frac{7}{1,836} = 42,7$ „

Anmerkung. Ist der Wasserzufluß veränderlich, so daß er anhaltend z. B. auf 1,3 Cubikmet. herabsinkt, so ist diese Turbine für die letztere Wassermenge einzurichten, indem man die Radcanäle durch eine concentrische Zwischenwand in der Weise abtheilt, daß die innere Abtheilung bei vollem Gange 1 Cubikmet., die äußere 1,3 Cubikmet. Wasser durchläßt. Beim Zufluß von 1,3 Cubikmet. sind alsdann die inneren Canäle durch Deckel zu verschließen.

Die Zwischenwand theile die Breite r im Verhältniß von 1 : 1,3. Da nun r = 0,339 Met., so ist:

die Breite der innern Abtheilung $0{,}339 \times \frac{1{,}3}{2{,}3} = 0{,}1474$ Met.

" " " äußern " $0{,}339 \times \frac{1}{2{,}3} = 0{,}1916$ "

Da ferner der mittlere Durchmesser für den Wasserzufluß von 1,3 Cubikmet. = D — 0,1916 Met. ist, so wird in diesem Fall:

$$n = 11{,}2 \cdot \frac{7}{1{,}9834} = 39{,}5 \text{ Umgänge per Minute,}$$

und da es in den meisten Fällen darauf ankommt, daß die Turbine bei kleinem Wasserstand ihr Möglichstes leistet, so muß also die Transmission nach dieser letzten Anzahl von Umgängen bestimmt werden.

Anmerkung. Zur annähernden Berechnung des äußern Durchmessers, und der Anzahl Umgänge der Turbine können folgende Formeln dienen, bei welchen angenommen ist, daß der innere Durchmesser $^2/_3$ des äußern betrage:

$$\left.\begin{aligned} D^2 &= 3{,}2 \cdot \frac{M}{\sqrt{H}} \\ D^2 &= 0{,}37 \cdot \frac{A}{H\sqrt{H}} \\ n &= 60 \cdot \frac{\sqrt{H}}{D} \end{aligned}\right\} \text{in metrischem Maaße ausgedrückt.}$$

wo A den Nutzeffekt der Turbine (zu circa 65 Procent) in Pferdekräften bedeutet.

Nr. 35.

Angaben über die Wärme.

I. Thermometereintheilungen.

Indem sich die thermometrische Flüssigkeit (Quecksilber, Weingeist 2c.) durch die Wärme ausdehnt, steigt sie in der Glasröhre proportional mit der Wärmezunahme; die Höhe, welche sie darin erreicht, bezeichnet daher den jeweiligen Wärmegrad.

Die im Gebrauche befindlichen Thermometer sind eingetheilt nach Réaumur (Deutschland), Celsius (Frankreich) und Fahrenheit (England), und zwar vom Gefrierpunkt bis zum Siedepunkt des Wassers bei dem ersten in 80, bei dem zweiten in 100, bei dem dritten in 180 Grade, so daß

	Gefrierpunkt.	Siedepunkt.
1) nach Réaumur (R)	0^0	80^0
2) „ Celsius (C, Centigrade) .	0^0	100^0
3) „ Fahrenheit (F)	32^0	212^0

Die Reduction dieser Grade untereinander ergibt sich durch die Verhältnisse:

$$1^0\,C = {}^4\!/_5{}^0\,R$$
$$1^0\,R = {}^5\!/_4{}^0\,C$$
$$F = 32^0 + {}^9\!/_5{}^0\,C = 32^0 + {}^9\!/_4{}^0\,R$$

wonach folgende Tabelle berechnet ist:

Tabelle XXVI.
Ueber die Reduktion der Wärmegrade.

Centigr.	Réaumur.	Fahrenheit.	Centigr.	Réaumur.	Fahrenheit.
— 40	— 23	— 40	90	72	194
— 30	— 24	— 22	95	76	203
— 20	— 16	4	100	80	212
— 17 $^7/_9$	— 14 $^2/_9$	0	105	84	221
— 15	— 12	+ 5	110	88	230
— 10	— 8	12	115	92	239
— 5	— 4	23	120	96	248
0	0	32	125	100	257
5	4	41	130	104	266
10	8	50	135	108	275
15	12	59	140	112	284
20	16	68	145	116	293
25	20	77	150	120	302
30	24	86	155	124	311
35	28	95	160	128	320
40	32	104	165	132	329
50	40	122	170	136	338
60	48	140	175	140	347
70	56	158	180	144	356
80	64	176	185	148	365

II. Ausdehnung fester Körper durch die Wärme.

a) Ausdehnung nach einer Dimension. Die Ausdehnungen eines und desselben Körpers von 0° bis 100° C sind gleichförmig, d. h. es nimmt für eine gleiche Anzahl von Graden die Länge eines Stabes um einen gleichen Theil seiner primitiven Länge zu.

Ist die Länge eines Stabes = 1, so ist die Zunahme der Länge

für die Stoffe	von 0—100° C		
Englisches Flintglas	0,0008117	oder	$^1/_{1248}$
Bleifreie Glasröhren	0,0008757	„	$^1/_{1174}$
Stahl (nicht gehärtet)	0,0010788	„	$^1/_{927}$

für die Stoffe	von 0—100° C	
Stahl (gehärtet)	0,0012395	oder 1/907
Weiches Eisen .	0,0012210	„ 1/819
Stabeisen . . .	0,0012315	„ 1/812
Gold	0,0015136	„ 1/661
Silber . . .	0,0019087	„ 1/524
Platin . . .	0,0008566	„ 1/1167
Zinn	0,0019376	„ 1/516
Blei . . . . :	0,0028484	„ 1/351
Kupfer . . .	0,0017122	„ 1/584
Messing . . .	0,0018676	„ 1/535
Gußeisen . . .	0,0011100	„ 1/900

Für höhere Temperaturen ist die Ausdehnung nicht mehr gleichförmig, sondern die Zunahmen werden immer beträchtlicher. So ist nach Petit und Dulong die Ausdehnung

	von 0—300°C.
für Glas . .	0,0030355
„ Platina . .	0,0027548
„ Eisen . .	0,0044053
„ Kupfer . .	0,0056497

b) Ausdehnung nach drei Dimensionen. Die Ausdehnung nach allen drei Dimensionen, d. h. des Volumens, ist das Dreifache der linearen Ausdehnung.

Ist V das primitive Volumen,
V′ das vergrößerte Volumen,
t die Temperaturzunahme und
a der Ausdehnungs-Coefficient, wie er in obiger Tabelle angegeben und welcher mithin für jeden Körper anders ist, so ist:

$$V' = V\,(1 + 3\,a\,t)$$

Beispiel. Um wie viel dehnt sich eine Eisenstange von 5 Met. Länge aus, wenn sie sich von 20° C auf 90° C erwärmt, mithin ihre Temperatur um 70° C erhöht wird?

Ausdehnung für 100° C . . . 5ᵐ × 0,001235 = 0,006175 Met.

" " 70° " . . $^{70}/_{100}$ × 0,006175 = 0,00432 Met.

Vergrößerung des Volums . . . 3 × 0,00432 = 0,01296 Cubikm.

Um die Ausdehnung der nämlichen Eisenstange bei Erhitzung von 220°—290° C zu finden, müßte man den Coefficienten 0,001235 durch 0,0044053 ersetzen.

Anmerkung. Obschon die Ausdehnung für kleine Temperaturerhöhungen, wie sie z. B. in der Atmosphäre statthaben (von 40° höchstens), sehr klein ist, so kann sie doch schon bedeutende und oft sehr nachtheilige Veränderungen hervorbringen, und es ist daher rathsam, in allen großen Construktionen, sowie in allen denjenigen, die viel Genauigkeit erfordern, diese in Rechnung zu bringen.

Gußeiserne Röhren würden z. B. durch die gewöhnlichen Veränderungen der Temperatur leicht auseinander gerissen und selbst zerbrochen werden, wenn man sie nicht mit einigen Compensatoren versehen würde. Bei Leitungen für Dampf oder warme Luft ist dieß noch weit nothwendiger, da bei denselben bedeutende Veränderungen der Temperatur stattfinden.

Große Compensatoren werden nur auf Entfernung von 100 Met. zu einander placirt. Da sich das Gußeisen bei 100° C Temperaturerhöhung um 0,0011 seiner Länge ausdehnt, so dehnen sich 100 Met., z. B. bei 25° C. Erhöhung, um 100 × 0,25 × 0,0011 = 0ᵐ,03 aus. Die Distanz zwischen den Enden der auf einander folgenden Röhren in einem Compensator muß also jedenfalls etwas mehr als 3 Centimeter betragen, da der dadurch gebildete Zwischenraum gewöhnlich mit getheerten Seilen ausgefüllt wird.

III. Ausdehnung flüssiger Körper durch die Wärme.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten (Volumenausdehnung) ist weit weniger gleichförmig; im Allgemeinen ist sie desto größer, je niedriger der Siedepunkt und je mehr sich die Temperatur dem Siedepunkt nähert.

Bei einer Temperaturerhöhung von 0—100° C dehnt sich aus:

Quecksilber um	0,018
Wasser . . .	0,043
Weingeist . .	0,100
Oel . . .	0,100

Das Wasser ist bei 4,1° C am dichtesten; sein Volumen wächst nach Despretz wie folgt:

Temperatur.	Volumen.	Temperatur.	Volumen.
0° C	1,000108	55° C	1,01445
5	1,000008	60	1,01698
10	1,000268	65	1,01967
15	1,000875	70	1,02255
20	1,00179	75	1,02562
25	1,00293	80	1,02885
30	1,00433	85	1,03225
35	1,00593	90	1,03566
40	1,00773	95	1,03925
45	1,00985	100	1,04315
50	1,01205		

Das Wasser dehnt sich also:

von 0 — 45° um circa 1 Procent aus.
„ 0° — 65° „ „ 2 „ „
„ 0 — 82° „ „ 3 „ „
„ 0 —100° „ „ 4³/₁₀ „ „

Ebenso geben 104 Liter kochend heißes Wasser 100 Liter von 25° C.

Da das Wasser bei circa 4° C am dichtesten ist, so dehnt sich also dasselbe nicht nur aus, wenn es erhitzt wird, sondern auch, wenn dessen Temperatur unter 4° heruntersinkt. Daraus erklärt sich das häufige Zerbersten von Wasserleitungsröhren oder sonstigen Gefäßen, in welchen sich das Wasser bei großer Kälte in Eis verwandelt.

IV. Ausdehnung luftförmiger Körper durch die Wärme.

Nach Gay-Lüssac ist die Ausdehnung der atmosphärischen Luft, sowie aller andern Gasarten und Dämpfe, gleichförmig und dieselbe für jede Luft- und Gasart.

Ein Luft- oder Gasvolum nimmt zu:

$$\text{bei } 1^0\,C \text{ um } 0{,}00368 = \frac{1}{272}$$

$$\text{„ } 1^0\,R \text{ „ } 0{,}00460 = \frac{1}{248}$$

$$\text{„ } 1^0\,F \text{ „ } 0{,}00205 = \frac{1}{490}$$

Die Luft, indem ihre Temperatur sich von 1° auf 2°, oder von 30° auf 31°, oder von 79° auf 80° ꝛc. erhöht, dehnt sich um gleich viel aus. Ein Volum wird ferner bei Erwärmung um 2° C um 2 × 0,00368 desselben vergrößert, bei Erwärmung von 100° um 100 × 0,00368 oder ungefähr $^3/_8$ u. s. w. Tritt also kalte Luft in den Ofen, und wird sie darin bis auf 900° erhitzt, so wächst ihr Volum um 0,00368 × 900 = 3,312 des ursprünglichen Volums. Ist das letztere = 1, so ist das der erhitzten Luft = 1 + 3,312 = 4,312, oder circa $4^1/_3$mal größer als das der kalten Luft.

Wird ein Luft- oder Gaskörper, bei gleichbleibender Pressung, um t Grade erwärmt, so wächst sein Volum im Verhältniß von

$$1 : 1 + 0{,}00368\ t$$

Seine Dichtigkeit aber nimmt dabei im umgekehrten Verhältnisse ab.

Wird hierauf dieser Luft- oder Gaskörper in diesem erwärmten Zustand stärker oder schwächer gepreßt, so ändert sich seine Dichtigkeit direkt, sein Volumen dagegen verkehrt proportional dieser letztern Pressung.

Beispiel 1. Das Volum eines Kilogrammes Luft bei 0° und unter einer Pressung von 0,76 Meter Quecksilberhöhe ist = 770 Liter: welches ist das Volum von 1 Kil. derselben Luft bei einer Temperatur von 46° C, und unter einer Pressung von 1,25 Meter?

Das Volum von 1 Kil. Luft unter 0,76 Met. Pressung, wenn dasselbe von 0° auf 46° C erwärmt wird, wächst heran zu

$$770\ (1 + 0{,}00368 \times 46) = 900{,}3 \text{ Liter.}$$

Wenn diese so erwärmte Luft einer Pressung von 1,25 Met. (statt 0,76 Met.) ausgesetzt wird, so nimmt ihr Volum im umgekehrten Verhältniß dieser Pressungen ab, und wird somit

$$900{,}3 = \frac{0{,}^{m}76}{1{,}^{m}25} = 547{,}4 \text{ Liter.}$$

Beispiel 2. Ein Cubikmet. atm. Luft bei 0° und unter einer Pressung von 1 Atmosphäre wiegt 1,299 Kil.; wie viel wiegt 1 Cubikmet. derselben Luft bei 66° und unter einem Drucke von 2 Atm.?

Wird 1 Cubikmet. Luft bei 1 Atm. Druck von 0° auf 66° C erwärmt, so dehnt sie sich aus im Verhältniß von

$$1 : 1 + 0{,}00368 \times 66 \text{ oder } 1 : 1{,}24288$$

Die Dichtigkeit, also auch das Gewicht von 1 Cubikmet. nimmt im umgekehrten Verhältniß ab, somit ist sein Gewicht

$$1^{k}{,}299 \times \frac{1}{1{,}24288} = 1{,}045 \text{ Kil.}$$

Wird solche Luft einem Druck von 2 Atm. (statt von 1 Atm.) ausgesetzt, so ist das Gewicht von 1 Cubikmet. das Doppelte oder

$$2 \times 1{,}045 = 2{,}09 \text{ Kil.}$$

V. Von der specifischen Wärme.

Um gleiche Gewichte verschiedener Substanzen um gleich viele Grade zu erwärmen, bedarf es einer sehr verschiedenen Wärmemenge. So z. B. braucht es eben so viel Wärme, um 1 Kil. Wasser von 0°—3°, als um 1 Kil. Quecksilber von 0°—100° zu erwärmen, oder, die Wärmemengen, welche gleiche Gewichte Wasser und Quecksilber um gleich viel erwärmen, verhalten sich wie 100 : 3.

Die Wärmemenge, welche die verschiedenen Körper bei gleichem Gewichte absorbiren, damit ihre Temperatur um eine gleiche Anzahl von Graden erhöht werde, wird die specifische Wärme (capacité calorifique) genannt. Diejenige des Wassers wird zur Einheit angenommen und unter Wärmeeinheit (Calorie) diejenige Wärmemenge verstanden, welche es

braucht, um die Temperatur von 1 Kil. Wasser um 1° C zu erhöhen.

100 Calorien können also die Temperatur von 1 Kil. Wasser von 0° bis 100° C, oder diejenige von 100 Kil. um 1° C, oder von 50 Kil. um 2° C erhöhen ꝛc. In allen Fällen sind diese 100 Calorien im Wasser enthalten, und werden beim Erkalten des Wassers auf 0° genau und vollständig abgegeben.

Hiernach enthalten 5 Kil. Wasser von 10° C $= 5 \times 10$ oder 50 Calorien, 7 Kil. von 20° C $= 7 \times 20$ oder 140 Calorien.

Mischt man 4 Kil. Wasser von 10° C mit 3 Kil. von 60° C, so enthält die Mischung $4 \cdot 10 + 3 \cdot 60 = 220$ Wärmeeinheiten; diese vertheilen sich auf alle 7 Kil. gleichförmig; folglich enthält jedes Kil. $\frac{220}{7}$ $= 31^3/_7$ Wärmeeinheiten, und die Temperatur der Mischung ist $31^3/_7$° C.

Tabelle XXVII.

über die specifischen Wärmemengen nach Petit und Dulong.

Wasser	1,0000
Quecksilber	0,0330
Silber	0,0557
Zink	0,0927
Kupfer	0,0940
Eisen	0,1098
Wismuth	0,0288
Blei	0,0293
Gold	0,0298
Zinn	0,0514
Glas	0,1770
Alkohol (specifisches Gewicht = 0,81)	0,700
id. (specifisches Gewicht = 0,793)	0,622
Schwefeläther (spec. Gewicht = 0,76)	0,600
id. (specifisches Gewicht = 0,715)	0,520

Tabelle der specifischen Wärmemengen einiger Gasarten, unter der nämlichen Pression, nach La Roche und Bérard.

	Die spec. Wärme der Luft zur Einheit angenommen. bei gleichem Volumen.	bei gleichem Gewichte.	Die spec. Wärme des Wassers zur Einheit angenommen.
Atmosph. Luft . .	1,000	1,000	0,2669
Wasserstoff . . .	0,9033	12,3401	3,2936
Kohlensäure . .	1,1583	0,8280	0,2210
Sauerstoff . . .	9,9765	0,8848	0,2361
Stickstoff . . .	1,000	1,0318	0,2754
Kohlenwasserstoff .	1,5530	1,5763	0,4207
Wasserdampf . .	1,9600	3,1360	0,8470

Beispiel 1. Wie viel Calorien erfordern 15 Kil. Eisen, dessen Temperatur von 20° C auf 200° C erhoben werden soll?

Die Temperaturerhöhung ist . 200 — 20 = 180° C.
15ᵏ Wasser erfordern dazu . 15 × 180 = 2700 Calorien;
folglich 15 Kil. Eisen 2700 × 0,1098 (spec.
W. des Eisens = 0,1098) . . . . = 296,46 „

Beispiel 2. Welche Temperatur erhält eine Mischung von 1 Kil. Wasser von 100° C mit 5 Kil. Alkohol von 32° C?

1 Kil. Wasser von 100° C enthält . . . = 100 Calorien,
5 Kil. Alkohol von 32° C enthalten . . .
$5 \times 32 \times 0,7 = 112$ „
somit enthalten 6 Kil. der Mischung zusammen = 212 „
mithin die Temperatur der Mischung $\frac{212}{6} = 35\frac{1}{3}$° C.

Anmerkung. Die spec. Wärme der atmospärischen Luft ist nahezu ¼ derjenigen des Wassers, so daß 1 Calorie 4 Kil. Luft um 1° C oder 1 Kil. Luft um 4° C erwärmen kann.

VI. Aenderung des Aggregatszustandes. Schmelz- und Siedegrade.

Wird ein fester Körper erwärmt, so nimmt fortwährend seine Temperatur zu, bis er anfängt zu schmelzen. Dann aber bleibt dieselbe constant, bis er ganz geschmolzen ist, weil alle die Wärme, die er während des Schmelzprocesses aufnimmt, zur Auflösung des Gleichgewichtszustandes seiner Molecüle verwendet wird.

So bedarf 1 Kil. Eis oder Schnee von 0°, um in Wasser von 0° verwandelt zu werden, 78 Calorien Wärme. Diese 78 Calorien werden latente oder gebundene Wärme genannt, weil sie nichts zur Erhöhung der Temperatur beitragen. Ebenso beträgt die latente Wärme vom Zink 17 Calorien, d. h. während des Schmelzens verbraucht 1 Kil. Zink 27 Calorien, ohne höhere Temperatur anzunehmen.

Verwandelt sich 1 Kil. Wasser von 0° in Eis von 0°, so werden die gebundenen 78 Calorien wieder frei oder sensibel.

Ebenso bedarf eine Flüssigkeit beim Uebergang in Dunst oder Dampf eine bestimmte Wärmemenge, z. B. Wasser 550, Alkohol 214, Schwefeläther 90 Calorien. Diese gebundene Wärme wird bei der Condensation der Dämpfe wieder frei.

Die große latente Wärme des Wasserdampfes ist die Ursache, daß der Wärmeaufwand bei Dampfmaschinen ein so ungünstiges Resultat liefert (siehe S. 360).

Tabelle XXVIII.

Ueber die Schmelzgrade verschiedener Körper.

Stoffe.	Centigr.	Réaumur	Fahrenheit.
Schmiedeisen, weich . .	1500°	1200	2732
„ gehämmert	1600	1280	2912
Gußeisen, weiß . . .	1050	840	1922
„ grau . . .	1200	960	2192
Stahl, leichtflüssig . . .	1300	1040	2372
„ strengflüssig . .	1400	1120	2552
Platin	2500	2000	4532
Gold	1250	1000	1832
Silber	1000	800	4532
Kupfer			
Zink	380	304	716
Zinn	225	180	437
Blei	280	224	536
Wismuth	245	196	473
Schwefel	110	88	230
Pech	85	68	185
Phosphor	43	34,4	109,4
Asphalt	100	80	212
Stearin	62	49,6	143,6
Talg, von Ochsen . . .	33	26,4	91,4
Wachs, gelb	60	48	140
Butter	30	24	86
Terpentinöl	— 10	— 8	+ 14
Quecksilber	— 39	— 31,2	— 38,2
Glühfarben.			
Rothglühen im Dunkeln .	525	420	977
Dunkelroth	700	560	1292
Kirschroth	900	900	1652
Dunkelorange	1100	880	2012
Weiß	1300	1040	2372
Schweißhitze	1400	1120	2552
Blendendweiß	1500	1200	2732

Schmelzgrade von Mischungen.*

Bestehend aus Theilen.			Centigr.	Réaumur.	Fahrenheit.	Schmilzt beim Druck von Atmosphären.
Wismuth.	Blei	Zinn.				
8	5	3	100	80	210	1
8	8	4	113,3	90,6	235,9	1½
8	8	8	123,3	98,6	253,9	2
8	10	8	130	104	266	2½
8	12	8	132,4	105,9	270,3	3
8	16	14	142,3	113,8	288,1	3½
8	16	12	145,4	116,3	293,7	4
8	22	24	153,8	123	308,8	5
8	32	36	160,2	128,1	320	6
8	32	28	166,5	133,2	331,7	7
8	30	24	172	137,6	341,6	8

Siedegrade verschiedener Flüssigkeiten
unter dem gewöhnlichen Luftdrucke von 0,^{m}76

Wasser	siedet bei	100° C	80° R
Schwefeläther	" "	37,8	30¼
Alkohol	" "	79,7	63¾
Terpentinöl	" "	273	218,4
Leinöl	" "	316	252,8
Schwefel	" "	299	239,2
Schwefelsäure	" "	310	248
Quecksilber	" "	349	279

* Diese leichtflüssigen Metallmischungen wendete man früher stets zur Sicherheit von Dampfkesseln an. Da nämlich die Vergrößerung der Spannkraft des Dampfes immer einer Erhöhung seiner Temperatur entspricht, so wird derselbe, wenn er zu stark wird, fähig seyn, die Metallmischung, die eine Oeffnung im Kessel bedeckt, zu schmelzen und sich dadurch einen Ausweg zu verschaffen. Einem jeden Dampfdrucke correspondirt daher eine besondere Metallmischung, und diese werden auch für diesen Gebrauch nach der Anzahl der Atmosphären, für welche der Kessel bestimmt ist, numerirt, wie aus der letzten Columne obiger Tabelle ersichtlich ist.

VII. Vom Schwindmaß.

Bei der Abkühlung eines Körpers hat eine Zusammenziehung statt, welche so groß ist, daß derselbe, wenn dessen Temperatur auf die anfängliche herabgesunken ist, auch auf seine früheren Dimensionen reducirt wird. Da Eisen und andere schmelzbare Körper in flüssigem Zustande, mithin bei sehr hoher Temperatur, in die Formen gegossen werden, so folgt hieraus, daß die darin erzeugten Abgüsse, wenn sie abgekühlt sind, kleinere Dimensionen annehmen als diese Formen. Es müssen daher stets den Modellen, vermittelst welche diese Formen gefertigt werden, etwas größere Dimensionen gegeben werden, als diejenigen, welche der Abguß erhalten soll.

Folgende Zahlen sind die Schwindmaße einiger Körper für die Zusammenziehung nach einer Dimension:

Gußeisen	$1/_{96} = 0{,}0104$
Schmiedeisen, rothwarm erhitzt	$1/_{88} = 0{,}0114$
Messing	$1/_{65} = 0{,}0154$
Glockenmetall (100 Kupfer und 18 Zinn) .	$1/_{63} = 0{,}0159$
Kanonenmetall (100 Kupfer u. 12,5 Zinn) .	$1/_{134} = 0{,}0075$
Zink	$1/_{62} = 0{,}0161$
Blei	$1/_{92} = 0{,}0109$
Zinn	$1/_{147} = 0{,}0068$
Wismuth	$1/_{265} = 0{,}0038$

Da somit die Contraktion bei Gußeisen fast nahe $1/_{100}$ beträgt, so werden für Ausfertigung von Modellen sogenannte Modellmaßstäbe angewendet, die um $1/_{100}$ größer sind, als die gewöhnlichen.

Nr. 36.

Von den Brennstoffen und der zur Verbrennung erforderlichen Luft.

Zu den Brennstoffen für industrielle Zwecke werden gezählt: Holz, Torf, Braunkohlen, Steinkohlen, Holzkohlen, Torfkohlen und Coaks.

Verkohlung. Indem man Holz, Torf und Steinkohlen der Glühhitze aussetzt, ohne daß Luft hinzutreten kann (Proceß der trocknen Destillation), entstehen aus ihnen Kohlen. Diejenigen der Steinkohlen werden Coaks genannt.

Bei der Verkohlung liefern dem Gewichte nach:

Holz an Kohlen	26 à 32 Proc.
Torf an Kohlen	35 „ 45 „
Braunkohlen an Kohlen	39 „ 33 „
Steinkohlen „ „	35 „ 45 „
Anthrazit „ „	45 „ 55 „

Gewicht der Brennstoffe. Das Gewicht der Brennstoffe, wie sie zur Verbrennung verwendet werden, beträgt durchschnittlich per 1 Cub.-Meter

Eichenholz, in Scheitern von gewöhnlicher Größe . . .	450	Kil.
Buchenholz, " " " " . . .	400	"
Tannenholz, " " " " . . .	300	"
Eichen- und Buchenkohlen, wie sie im Handel vorkommen	245	"
Birkenkohle, " " "	225	"
Fichtenkohle, " " "	205	"
Steinkohle, in mittleren Stücken	800	"
Coaks, aus Meilern in mittleren Stücken	400	"
Coaks aus Gasfabriken	330	"

Wassergehalt der Brennstoffe. Alle Brennstoffe enthalten eine gewisse Quantität Wasser. Dieser Wassergehalt ist dem Gewichte nach für:

Frisch gefälltes Holz.	Procent.	Frisch gefälltes Holz.	Procent.
Hainbuche . . .	18,6	Kiefer	39,7
Ahorn	27,0	Rothbuche . . .	39,7
Esche	28,7	Erle	41,6
Stieleiche	35,4	Ulme	44,5
Weißtanne . . .	37,1	Fichte	45,2

Lufttrocknes Holz enthält 18 bis 25% Wasser. Durch Austrocknen in einer Temperatur von 136° C entfernte Rumfort aus jeder Holzart circa 18% Wasser.

Gelegene Holzkohlen enthalten 10 à 12% Wasser; Steinkohlen, unmittelbar nach ihrer Gewinnung 2%, später weit mehr.

Gehalt an Asche. Beim Verbrennen hinterlassen die Brennstoffe einen unverbrennlichen Rückstand, die Asche. Dieser Rückstand ist auf dem Herde größer, als bei der chemischen Analyse. Der Aschengehalt auf dem Herde beträgt:

für Holz, durchschnittlich .	3 à 6	Proc.
" Torf, wenig erdig . .	10 " 15	"
" Torf, stark erdig . .	20 " 30	"

für Steinkohlen	8 à 14	"
" Holzkohlen	6 " 8	"
" Torfkohle, gute Qualität	14 " 18	"

Gehalt an Kohlenstoff. Die chemischen Bestandtheile der Brennstoffe, nach Abzug der Rückstände, sind:

Stoffe.	Kohlenstoff.	Wasserstoff.	Sauerstoff.
Holzfaser	52,65	5,25	42,10
Torf	60,44	5,96	33,60
Bituminöse Braunkohle	66,96	5,27	27,76
Erdige Braunkohle . .	74,20	5,89	19,90
Steinkohle	81,70	4,25	14,05
Anthrazit	92,85	3,96	3,19

Heizkraft der Brennstoffe. Die Heizkraft der Brennstoffe ist die Anzahl Wärmeeinheiten oder Calorien (s. die specifische Wärme), welche 1 Kil. dieser Stoffe bei vollständiger Verbrennung entwickelt. Die Verbrennung eines Stoffes liefert immer die gleiche Heizkraft, ob dieselbe schnell oder langsam, auf einem Roste oder sonst wie stattfinde. Brennstoffe von gleicher chemischer Zusammensetzung haben gleiche Heizkraft.

Kohlenstoff und Wasserstoff sind die Bestandtheile, welche Wärme liefern. Da aber der Wasserstoffgehalt in allen Brennstoffen nahezu derselbe ist und zudem der Kohlenstoff weitaus vorherrscht, so wird die Heizkraft dem Kohlengehalt nahezu proportional seyn, also Holz und Torf am wenigsten, Anthrazit am meisten Wärme entwickeln. Die Verbrennung bei Lichtentwicklung beginnt bei einer Temperatur von circa 500° C.

Tabelle XXIX.

Ueber die Heizkraft der Brennstoffe.

Name des Brennstoffes.	Wärmeeinheiten für 1 Kil.	Beobachter.
Vollkommen trocknes Holz	3666	Clément.
desgl	3600	Péclet.
Lufttrocknes Holz, 10% Wassergehalt .	2945	Clément.
„ „ 25% „	2600	Péclet.
desgl.	2700	Duma.
Holzkohlen	7050	Clément.
desgl.	7500	Duma.
Anthrazit	7800	Péclet.
Steinkohlen, 1. Qualität	7050	Clément.
„ 2. „ 20% Asche .	5935	ders.
Braunkohlen, mittlere Qualität . .	5400	Péclet.
Coaks, 10% Aschegehalt	6345	Clément.
„ 15% „	6600	Duma.
Gewöhnlicher Torf	1500	Clément.
Guter Torf	3000	Péclet.
Torfkohle, 18% Aschegehalt	6400	ders.
„ 15% „	6300	Duma
Wasserstoffgas	22125	Clément.
Kohlenwasserstoffgas	3675	Dalton.
Oelbildendes Kohlenwasserstoffgas . .	6600	ders.
Rüböl	9307	Rumfort.
Baumöl	9044	ders.
Steinöl, spec. Gew. 0,827	7338	ders.
Terpentinöl	4500	Dalton.
Phosphor	7500	Laplace.
Talg	7186	ders.
Weißes Wachs	9480	Rumfort.

Von den hier angegebenen Wärmemengen können bei Feuerungen höchstens 70%, in den meisten Fällen nur 60% nutzbar gemacht werden. Der Nutzeffekt fällt groß aus, wenn die Stichflamme und die strahlende Wärme möglichst direkt auf die zu erwärmende Fläche einwirken und die heißen Gase sich vor ihrem Uebertritt in das Kamin möglichst abkühlen.

Vergleichungen. Durch Vergleichung der Heizkraft der Brennstoffe ergibt sich, wenn die Heizkraft der Steinkohlen zur Einheit angenommen wird:

Holz, vollkommen trocken	0,51	Braunkohle .	0,76
„ lufttrocken . . .	0,39	Torfkohlen .	0,90
Torf, gute Qualität . .	0,43	Holzkohle . .	1,00
„ gewöhnl. Qualität .	0,22	Coaks . . .	0,94

Wenn mit 1 Kil. Steinkohlen 6 Kil. Dampf producirt werden können, so liefert 1 Kil. lufttrockenes Holz nur 0,39 × 6 = 2,34 Kil. Dampf und 1 Kil. Coaks nur 0,94 × 6 = 5,64 Kil. Dampf.

Vergleichungen nach dem Gewichte sind zuverlässiger als nach den Volumen.

Da 1 Hektoliter Steinkohlen 80—90 Kil.,
1 Klafter Buchenholz von 6′ Höhe, 6′ Breite und 4′ Scheiterlänge 1850 Kil.,
1 Klafter Tannenholz bloß 1390 Kil. wiegt,

so gibt ein Klafter Buchenholz ebenso viel Hitze als 8—9 Hektoliter und 1 Klafter Tannenholz ebenso viel als 6—7 Hektoliter Steinkohlen.

Strahlende Wärme. Nach Péclet beträgt die strahlende Wärme für Holz und Torf 1/4, für Holz- und Torfkohlen 1/2 der Gesammtwärme und für Steinkohlen und Coaks etwas mehr als für Holz- und Torfkohlen.

Erforderliche Luftmenge. Die atmosphärische Luft, welche fortwährend in hinreichender Menge dem Brennstoffe, während der Verbrennung, zuströmen muß, wird zersetzt in Sauerstoff und Stickstoff. Der Sauerstoff verbindet sich mit dem Kohlenstoff des Brennmaterials zu Kohlensäure, aus welcher Verbindung die Wärmeentwicklung entspringt. Die gasförmigen Produkte der Verbrennung sind also wesentlich Kohlensäure und Stickstoff.

Aus der Zusammensetzung der atmosphärischen Luft und der Kohlensäure ergibt sich theoretisch die Luftmenge, welche

zur Verbrennung nöthig ist. Bei der Verbrennung auf dem Herde, also in der Praxis, ist jedoch diese Luftmenge größer (im Allgemeinen 2mal größer) zu nehmen. Péclet gibt hierüber folgendes an:

Brennstoffe, je 1 Kil.	Luftmenge.		Luftmenge, welche durch's Kamin geht bei 300° C.
	Theoretisch.	Praktisch.	
	Cubikmeter.	Cubikmeter.	Cubikmeter.
Vollkommen trocknes Holz . .	4,50	6,75	15,34
Lufttrocknes Holz, 20% Wasser	3,60	5,40	12,77
Holzkohle	8,20	16,40	34,27
Vollkommen trockner Torf . .	5,64	11,28	24,51
Gewöhnlicher Torf, 20% Wasser	4,51	9,02	20,16
Torfkohle, 25% Asche	6,60	13,20	27,58
Mittlere Steinkohle	9,05	18,10	38,54
Coaks mit 15% Asche . . .	7,50	15,00	41,35

Beispiel. Wie viel Steinkohlen braucht es, um das Wasser von 10 Bädern, wovon jedes 300 Liter Wasser von 50° C erfordert, zu erwärmen?

Es sey die Temperatur des kalten Wassers . . . = 12° C.
da das Gewicht des Wassers . . . . 10 × 300 = 3000 Kil.
so ist die erforderliche Wärmemenge 3000 (50 — 12) = 114000 Calor.
und da 1 Kil. Steinkohlen, mittlerer Qualität, eine Wärmemenge erzeugen kann (à 60% Nutzeffekt) 0,6 × 6000 = 3600 Calor.
so ist die erforderliche Steinkohlenmenge . . $\frac{11400}{3600}$ = 31,7 Kil.
die zur Verbrennung nöthige Luft ist 18,10 × 31,7 = 573,8 Cubikm.

Nr. 37.

Eigenschaften des Dampfes.

Die Verdunstung des Wassers geht an der Oberfläche desselben, bei jeder Temperatur, vor sich; die Verdampfung dagegen findet im Innern des Wassers statt und zwar nur bei derjenigen Temperatur, bei welcher die Expansivkraft der aufsteigenden Dampfbläschen im Stande ist, die darüber liegenden Wasserschichten zu durchbrechen und den Druck auf die Oberfläche des Wassers zu überwinden.

In einem offenen Gefässe ist dieser äußere Druck der Luftdruck; in einem verschlossenen Gefässe kann dieser Druck sowohl von der allfällig vorhandenen Luft, als von schon gebildeten und über dem Wasser liegenden Dämpfen herkommen. Fehlt dieser äußere Druck, d. h. befindet sich Wasser im leeren Raum, so siedet es ungehindert bei jeder Temperatur.

Ist in einem verschlossenen Gefässe Wasser und Dampf von bestimmter Temperatur und wird dasselbe noch mehr erwärmt, so wächst die Expansivkraft im Innern des Wassers, es löst sich eine ganz bestimmte Menge neuer Dampfbläschen

ab, welche in den Dampfraum steigen und den schon vorhandenen Dampf zusammendrängen. Hat der Dampf für diese Temperatur das Maximum an Dichtigkeit und Spannkraft erreicht, so ist er gesättigt.

Wird die Temperatur weiter erhöht, so findet wieder eine Vermehrung des Dampfquantums, der Dichtigkeit und Spannkraft statt, bis der Dampf gesättigt ist. Einer jeden Temperatur entspricht also ein besonderer Sättigungsgrad.

Sinkt die Temperatur im Gefässe um eine gewisse Anzahl Grade, so verwandelt sich ein entsprechender Theil des Dampfes in Wasser: er condensirt und der übrig gebliebene Dampf ist gesättigt.

Ist in einem verschlossenen Gefässe alles Wasser in Dampf aufgelöst und wird die Temperatur gleichwohl noch erhöht, so wird der Dampf überhitzt. Seine Dichtigkeit bleibt die gleiche, nur seine Spannkraft nimmt zu, wie die der atmosphärischen Luft unter gleichen Umständen zugenommen haben würde.

Drückt man den letztern Dampf zusammen, so befolgt er dabei das Mariotte'sche Gesetz so lange, bis der Dampf das Maximum der Spannkraft für die vorhandene Temperatur erreicht hat. Drückt man ihn noch weiter zusammen, so vermehrt sich die Spannkraft nicht, sondern ein Theil des Dampfes wird sich condensiren.

Wird gesättigter Dampf zusammengedrückt, ohne daß sich ein Theil davon condensiren soll, so muß die Temperatur um ein Entsprechendes steigen. Soll sich gesättigter Dampf abkühlen, ohne daß sich ein Theil davon condensiren soll, so muß sein Volum um ein entsprechendes zunehmen.

Tabelle XXX.

Ueber die Temperatur, Spannkraft, Dichtigkeit und die mechanische Arbeit des Dampfes.

I. Elasticität des Dampfes, in Atmosphären ausgedrückt.	II. Quecksilberhöhe, welche diese Elasticität mißt, in Millimetern.	III. Temperatur des Dampfes in Centigraden.	IV. Volum eines Kilogr. Dampf in Litern.	V. Gewicht von 1 Cubikmeter in Kilogr.	VI. Druck des Dampfes auf 1 □cm in Kilogr.	VII. Dynamischer Effekt, welchen 1 Kil. Dampf ohne Expansion hervorbringen kann in Kilogr.-Metern.
0,125	95	51°,45	11800,00	0,085	0k,129	15223
0,25	190	66,00	6198,38	0,161	0,258	15992
0,50	380	82,00	3229,36	0,310	0,516	16663
0,75	570	92,00	2217,20	0,451	0,774	17161
1,00	760	100,00	1700,00	0,588	1,033	17561
1,25	950	106,60	1384,36	0,722	1,292	17885
1,50	1140	112,40	1171,59	0,854	1,549	18148
1,75	1330	117,10	1016,66	0,984	1,808	18381
2,00	1520	121,5	899,94	1,111	2,066	18592
2,25	1710	125,50	808,00	1,238	2,324	18778
2,50	1900	128,85	733,45	1,363	2,582	18938
2,75	2090	132,15	672,36	1,487	2,841	19102
3,00	2280	135,00	620,74	1,611	3,099	19237
3,25	2470	137,70	576,83	1,734	3,357	19364
3,50	2660	140,35	539,10	1,855	3,615	19488
3,75	2850	142,70	506,15	1,972	3,873	19603
4,00	3040	144,95	477,05	2,096	4,132	19712
4,25	3230	146,76	450,96	2,217	4,390	19797
4,50	3420	149,15	428,36	2,344	4,648	19910
4,75	3610	151,15	406,76	2,457	4,907	19960
5,00	3800	153,30	389,38	2,568	5,165	20111
5,50	4180	156,70	356,86	3,802	5,681	20273
6,00	4560	160,00	329,65	3,033	6,198	20432
6,50	4940	163,25	306,62	3,261	6,714	20586
7,00	5320	166,45	286,70	2,488	7,231	20731
7,50	5700	169,40	269,52	3,710	7,747	20880
8	6080	172,10	254,27	3,934	8,264	21013
9	6840	177,40	228,72	3,373	9,297	21264

I. Elasticität des Dampfes in Atmosphären ausgedrückt.	II. Quecksilberhöhe, welche diese Elasticität mißt, in Millimetern.	III. Temperatur des Dampfes in Centigraden.	IV. Volum eines Kilogr. Dampf in Litern	V. Gewicht von 1 Cubikmeter in Kilogr.	VI. Druck des Dampfes auf 1 □cm in Kilogr.	VII. Dynamischer Effekt, welchen 1 Kil. Dampf ohne Expansion hervorbringen kann in Kilogr.-Metern.
10	7600	181°,00	207l,98	4,808	10k,33	21484
11	8360	186,05	190,79	5,241	11,363	21667
12	9120	190,00	176,44	5,668	12,396	21872
13	9880	193,70	164,18	6,091	13,429	22048
14	10640	197,19	153,66	6,508	14,462	22223
15	11400	200,48	144,39	6,925	15,495	22374
16	12160	203,60	136,27	7,338	16,528	22523
17	12920	206,57	129,06	7,748	17,561	22664
18	13680	209,40	122,62	8,155	18,594	22800
19	14440	212,10	116,80	8,516	19,627	22925
20	15200	214,70	111,58	8,962	20,660	23053
25	19000	226,30	91,421	10,938	26,825	23610
30	22800	236,20	77,714	12,870	30,990	24083
35	26600	244,85	67,760	14,758	36,155	24498
40	30400	252,55	60,181	16,616	41,320	24866
50	38000	265,89	49,381	20,250	51,650	25505

Bemerkungen zu dieser Tabelle:

1) Der Druck des Dampfes von 100° C ist gleich dem der Atmosphäre, weßhalb in Col. I. der Atmosphärendruck als Einheit angenommen ist.

2) In Reaumur'schen Graden ausgedrückt ist der Druck des Dampfes ungefähr:

bei 80° R = 1 Atm.	bei 124° R = 5 Atm.
„ 97° R = 2 „	„ 130 R = 6 „
„ 100 R = 2 „	„ 135 R = 7 „
„ 117 R = 4 „	„ 140 R = 8 „

3) Durch Verwandlung des Wassers von 100° C in atmosphärischen Dampf wird sein Volum um das 1700fache ausgedehnt; bei Dampf von 10 Atm. nur noch auf das 208fache; von 50 Atm. auf das 50fache, 2c.

Würde dieses Gesetz der Abnahme der Volumina auch für beliebige

hohe Temperaturen gelten, so müßte bei circa 1500° C und 8300 Atm. die Dichtigkeit des Dampfes gleich derjenigen des Wassers seyn.

4) Durch Vergleichung der Col. I. und V. ergibt sich, daß die Spannkraft und Dichtigkeit des Dampfes nicht in gleichem Verhältnisse zunehmen, sondern daß die Spannkraft (sowohl wegen der größern Dichtigkeit, als der Temperaturerhöhung) rascher steigt.

5) Die Dichtigkeit des Dampfes (Col V.) ist $^5/_8$ von derjenigen der atmosphärischen Luft von gleicher Temperatur und Spannkraft. Es läßt sich also aus dem Gewicht von 1 Cubikmet. Luft dasjenige des Dampfes berechnen.

Nach Navier kann das Gewicht des Dampfes für eine solche Spannkraft, wie sie bei Kesselfeuerungen gewöhnlich vorkommt, bestimmt werden durch die Formel:

$$d = 0{,}09 + 0{,}5\ n \text{ Kilogr.}$$

wo n die Spannkraft des Dampfes in Atmosphären und

d das Gewicht von 1 Cub.^{m} Dampf in Kil. bedeutet.

6) Die Werthe in Col. IV. und V. mit einander multiplicirt, geben immer 1000 zum Produkt. Sind also die Werthe aus der einen Col. durch Versuche bestimmt, so dividire man damit in 1000, und man erhält diejenigen der andern Col.

7) Die Werthe der Col. VII. erhält man, wenn man die Volumina in Col. IV. mit dem Drucke des Dampfes in Col. VI. vervielfacht.

Strömt nämlich Dampf in den Cylinder einer Dampfmaschine, so ist die mechanische Arbeit, welche er entwickelt, proportional dem Dampfdruck auf die Flächeneinheit des Kolbens, der ganzen Kolbenfläche und dem vom Kolben zurückgelegten Wege. Das Produkt aus Kolbenfläche und dem zurückgelegten Wege ist aber das aufgewendete Dampfvolumen. Folglich wird die mechanische Arbeit des Dampfes erhalten, wenn man den Dampfdruck auf die Flächeneinheit mit seinem Volumen multiplicirt.

Beispiel 1. In einem Dampfkessel, der zum Theil mit Wasser gefüllt ist, seyen 2,5 Cubikmet. Dampf von 135° C. Wenn die Temperatur des Ganzen auf 145° C gebracht wird, wie viel neuer Dampf wird sich dadurch bilden?

Gewicht von 1 Cubikmet. Dampf von 135° C . . . = 1,611 Kil.
" " 1 " " " 145° C . . . = 2,096 "
Folglich hat je 1 Cubikmet. Dampfraum während der
Erwärmung aufgenommen . . . 2,096 — 1,611 = 0,485 "
Somit die Zunahme für 2,5 Cubikm. Raum 2,5 × 0,485 = 1,2125 "

Wird dieser Dampf von 145° auf 135° abgekühlt, so verwandeln sich diese 1,2125 Kil. Dampf in Wasser.

Beispiel 2. Wie viel Druck erleidet ein geschlossenes Gefäß, dessen innere Oberfläche = 60 □Centim. ist, und in welchem das Wasser bis auf 190° C erhitzt wird?

Der Temperatur von 190° C correspondirt ein Druck von 12 Atmosphären oder von $12^k, 396$ auf den □Centim., folglich ist der Druck auf 60 □Centim. $= 60 \times 12^k, 396 = 743^k,76$.

Beispiel 3. Welches ist die Dichte des Wasserdampfes von 2 Atmosphären (121,5° C), wenn die Dichte des Dampfes $^5/_8$ von derjenigen der Luft von gleicher Spannkraft ist, und 770 Liter Luft von 0° und 1 Atm. Spannkraft 1 Kil. wiegen?

Gewicht von 1 Cub.^{m} Luft von 0° und 1 Atm. $\frac{1000}{770} \;.\;. = 1{,}299$ Kil.

" " 1 " " " 0° " 2 " $2 \times 1{,}299 = 3{,}598$ "

Gewicht von 1 Cubikmet. Luft von 121,5° und 2 Atm.

(siehe S. 297) $\frac{2{,}598}{1 + 0{,}00368 \;.\; 121{,}5} = 1{,}794$ "

Somit wiegt 1 Cubikm. Dampf von 2 Atm. $^5/_8 \;.\; 1{,}794 = 1{,}121$ "

Die Tabelle gibt 1,111 Kil.

Wärmegehalt des Dampfes.

Vielfältige Versuche zeigen, daß es eine Wärmemenge von 650 Calorien braucht, um 1 Kil. Wasser von 0° in Dampf zu verwandeln, vorausgesetzt, daß sich die Temperatur des Dampfes nicht zu sehr von 100° entferne. Diese 650 Calorien bestehen bei Dampf von 100° aus 100 Calorien sensibler und 550 Calorien latenter Wärme. Bei Dampf von 140° ist die sensible Wärme = 140, die latente Wärme 650—140 = 510 Calorien, d. h. bei 140 Grad bedarf es zur Verdampfung von 1 Kil. Wasser nahe 550—510 oder nahe 40 Calorien weniger bei 100 Grad. Um ebenso 1 Kil. Wasser von 40° C in Dampf von irgend einer Temperatur zu verwandeln, sind 650—40 Calorien erforderlich.

1 Kil. Dampf kann daher $5\frac{1}{2}$ Kil. Wasser von 0^{0} bis auf 100^{0} C erwärmen, indem es sich selbst in 1 Kil. Wasser von 100^{0} C verwandelt (so daß man im Ganzen $6\frac{1}{2}$ Kil. Wasser von 100^{0} C erhält).

Beispiel 1. Wie viel Dampf braucht man, um 300 Kil. Wasser von 11^{0} C auf 28^{0} C zu erwärmen?

Antwort. Das Wasser muß um $28 - 11 = 17^{0}$ C erhöht werden. Daher braucht es $17 \times 300 = 5100$ Calorien. 1 Kil. Dampf gibt, indem es sich in Wasser von 28^{0} C reducirt, $650-28 = 622$ Calorien ab. Es braucht hiemit zu diesem Zwecke $\frac{5100}{622} = 8{,}2$ Kil. Dampf, und man erhält dann 308,2 Kil. Wasser von 28^{0} C.

Beispiel 2. Ein Dampfkessel enthalte 2000 Kil. Wasser; er zerspringe bei einer Temperatur von 160^{0}. Wie viel Dampf wird sich durch das austretende Wasser in der Atmosphäre bilden?

Da das Kesselwasser ebenfalls 160^{0} enthält, so wird die Dampfbildung fortdauern, bis die Abkühlung auf 100^{0} fortgeschritten ist. Folglich beträgt die Wärmemenge, welche das Wasser zur Dampfbildung abgibt, 60×2000 Calorien. Der sich bildende Dampf ist aber atmosphärisch, seine latente Wärme $= 550$; folglich die sich bildende Dampfmenge

$$\frac{60 \times 2000}{550} = 218{,}1 \text{ Kil.}$$

Würde dieser Dampf gleichzeitig neben einander bestehen, so hätte er einen Raum nöthig von $218{,}1 \times 1{,}7$ Cubikmet. $= 370{,}8$ Cubikmet.

Geschwindigkeit des Dampfes.

Es sey (die Maße in Metern):

h die Höhe der Quecksilbersäule, welche den Dampfdruck mißt,

h′ diejenige, welche den Druck des Gases mißt, in das der Dampf überströmt,

m das Verhältniß der Dichtigkeit des Quecksilbers zu der des bewegten Dampfes,

v die Geschwindigkeit des Dampfes per Sekunde,
g = 9,808 die Beschleunigung der Schwere, so ist:

$$v = \sqrt{2\,g\,(h-h')\,m}$$

Beispiel. Mit welcher Geschwindigkeit strömt Dampf von 3 Atm. in die atmosphärische Luft über?

Es ist $h' = 0{,}76$ Met., $h = 3 \times 0{,}76$ . . $= 2{,}28$ Met.
Gewicht von 1 Cubikmet. Quecksilber $13{,}6 \,.\, 1000 = 13600$ Kil.
„ „ 1 Cubikmet. Dampf von 3 Atm. . $= 1{,}611$ „
Dichtigkeitsverhältniß . . . . . $m = \frac{13600}{1{,}611} = 8422$ „

$$v = \sqrt{19{,}62\,(2{,}28 - 0{,}76)\,.\,8442} = 502 \text{ Met.}$$

Entweicht Dampf in den leeren Raum, so ist:

für Dampf von 1 Atm. die Geschw. 582 Met.
„ „ „ 2 „ „ 603 „
„ „ „ 3 „ „ 612 „
„ „ „ 4 „ „ 617 „

Entweicht Dampf in die atmosphärische Luft, so ist:

für Dampf von 1,5 Atm. die Geschw. 343 Met.
„ „ „ 3 „ „ 502 „
„ „ „ 5 „ „ 562 „

Die wirkliche Geschwindigkeit ist, wegen der Contraktion an der Oeffnung circa $^4/_5$ von der obigen theoretischen.

Mischung von Gasen und Dämpfen.

Sind in einem geschlossenen Gefäße mehrere Gase und Dämpfe, so füllt jedes Gas, jeder Dampf den Raum ebenso aus, als ob die übrigen Gase und Dämpfe nicht vorhanden wären. Der Druck, den ein solches Gemenge ausübt, ist gleich der Summe der Drucke, welche jede Gas- und Dampfart allein ausüben würde.

Nr. 38.

Von den Dampfkesseln.

1) Kesselformen. Die gebräuchlichsten Formen der Dampfkessel sind: die Cylinderkessel mit äußerer Feuerung: die Cylinderkessel mit zwei oder drei Siederöhren (bouilleurs); die Röhrenkessel (wie sie z. B. bei Locomotiven angewendet werden); die Cylinderkessel mit innerer Feuerung; die Kessel mit vertikalen Kammern (für Dampfschiffe) und die Wagen- oder Kofferkessel mit concavem Boden (bei Watt'schen Niederdruckmaschinen hauptsächlich angewendet).

Derjenige Theil der Kesselfläche, welcher mit den heißen Gasen in Berührung kommt, heißt Heizfläche. Je größer, unter sonst gleichen Umständen, diese Heizfläche ist, um so mehr Wärme wird durch sie in das Innere des Kessels dringen, um so größer also der Nutzeffekt des Kessels seyn. Diejenige Kesselform ist die günstigste, welche bei möglichst kleiner totaler Oberfläche eine möglichst große Heizfläche gibt und zugleich die größte Festigkeit und Dauerhaftigkeit gewährt.

2) Dampfraum. Der Kessel wird gewöhnlich bis auf nahe $2/3$ seiner Höhe mit Wasser gefüllt. Der übrige

Theil bildet den Dampfraum, welcher so groß seyn soll, daß die Menge von Dampf, welche bei jedem Kolbenzuge herausgezogen wird, keine zu große Veränderung in der Spannkraft desselben hervorbringt. Aus diesem Grunde gibt man dem Dampfraum das zehnfache Volum des Dampfes, das bei jedem Kolbenhub verbraucht wird.

3) Größe der Heizfläche. Die Heizfläche eines Cylinderkessels beträgt circa 0,5 à 0,6 von der ganzen cylindrischen Oberfläche. Bei einem Kessel mit Siederröhren oder einem Röhrenkessel kommt die Oberfläche der Röhren zur obigen Heizfläche hinzu.

Die Heizfläche soll für jede Pferdekraft der Maschine betragen wenigstens:

für	Niederdruckdampf	circa	1,4 □^{m}
„	Hochdruckdampf	ohne Condens.	1,3
„	„	mit „	1,2

Kessel mit dünnem Blech können eine etwas kleinere Heizfläche haben als mit dickem Blech. Das Ansetzen des Kesselsteins schwächt das Wärmeleitungsvermögen des Kessels. und muß daher möglichst vermieden werden. Es ist daher nicht genug zu empfehlen, den Kessel in möglichst kurzen Zeiträumen zu reinigen.

4) Rostfläche. Eine große Rostfläche gestattet der atmosphärischen Luft den Zutritt zu allen Theilen des Brennstoffes und vermehrt die direkte Einwirkung des Feuers auf den Dampfkessel.

Nach den Versuchen von Cavé ergibt sich:

a) daß die ganze Rostfläche circa $^{1}/_{10}$ von der ganzen Heizfläche des Kessels seyn soll;

b) daß die Oeffnungen zwischen den Roststäben $^{1}/_{4}$ bis $^{1}/_{5}$ von der ganzen Rostfläche betragen sollen und

c) daß auf 1 □m Rostfläche in der Stunde, bei gewöhnlicher Feuerung, 45 Kil. Steinkohlen verbrannt werden können. *

Der Rostfläche für Kessel mit Niederdruckdampf (z. B. für Kofferkessel) wird circa 1/15 von der Heizfläche gegeben.

Da das Holz nur halb so viel Luft zu seiner Verbrennung bedarf als die Steinkohle, und überdieß letztere sich noch an den Stäben anhängt und dadurch die Oeffnung zwischen denselben verkleinert, so braucht man der Rostfläche für Holz nur 1/3, und für Holzkohle nur die Hälfte derjenigen zu geben, welche für Steinkohle nöthig ist.

In Folge gemachter Versuche erachtet man es in neuerer Zeit für vortheilhaft, die Anzahl der Roststäbe zu vermehren und solche dagegen dünner zu machen. Für magere Steinkohlen sollen die Stäbe etwas näher beisammen seyn als für fette, um das Durchfallen zu verhindern.

Die Breite des Rostes beträgt gewöhnlich 2/3 von seiner Länge.

5) Distanz des Kessels vom Roste. Von derselben hängt die Wirkung des Brennmaterials sehr viel ab. Sie soll so groß seyn, daß sich die Flamme gehörig entwickeln kann und deßhalb betragen:

für Steinkohlen .	30—40	Centm.
" Coaks . . .	50	"
" Holz . . .	70—80	"
" Holzkohlen .	60—70	"

Die Dicke der Steinkohlenschichte in dem Feuerherde hängt ganz von der Lebhaftigkeit der Anfachung des Feuers ab; für gewöhnliche Anfachung soll sie nie mehr als 18 Centm. und nie weniger als 8 Centm. betragen.

Für Holzkohle kann die Dicke der Schichte bis auf 4 Decimeter und für Coaks bis auf 2 1/2 Decimeter betragen.

* Nach Clément sollen auf 1 □m Rostfläche 40 Kil., nach Grouvelle 110 Kil., nach Schlumberger gar 187 Kil. Steinkohlen verbrannt werden. Ueberhaupt sind die Ansichten noch sehr verschieden, ob eine schnelle oder langsame Verbrennung, somit die Anwendung eines kleinen oder großen Rostes vortheilhafter sey.

6) Feuercanäle. Die ganze Heizfläche muß inwendig immer mit Wasser bedeckt seyn, damit kein Theil der Kesselwand glühend werden und Anlaß zu einer Kesselexplosion geben kann.

Die Canäle, welche die heiße Luft um den Kessel herumführen, müssen deßhalb immer unterhalb des Wasserniveau's im Kessel angebracht seyn.

Der Querschnitt dieser Canäle soll für Hochdruckdampf circa $\frac{1}{5}$, für Niederdruckdampf circa $\frac{1}{7}$ von dem der Rostfläche seyn.

7) Dampfproduction. Nach Morin liefert ein Cylinderkessel mit oder ohne Siedröhren in einer Stunde auf je 1 □^m Heizfläche circa 20 à 30 Kil. Dampf von beliebiger Spannung (da Dampf von jeder Spannkraft nahezu denselben Wärmegehalt hat), Koffer- oder Schiffskessel circa 35 Kil. Dampf.

Indem die heißen Gase im Ofen der ganzen Länge nach den Kessel bestreichen, kühlen sie sich ab. Unmittelbar über dem Roste, im Feuerraum, haben sie gewöhnlich eine Temperatur von 850° C, beim Uebertritt ins Kamin circa 250°. Sie kühlen sich also um etwa 600° ab.

Nun ist die Wärmemenge, welche einzelne Theile der Kesselfläche aufnehmen, der Differenz zwischen der Temperatur der Gase und des Kesselwassers proportional. Hat das Kesselwasser 150° Temperatur, so ist die höchste dieser Differenzen 850—150 oder 700°, die niederste 100°. Folglich wird der Theil des Kessels, welcher von der Stichflamme getroffen wird, 7 mal mehr aufnehmen, als ein gleich großer Theil der Kesselfläche in der Nähe des Kamins.

Derjenige Theil der Heizfläche, welcher der Stichflamme ausgesetzt ist, kann nach Clément in der Stunde per □Met. Heizfläche bis 100 Kil.,

dagegen solche Theile, welche noch zuletzt von der warmen Luft bestrichen werden, nur wenige Kilogramme, z. B. nach Péclet bei 78° C Temperaturdifferenz nur noch 2 Kil. Dampf produciren. Hieraus folgt, daß die Vergrößerung der Heizfläche über eine gewisse Grenze hinaus keinen praktischen Werth hat, sondern nur die Anlagekosten vermehrt.

8) Brennstoffverbrauch bei der Verdampfung. Nach in England im Jahr 1840 angestellten Versuchen gibt

1 Kil.	Steinkohle	von	Galles I. Qualität	9,4	Kil.	Dampf.
"	"	"	Newcastle I. Qualität	9,0	"	"
"	"	"	Newcastle II. Qualität	8,0	"	"
"	"	"	Derbyshire "	6,7	"	"
"	"	"	Blythemain "	6,6	"	"

Nach Versuchen von Cavé liefert 1 Kil. Steinkohle von St. Etienne in Kesseln mit und ohne Siedröhren durchschnittlich 6,25 Kil. Dampf. Da bei gewöhnlicher Verbrennung nicht diese Sorgfalt in der Oekonomie des Brennstoffes wie bei Versuchen obwaltet, so können nur 6 Kil. Dampf auf 1 Kil. Steinkohle von mittlerer Qualität gerechnet werden.

Bei sehr langsamer Verbrennung (wie dieß z. B. bei Sudpfannen vorkommt) können auf 1 Kil. Steinkohlen nur 4 bis 5 Kil. Dampf gerechnet werden.

Da 1 Kil. Dampf 650 Calorien enthält, also 6 Kil. $6 \times 650 = 3900$ Calorien, während 1 Kil. Steinkohle von mittlerer Qualität circa 6000 solcher Calorien bei der Verbrennung entbindet, so ist das Verhältniß zwischen der entwickelten Wärmemenge und der vom Kesselwasser bei gewöhnlicher Verbrennung aufgenommenen $^{3900}/_{6000}$ oder 0,65, d. h. die Steinkohlen geben 65 Procent Nutzeffekt.

9) Dimensionen der Kessel. Aus obigen Angaben lassen sich die Dimensionen eines Dampfkessels berechnen.*

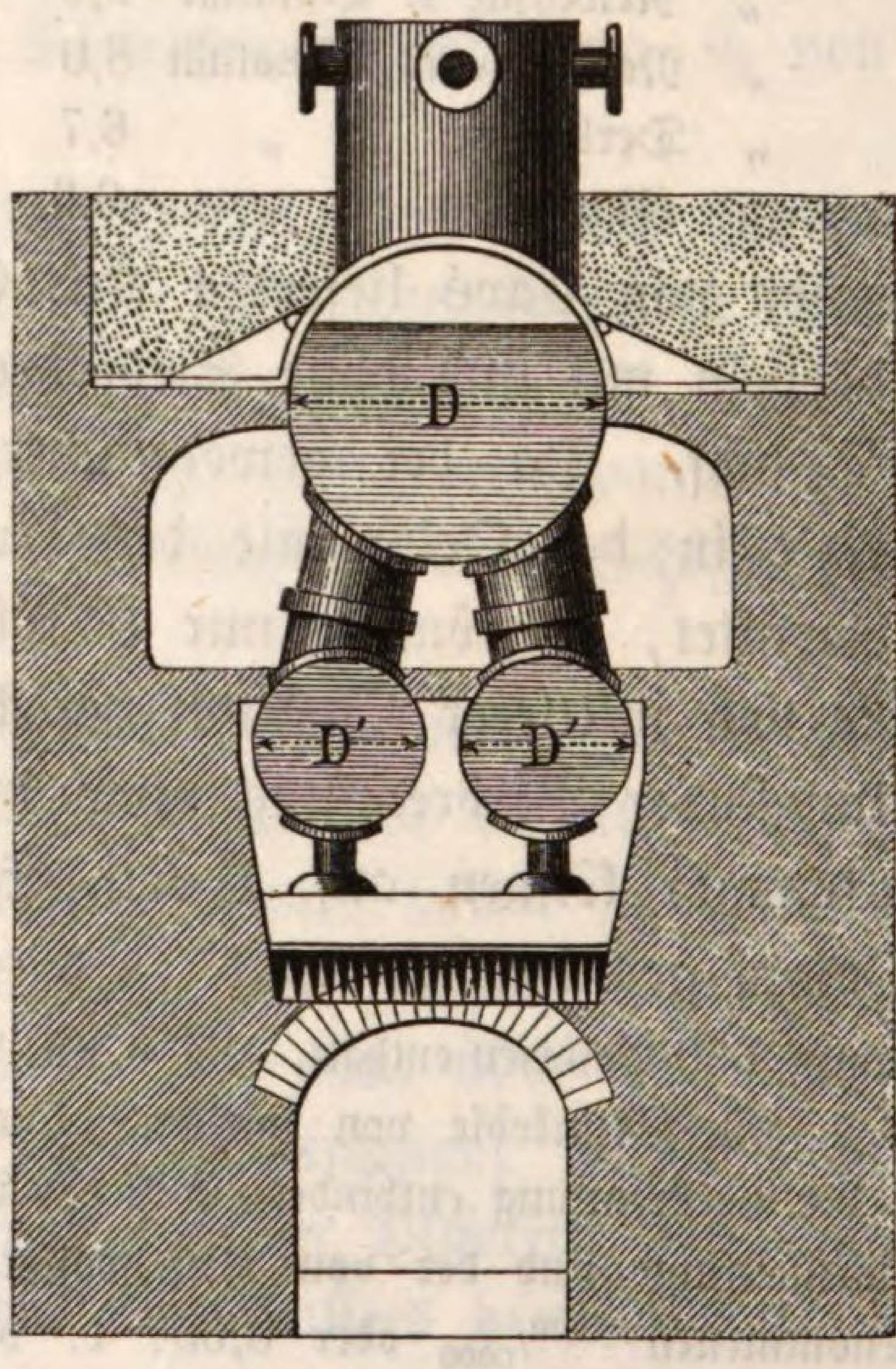
* Alle diese Angaben über die Dimensionen des Feuerherdes, des Rostes, des Dampfkessels ꝛc. sind auch bei der Construktion aller andern Arten Oefen und Heizeinrichtungen größtentheils anzuwenden, und ebenso sind auch hier diejenigen in Nr. 39 für die Dimensionen der Schornsteine anzuwenden.

Beispiel. Wie groß müssen die Dimensionen eines mit zwei Sieberöhren versehenen Dampfkessels seyn, in welchem 250 Kil. Dampf per Stunde erzeugt werden sollen?

Nehmen wir an, daß 1 □Met. Heizfläche 25 Kil. Dampf per Stunde producire, so ist:

die erforderliche Heizfläche des Kessels $\frac{250}{25} = 10$ □Meter.

Nun seyen L und D die Länge und der Durchmesser des Kessels,
„ „ L′ und D′ die Länge und der Durchmesser der Siedröhren,



so ist, wenn die totale Oberfläche der Siedröhren und die halbe Oberfläche des Kessels dem Feuer ausgesetzt sind, die Heizfläche

$$\frac{1}{2}\,\pi\,DL + 2\pi\,.\,D'\,L' = 10 \;\square\text{Met.}$$

Nach den gewöhnlichen Construktionen ist nun

$$L = 4\,D \text{ (für kleinere Kessel)}$$
$$L' = 1{,}1\,L$$
$$D' = 0{,}4\,D$$

Es ist hiemit

$$5{,}52\,\pi\, D^2 = 10\ \square\text{Met.}$$

$$D = \sqrt{\frac{10}{5{,}52\,.\,3{,}14}} = 0^m{,}76$$

$$D' = 0{,}4 \times 0^m{,}76 = 0^m{,}30$$

$$L = 4 \times 0^m{,}76 = 3^m{,}04$$

$$L' = 1{,}1 \times 3^m{,}04 = 3^m{,}34.$$

10) Kesselstärke. Nach den französischen Ordonnanzen ist die Dicke des Eisen- und Kupferbleches für Dampfkessel zu bestimmen nach der Formel:*

$$b = 0{,}018\ D\ (n-1) + 3\ \text{Millimeter},$$

wo b die Dicke des Bleches in Millimetern,

D den innern Diameter desselben in Centimetern, und

n die Anzahl Atmosphären bedeutet, für welche der Kessel bestimmt ist.

Beispiel. Es sey die Blechdicke eines Kessels von $0^m{,}7$ Durchmesser, welcher für einen Druck von 5 Atmosphären bestimmt ist, zu suchen.

Antwort. $b = 0{,}018\ .\ 70\ (5 - 1) \times 3 = 8$ Millimet.

Anmerkung. Gewöhnlich wendet man kein dickeres Blech an, als solches von 15 Mill. und kein dünneres, als solches von 4 Mill. Für einen zu großen Druck gibt man dem Kessel lieber einen kleinern Durchmesser, welcher einer Dicke correspondirt, die zwischen diesen beiden Grenzen liegt.

* Nach Seite 278 beträgt die Dicke für Wasserleitungsröhren bloß

$$0{,}005\ d\ (n - 1) + 3$$

welcher Unterschied daher rührt, daß sich die Festigkeit der Metalle, wenn sie einer hohen Temperatur ausgesetzt werden, vermindert und zudem die Kessel eher größere zufällige Pressungen auszuhalten haben.

Tabelle XXXI.

Kesselblechdicken in Millimetern ausgedrückt.

(Nach den französischen Ordonnanzen vom 7. Mai 1828 und 22. Mai 1843.)

Diameter des Kessels in Centimetern.	Für einen Druck von Atmosphären.						
	2	3	4	5	6	7	8
	ist die Blechdicke der Kessel.						
50cm	3,90	4,80	5,70	6,60	7,50	8,40	9,30
55	3,99	4,98	5,97	6,96	7,95	8,94	9,93
60	4,08	5,16	6,24	7,32	8,40	9,48	10,56
65	4,17	5,34	6,51	7,68	8,85	10,02	11,19
70	4,26	5,52	6,78	8,04	9,30	10,56	11,82
75	4,35	5,70	7,05	8,40	9,75	11,10	12,45
80	4,44	5,88	7,32	8,76	10,20	11,64	13,08
85	4,53	6,06	7,59	9,12	10,65	12,18	13,71
90	4,62	6,24	7,86	9,48	11,10	12,72	14,34
95	4,71	6,42	8,13	9,84	11,55	13,26	14,97
100	4,80	6,60	8,40	10,20	12,00	13,80	15,60

11) Gewicht der Kessel. Die Kesselschmiede rechnen gewöhnlich 10 Kil. Gewicht für den Kessel und die Siederöhren per □m Blech und per 1 mill. Dicke; ferner $^1/_5$ dieses Gewichtes noch für die Nebenstücke, als Klappen, Thüren, Platten, Rost 2c.

Nach Morin beträgt das Gewicht eines Kessels mit Siederöhren 600 à 620 Kil. und das eines Watt'schen Kofferkessels 480 Kil. auf je 100 Kil. Dampfproduktion per Stunde.

Soll hiernach ein Kessel mit Siederöhren per Stunde 250 Kil. Dampf liefern, so beträgt sein Gewicht $^{250}/_{100}$. 600 oder 1500 Kil.

Tabelle XXXII.

Dimensionen und ungefähres Gewicht von Kesseln von verschiedener Stärke.

In Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt.

Anzahl Pferdekräfte.	Länge des Kessels.	Diameter des Kessels	Diameter der Siedröhren.	Anzahl der Siedröhren.	□Meter Heizfläche per Pferd.	Gewicht für 2 Atmosphären.	Gewicht für 3 Atmosphären.	Gewicht für 4 Atmosphären.	Gewicht für 5 Atmosphären.
1	240	60	—	—	2,51	200	260	295	325
2	270	66	—	—	1,68	350	400	450	500
4	300	69	27	2	2,02	575	660	740	825
6	360	75	33	2	1,83	900	1060	1195	1325
8	420	78	36	2	1,71	1340	1530	1725	1915
10	450	84	36	2	1,50	1750	2000	2250	2500
12	480	90	36	2	1,37	2100	2400	2700	3000
16	570	99	39	2	1,29	2570	2940	3300	3670
20	630	105	39	2	1,29	3150	3670	4130	4500
25	650	111	39	3	1,29	3250	3720	4200	4630
30	690	117	45	3	1,28	3500	4000	4500	5085
35	780	123	45	3	1,27	4390	5040	5720	6300
40	840	129	48	3	1,26	5200	5930	6700	7450
45	900	135	48	3	1,24	6000	6800	7540	8335
50	960	141	51	3	1,24	6200	6930	7740	8470

Anmerkung. Bei Berechnung der Heizfläche ist angenommen worden, daß dieselbe aus $^3/_4$ der Oberfläche der Siedröhren und $^5/_8$ der Oberfläche des Kessels bestehe, und daß ferner die Länge der Siedröhren, in soweit sie dem Feuer ausgesetzt sind, $= {}^{11}/_{10}$ der Länge des Kessels betrage. In der Länge des Kessels sind die beiden sphärischen Enden inbegriffen, da die Oberfläche durch dieselben gerade um so viel vergrößert wird, als wenn der Cylinder um so viel verlängert wäre. Nach dieser Annahme wird die Heizfläche ungefähr $^3/_5$ der gewöhnlichen Oberfläche des Kessels ausmachen.

12) Kesselproben. Nach den nämlichen Ordonnanzen sollen die Kessel und Bouilleurs aus Kupfer und Eisenblech bei der Probe einen Druck von 3 (n—1) Atmosphären, und diejenigen aus Gußeisen einen Druck von 5 (n—1) Atmosphären ertragen können.

Ist also z. B. ein Kessel bestimmt, bei gewöhnlicher Arbeit einen Druck von 6 Atmosphären zu ertragen, so wird er für einen Druck von 3 (6—1) = 15 Atmosphären geprüft, wenn er aus Kupfer- oder Eisenblech besteht, und für einen Druck von 5 (6 — 1) = 25 Atmosphären, wenn er aus Gußeisen besteht.

13) Sicherheitsventile. Um jede Erhöhung des Dampfdruckes über den normalen Werth zu verhüten und Explosionen unmöglich zu machen, muß die Oeffnung des Sicherheitsventils so groß seyn, daß, wenn sie einmal durch den Dampf gehoben wird, wenigstens so viel Dampf durch dieselbe entweichen kann, als nur immer in der gleichen Zeit gebildet werden könnte. Da die Geschwindigkeit des Dampfes mit seiner Spannung zunimmt, so kann die Oeffnung bei gleicher Dampferzeugung um so kleiner genommen werden, je höher der Dampfdruck ist. Nach der französischen Ordonnanz findet man dieselbe durch die Formel:

$$d = 2,6 \cdot \sqrt{\frac{S}{n-0,412}}$$

wo d den kleinsten Durchmesser der Oeffnung in Centimetern,
S die gesammte Heizfläche in □Metern, und
n den wirksamen Druck in Atmosphären bedeutet.

Bei einer Heizfläche von 1 □ Meter muß daher der Durchmesser der Oeffnung seyn:

bei	$1^1/_2$	Atmosphären	= 2,493	Centimeter
„	2	„	= 2,063	„
„	$2^1/_2$	„	= 1,799	„
„	3	„	= 1,616	„
„	$3^1/_2$	„	= 1,479	„
„	4	„	= 1,372	„
„	$4^1/_2$	„	= 1,286	„
„	5	„	= 1,214	„
„	$5^1/_2$	„	= 1,152	„
„	6	„	= 1,100	„

Da nun die Größe der Oeffnungen im geraden Verhältnisse zur Heizfläche stehen muß, so erhält man den Durchmesser der Oeffnung, wenn man den hier angegebenen Durchmesser mit der Quadratwurzel der Heizfläche vervielfacht.

Für eine Heizfläche von 10 □Met. und einen Dampfdruck von 4 Atmosphären wäre z. B.

$$d = 1{,}372 \sqrt{10} = 4{,}34 \text{ Centimeter.}$$

Es ist rathsam, die oben angegebenen Durchmesser um circa $^1/_4$ größer zu nehmen.

Ferner soll die Breite der konischen Berührungsfläche nicht mehr als $^1/_{30}$ des Durchmessers des Ventils, und in keinem Falle mehr als 2 Millimeter betragen. Für größere Berührungsflächen wird die Adhäsion zwischen dem Ventile und der Unterlage zu bedeutend, was die Wirksamkeit des Ventils unsicher macht.

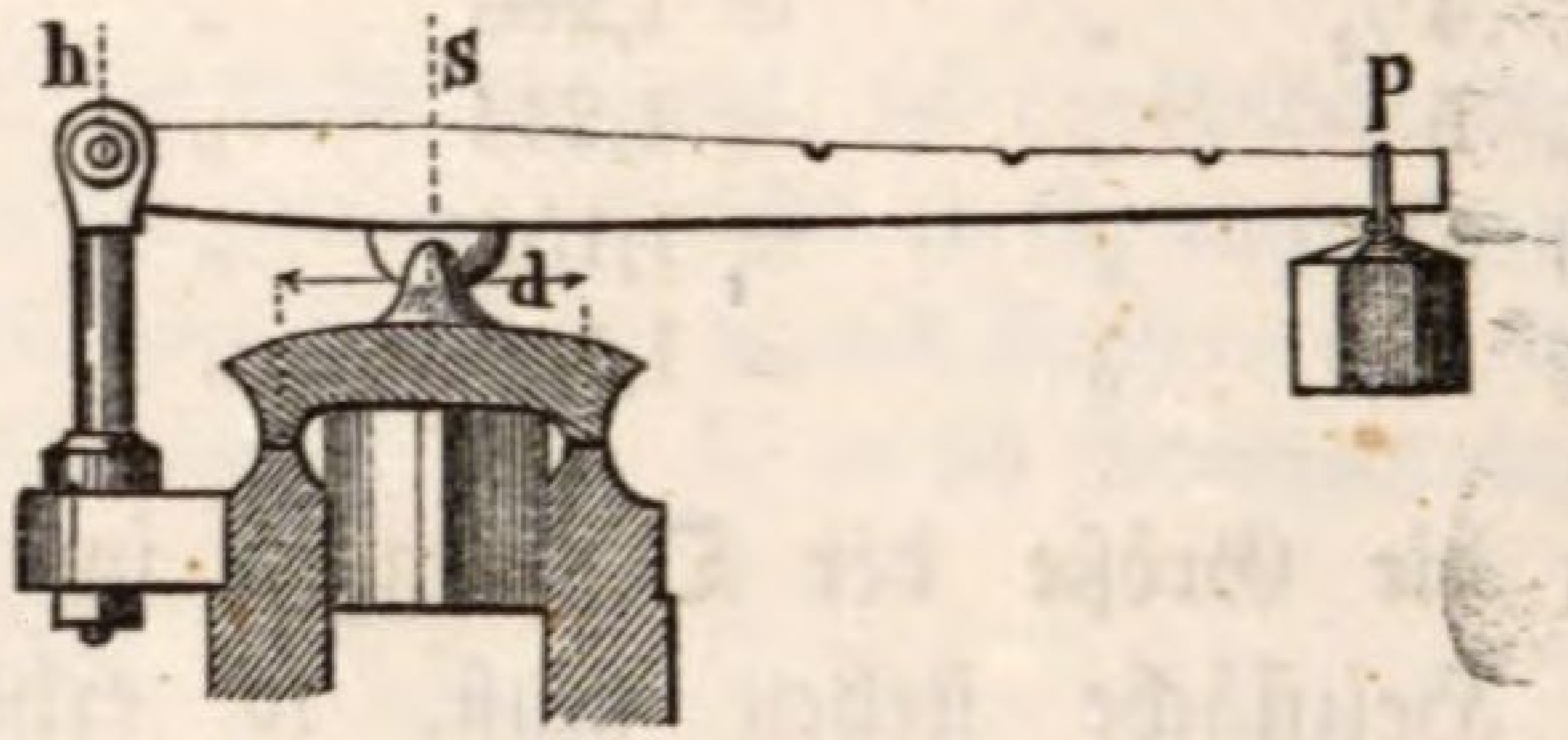
Folgende Formel gibt das Gewicht P an (in Kilogrammen), mit welchem die Sicherheitsklappe direkt belastet werden muß bei der Probe eines Kessels:

$$P = 0{,}811\, d^2\, n$$

wo d den Diameter der Klappe in Centimetern und

n die Anzahl Atmosphären, welche der Kessel bei der Probe aushalten muß, bedeuten.

Gewöhnlich wird das Ventil nicht direkt beschwert, sondern mit einem ungleicharmigen Hebel in Verbindung gebracht, an welchem entweder das Gewicht in einer unveränderlichen Stellung ist, oder wie in den meisten Fällen längs des Hebels verschoben werden kann. Natürlicher Weise muß bei der Bestimmung dieses Gewichtes sowohl das Gewicht des Hebels als auch dasjenige des Ventils selbst in Berechnung gezogen werden.



Beispiel. Berechnung einer Sicherheitsklappe für einen Dampfkessel von 30 □Meter Heizfläche, der mit $3^1/_2$ Atmosphären absolutem Druck arbeiten soll.

Effektiver Druck $2^1/_2$ Atm. (nach Tab. XXX) . . . . $= 2^k,582$ per $□^{cm}$

Diameter der Klappe . . . . . $\sqrt{(30)} \times 1,799 = 9,85^{cm}$

Effektiver Druck auf die Klappe $0,7854 . (9,85)^2 . 2^k,582 = 197^{kil}$

Es sey nun die Entfernung h s der Klappe vom Stützpunkt = 6 Centim., diejenige h p des Gewichtes vom Stützpunkte = 60 Centim., das Gewicht der Klappe = 2 Kil., dasjenige des Hebels = 4 Kil. und die Entfernung von dessen Schwerpunkt bis zum Stützpunkt = 25 Centim., so ist:

$$\frac{P \times 60}{6} + 2 + \frac{4 \times 25}{6} = 197 \text{ Kil.}$$

und also das anzuhängende Gewicht

$$P = 17,83 \text{ Kil.}$$

Nro. 39.

Dimensionen der Schornsteine.

Die Kraft, mit welcher die Luft durch den Schornstein zieht, hängt einzig ab von der Vergrößerung ihres Volums und hiemit von der Verminderung ihrer Dichtigkeit in Folge ihrer Erhitzung, und ist also desto größer, je größer der Temperaturunterschied zwischen dieser Luft und der äußern Luft ist.

Es sey t' die Temperatur der äußern Luft,
t die Temperatur im Innern des Schornsteins,
H die Höhe des Schornsteins und
v die Geschwindigkeit der Luft per Sekunde,

so wird, wenn man eine Luftsäule im Kamin von der Höhe H um t—t' Grad erwärmt, ihre Höhe heranwachsen zu

$$H\,[1 + 0{,}00368\,(t - t')]$$

Die Differenz dieser Höhe und der frühern H ist hiemit

$$0{,}00368\,(t - t')\,H.$$

Die Geschwindigkeit, welche durch diese Differenz erzeugt wird, ist diejenige, welche ein Körper erlangen würde, wenn er von dieser Höhe herunterfiele. Es ist daher dieselbe

$$v = \sqrt{2\,g \cdot 0{,}00368\,(t - t')\,H}.$$

Diese Formel stimmt nicht mit der Erfahrung überein,

was wohl von der ziemlich beträchtlichen Reibung herrührt, welche der Rauch erleidet, während er den Schornstein hinaufzieht.

Diese Reibung gegen die Wände des Schornsteines wächst im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit der Luft, im einfachen Verhältnisse der Länge des Raumes L, den die Luft durchstreicht, und im umgekehrten Verhältnisse des Durchmessers D des Schornsteines.

Je enger also ein Schornstein ist, je größer seine Höhe und je größer die Geschwindigkeit der innern Luft ist, desto beträchtlicher ist die Reibung.

Mit Berücksichtigung der Reibung hat Péclet folgende Geschwindigkeiten in Metern per Sekunde aufgefunden, wobei die atmosphärische Luft als halbverbrannt und a = 0,00368 angenommen ist.

Für Schornsteine von Backsteinen:

$$\text{I.)}\ v = 8{,}85 \cdot \sqrt{\frac{H\,a\,(t-t')\cdot D}{L + 4\,D}}$$

für Schornsteine von Kupfer- und Eisenblech:

$$\text{II.)}\ v = 14 \cdot \sqrt{\frac{H\,a\,(t-t')\cdot D}{L + 10\,D}},$$

für Schornsteine von Gußeisen:

$$\text{III.)}\ v = 19{,}80 \cdot \sqrt{\frac{H\,a\,(t-t')\cdot D}{L + 20\,D}}.$$

Wenn M das Volum der Luft, welches per Sekunde durch den Schornstein hinaufsteigen soll, und S die kleinste Sektion des Schornsteins, also diejenige am obersten Theile bezeichnet, so ist

$$M = S\,v \text{ und } S = \frac{M}{v}$$

Beispiel 1. Wie groß ist die Geschwindigkeit der verbrannten Luft in einem gußeisernen Schornsteine von 30 Meter Höhe und 20 Centimeter Diameter?

Antwort. Es sey die Temperatur der innern Luft = 300° C, die der äußern = 20° C. Nehmen wir die Entfernung des Feuerraumes von dem untern Theile des Schornsteines = 10^m an, so ist die ganze Länge, die der Rauch durchstreichen muß, $30 + 10 = 40^m$.

Es ist daher

$$v = 19{,}80 \,.\, \sqrt{\frac{30^m \times 0{,}00368\,(300 - 20) \times 0^m{,}20}{40 + 20 \times 0^m{,}20}}$$
$$= 7{,}48^m \text{ per Sekunde.}$$

Wäre die Reibung nicht in Rechnung gebracht worden, so würde man eine Geschwindigkeit von

$\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}00368\,(300 - 20) \times 30^m} = 24{,}4^m$ per Sekunde

erhalten haben. Man sieht also, daß die Reibung sehr beträchtlich ist und nie vernachlässigt werden darf.

Beispiel 2. Wie groß muß die obere Oeffnung eines 25 Meter hohen Schornsteines von Backsteinen seyn, der zu einer Dampfmaschine von 20 Pferdekräften dienen soll?

Antwort. Wird angenommen, daß diese Maschine 5 Kil. Steinkohlen per Pferdekraft, oder 100 Kil. im Ganzen per Stunde verzehrt, so ist nach S. 310 die Luftmenge

$$M = \frac{100 \times 38{,}54}{3600} = 1{,}0705 \text{ Cubikmeter per Sek.}$$

Man nehme nun vorläufig $D = 0^m{,}35$ an, so ist, wenn $L = 35$ Meter, $t = 300°$, $t' = 20°$ ist:

$$v = 8{,}85 \sqrt{\frac{25 \times 0{,}00386\,(300 - 20) \times 0{,}35}{35 + 4 \times 0{,}35}} = 4{,}43^m,$$

$$\text{und } S = \frac{1{,}0705}{4{,}43} = 0{,}24 \ \square\text{Meter},$$

$$\text{folglich } D = \sqrt{0{,}24} = 0^m,\ 49.$$

Setzt man diesen Werth in obige Formel, so erhält man:

$$v = 5^m{,}2215,\ S = 0{,}205 \text{ und } D = 0^m{,}45$$

Es ist also der erforderliche Querschnitt des Schornsteines zwischen 0,24 und 0,205 enthalten und also ungefähr = 0,22 □Meter.

Diese Sektion ist die kleinste, welche angewendet werden darf, und also dem obern Theile des Schornsteines, sowie auch den Rauchgängen, die vom Feuerraum bis zum untern Theile desselben gehen, zu geben. Diesem letztern wird dagegen, da die Schornsteine gewöhnlich eine verjüngte Weite erhalten, noch eine größere Sektion gegeben.

Armstrong gibt folgende Dimensionen der Schornsteine an:

Pferdekraft des Kessels.	Höhe des Schornsteins.	Innerer Durchmesser
10	18^m	0^m,45
20	30	0,60
50	36	0,90
90	38	1,20
120	41	1,35

Von einigen andern Dimensionen der Schornsteine.

Um den backsteinenen Schornsteinen mehr Stabilität zu geben, macht man sie außen etwas konisch, im Innern gleichfalls, doch bei weitem nicht so viel, so daß die Dicke des Schornsteines sich von oben bis unten immer mehr und mehr vergrößert. Folgendes sind die Dimensionen, die am vortheilhaftesten zu seyn scheinen:

	Schornsteine von 10—15^m Höhe.	Schornsteine von größerer Höhe.
Obere Weite im Lichten (zu berechnen)	$= D$	$= D$
Untere Weite	$= D + {}^1/_{40}\,H$	$= D + {}^1/_{60}\,H$
Obere Wanddicke	$E = 10$ à 15^{cm}	$E = 16$ à 20^{cm}
Untere „	$= E + {}^1/_{20}\,H$	$= E + {}^1/_{20}\,H$

Schornsteinen aus Kupfer oder Eisenblech gibt man oben eine Sektion = $^2/_3$ oder $^3/_4$ der untern Sektion. Für eine Höhe von 30 Met. gibt man ihm auf dem obersten Drittel seiner Höhe ungefähr 1 Millimet. Dicke, auf der übrigen Höhe 2 Millimet. Dicke.

Nr. 40.

Von den Dampfmaschinen.

In sämmtlichen Abschnitten über die Dampfmaschinen bezeichnet:

P die Differenz der Dampfpressungen vor und hinter dem Dampfkolben in Kilogr., per □ Centimeter;
d den Durchmesser des Dampfkolbens, in Centimetern;
v die mittlere Geschwindigkeit des Dampfkolbens, in Metern;
A den Nutzeffekt der Maschine, in Pferdekräften, und
k das Verhältniß zwischen dem Nutzeffekt und dem theoretischen Effekt der Maschine.

I. Hochdruckmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation.

a) Theoretischer Effekt des Dampfes. Der Dampf wirkt längs des ganzen Hubes constant auf die Kolbenfläche; ebenso ist der Gegendruck auf den Kolben sehr nahe constant. Dieser letztere Druck kann zu 1,25 Atmosphären angenommen werden, nämlich 1 Atmosphäre als Luftdruck und 0,25 Atmosphären als Widerstand, den der entweichende Dampf im Ausflußkanale findet.

Da nun der Inhalt der Kolbenfläche = $0,7854\,d^2$ □^cm ist, so ist hiemit der Druck auf die ganze Kolbenfläche = $0,7854\,d^2\,P^{\text{Kil.}}$ Multiplicirt man diesen Druck mit dem Weg, den der Kolben in einer Sekunde zurücklegt, so erhält man die mechanische Arbeit während einer Sekunde; dieselbe ist also

$$= 0,7854\,d^2\,P\,v \text{ Kil.-Meter.}$$

b) Nutzeffekt der Maschine. Wegen der Reibungen, den Dampf- und Wärmeverlusten ꝛc., ist der nützliche Effekt kleiner als der theoretische und wird ausgedrückt durch:

$$k\,.\,0,7854\,d^2\,P\,v \text{ Kil.-Meter}$$

$$= \frac{k\,.\,0,7854\,d^2\,P\,v}{75} \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Kolbenreibung wächst mit dem Durchmesser des Cylinders, die durch sie consumirte Arbeit mit dem Produkt aus dem Durchmesser in die Geschwindigkeit des Kolbens, während die Leistung der Maschine mit dem Produkt aus dem Quadrate des Durchmessers in die Geschwindigkeit zunimmt. Folglich nimmt die Leistung der Maschine schneller zu als die von der Kolbenreibung aufgezehrte Arbeit. Da dieß mit andern Widerständen theilweise ebenso der Fall ist, so wird der Nutzeffekt für größere Maschinen, unter sonst gleichen Umständen, ebenfalls größer seyn, als für kleinere.

Nach Morin sind die Werthe von k für Maschinen von

	bei sehr gutem Zustand	bei gewöhnlichem Zustand
4 à 8 Pferdekr.	0,50	0,42
10 „ 20 „	0,56	0,47
30 „ 50 „	0,60	0,54
60 „ 100 „	0,60	0,54

Beispiel. Welchen Effekt liefert eine Dampfmaschine ohne Expansion und ohne Condensation, bei Anwendung von Dampf von 5 Atm., wenn

der Durchmesser des Cylinders . . . . = $0^{m},3$
die Hubhöhe . . . . = $0^{m},78$
die Anzahl Umdrehungen der Kurbelwelle . . . . = 36 ist?

Antwort. Dampfdruck (von 5 Atm.) vor dem Kolben,
auf 1 $\square^{cm}$ (Tabelle XXX.) . . . . = 5,165 Kil.
Folglich der Unterschied zwischen dem Druck vor und hinter dem Kolben, auf 1 $\square^{cm}$ Fläche . . 5,165 — 1,3 = 3,865 „

Geschwindigkeit des Kolbens . . $\frac{2 \cdot 36 \cdot 0^m,78}{60} = 0^m\,9,36$

Für 50 % Nutzeffekt erhält man somit

$$A = 0,50 \cdot \frac{0,7854\,(30^{cm})^2 \cdot 3^k,865 \cdot 0^m,936}{75} = 17,1 \text{ Pfrd.}$$

c) Bestimmung des Cylinderdurchmessers. Aus obiger Formel über den Nutzeffekt der Maschine geht hervor

$$d^2 = \frac{95,5}{k} \cdot \frac{A}{PV}$$

Beispiel. Welchen Cylinder-Durchmesser erfordert eine Dampfmaschine von 40 Pferden Nutzleistung, bei einer Dampfspannung von 5½ Atmosphären und einer Kolbengeschwindigkeit von $1^m,2$?

Antwort: Dampfdruck vor dem Kolben. per $\square$Centim.
Kolbenfläche, bei 5½ Atm. Spannung (Tab. XXX.) = 5,681 Kil.
Gegendruck auf 1 $\square$Centim. . . . . = 1,3
Folglich der arbeitende Druck . . P = 5,681 — 1,3 = 4,581
und da das Verhältniß zwischen dem nützlichen und theoretischen Effekt zu 0,54 angenommen werden kann, so ist

$$d^2 = \frac{95,5}{0,54} \cdot \frac{40}{4^k,381 \cdot 1^m,2} = 1345,6 \;\square\text{Centim.}$$

$$d = \sqrt{1345,6} = 36,6 \text{ Centim.}$$

Nimmt man die Hubhöhe 2,5mal größer als den Durchmesser, so ist die Hubhöhe . . . . 2,5 × 36,6 = 91,5 Centim.

Anzahl Umdrehungen per Minute . $\frac{60 \cdot 1^m,2}{2 \cdot 0^m,915} = 42,6$

II. Niederdruckmaschinen mit Condensation.

a) Condensation. Bei diesen Maschinen wirkt der Dampf vor dem Kolben, wie bei Hochdruckmaschinen ohne

Expansion und ohne Condensation, constant auf denselben längs seines ganzen Hubes. Nachdem aber der Dampf gewirkt hat, fließt er in ein Gefäß, den Condensator, statt in die freie Luft ab. In demselben wird er durch Einspritzen von kaltem Wasser bis auf circa 35° C abgekühlt, also größtentheils in Wasser verwandelt.

b) Druck und Gegendruck auf den Kolben. Der im Condensator noch übrig gebliebene Dampf hat eine Spannkraft von 0,06 Atmosphären und die sich aus dem kalten Wasser entwickelnde atmosphärische Luft, indem sie sich im Condensator ausbreitet, ungefähr dieselbe Spannkraft, so daß das Gemenge beider einen Druck von 0,12 oder circa $1/_8$ Atmosphäre der Bewegung des Kolbens entgegensetzt.

Den Druck vor dem Kolben nimmt man gewöhnlich zu 1,25 Atmosphären an, so daß der Unterschied zwischen dem Druck vor und hinter dem Kolben 1,25—0,125 = 1,125 Atm. oder nach Tab. XXX.

$$P = 1^{k},033 \times 1,125 = 1,182 \text{ Kil.}$$

c) Nutzeffekt der Maschine. Da die Wirkungsweise des Dampfes dieselbe ist wie bei Hochdruckmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation, so wird der Effekt auch auf dieselbe Weise und durch dieselbe Formel bestimmt. Setzt man in jene Formel obigen Werth von P, so erhält man:

$$A = k \,.\, 0,01238\ d^2\ v$$

Watt nahm den Nutzeffekt seiner Maschinen zu 40% der theoretischen Leistung, also k = 0,40 an. Dieser Nutzeffekt kann aber nach Morin für mittlere Maschinen bis auf 48, für große bis auf 56% sich steigern.

Beispiel. Wenn bei einer Niederdruckmaschine der Cylinder-Durchmesser 80 Centim., und die Kolbengeschwindigkeit $1^m,1$ beträgt; wie viel Pferdekräfte kann sie leisten?

Nimmt man $k = 0{,}50$ an, so ist

$$A = 0{,}50 \,.\, 0{,}01238\,(80)^2 \,.\, 1^m,1 = 43{,}7 \text{ Pferde.}$$

d) **Durchmesser des Dampfcylinders.** Aus der Formel für den Nutzeffekt folgt

$$d^2 = \frac{80{,}8}{k} \,.\, \frac{A}{v}$$

Beispiel. Welchen Durchmesser erhält der Cylinder einer Watt'schen Niederdruckmaschine von 60 Pferden, wenn die Kolbengeschwindigkeit $1^m,25$ und der Nutzeffekt zu 44 % angenommen wird?

Antwort. $d^2 = \frac{80{,}8}{0{,}44} \,.\, \frac{60}{1^m,25} = 8815$ □Cent.

$d^2 = \sqrt{8815} = 94$ Centim.

III. **Hochdruckmaschinen mit Expansion, ohne Condensation.**

a) **Expansion.** Bei den Expansionsmaschinen (mit einem Cylinder) füllt der Dampf, welcher bei jedem Kolbenzuge in den Dampfcylinder tritt, denselben nicht ganz, sondern nur einen Theil, z. B. ½, ⅓ 2c., an, und es wird alsdann die Communikation des Cylinders und der Dampfröhre durch irgend eine Vorrichtung unterbrochen. Der Dampf wirkt also nur während eines gewissen Theils der ganzen Hublänge mit dem anfänglichen Drucke, dehnt sich nachher aus und wirkt noch mit einem Drucke auf den Kolben, der nahezu abnimmt, wie das Dampfvolum wächst.

b) **Effekt des Dampfes vor der Absperrung.** Derselbe ist zu bestimmen, wie für Dampfmaschinen ohne

Expansion, da der Druck vor und hinter dem Kolben als constant angesehen werden kann.

Deßhalb ist die mechanische Arbeit des Dampfes mit vollem Druck, während einer Sekunde (S. 336).

Absperrung bei	Kilogramm-Meter.
$^1/_2$ des Hubes . .	$= {}^1/_2 \,.\, 0{,}7854\ d^2P \,.\, v$
$^1/_3$ " " . .	$= {}^1/_3 \,.\, 0{,}7854\ d^2P \,.\, v$
$^1/_4$ " " . .	$= {}^1/_4 \,.\, 0{,}7854\ d^2P \,.\, v$

c) Effekt des Dampfes während der Expansion. Wenn der Dampf im Cylinder sich ausdehnt, so sinkt seine Temperatur (auch ohne Wärmeverluste an die Umgebung), seine Spannkraft und Dichtigkeit. Die Dichtigkeit nimmt ab, wie das Volum wächst, dagegen ist die Abnahme der Spannkraft eine etwas raschere als die der Dichtigkeit. Gleichwohl nimmt man gewöhnlich an, daß die Abnahme der Spannkraft nach dem Mariotte'schen Gesetze erfolge, also der Veränderung des Volumens verkehrt proportional sey.

Die Arbeit dieser veränderlichen Kraft (S. 77) ergibt sich, wenn man den Weg des Kolbens während der Expansion in mehrere gleiche Theile theilt, die mittleren Pressungen des Dampfes für jeden Wegtheil bestimmt, diese Pressungen mit den korrespondirenden Wegtheilen multiplicirt und die Produkte addirt.

Die mechanische Arbeit des Dampfes läßt sich indessen genauer und bequemer auf folgende Weise finden.

Es sey n das Verhältniß zwischen dem ganzen Hub und demjenigen Theil des Hubes, welchen der Kolben vor der Absperrung durchläuft, so erhält man die mechanische Arbeit während der Ausdehnung, wenn man diejenige, welche der Dampf vor der Ausdehnung verrichtete, mit dem 2,3fachen des Logarithmus von n multiplicirt.

Es sind die Werthe von	. . . .	2,3 Log. n
bei Absperrung von ½	. . . . .	2,3 Log. 2 = 0,69
„ „ „ ⅓	. . . . .	2,3 Log. 3 = 1,09
„ „ „ ¼	. . . . .	2,3 Log. 4 = 1,38
„ „ „ ⅕	. . . . .	2,3 Log. 5 = 1,60
„ „ „ ⅙	. . . . .	2,3 Log. 6 = 1,79

d. h. ist bei einer 2fachen Expansion die während der ersten Hälfte des Hubes bei vollem Dampfdruck verrichteten Arbeit = 1, so ist diejenige während der zweiten Hälfte des Hubes, also während der Expansion = 0,69 und somit die gesammte Arbeit während des ganzen Hubes = 1 + 0,69 = 1,69.

d) Gesammte theoretische Leistung der Maschine. Das Verhältniß 1 : 1,69 zwischen der Arbeit vor der Absperrung und der gesammten Arbeit eines Hubes, bei 2facher Expansion, gilt nicht nur für die Dauer eines Hubes, sondern für eine beliebige Zeit, z. B. eine Sekunde. Mithin ist die gesammte theoretische Arbeit während einer Sekunde

		Kilogramm-Meter.
bei 2 facher Expansion	. . ½	. $0{,}7854\ d^2Pv$. 1,69
„ 3 „ „	. . ⅓	. $0{,}7854\ d^2Pv$. 2,09
„ 4 „ „	. . ¼	. $0{,}7854\ d^2Pv$. 2,38

e) Nutzeffekt der Expansionsmaschinen. Der Nutzeffekt guter Expansionsmaschinen ohne Condensation ist nach Morin:

für kleine Maschinen	. .	0,30 vom theor. Effekt.
„ mittlere „	. .	0,34 „ „ „
„ große „	. .	0,36 „ „ „

Obige theoretische Leistungen sind also nur mit diesen Coefficienten zu multipliciren und mit 75 zu dividiren, um den Nutzeffekt in Pferdekräften (A) zu erhalten. Für k =

0,30, welchen Coefficienten wir der Sicherheit wegen annehmen, ist

		Pferdekräfte
für 2 fache Expansion	. .	$A = 0{,}002655\ d^2Pv$
„ 3 „ „	. .	$A = 0{,}002189\ d^2Pv$
„ 4 „ „	. .	$A = 0{,}001869\ d^2Pv$

f) Grenze der Expansion. Die Arbeit, welche der Dampf während der Expansion verrichtet, würde verloren gehen, wenn er unmittelbar, ohne sich ausgedehnt zu haben, in die Atmosphäre hinüberginge. Der Nutzeffekt einer gegebenen Dampfmenge wird hiernach um so größer seyn, je größer die Ausdehnung ist.

Der aus dem Cylinder entweichende Dampf findet, theils durch die Atmosphäre, theils in den Reibungen der Dampfleitung 2c., einen Widerstand von circa 1,25 Atmosphären. Damit der Dampf nun noch mit einiger Schnelligkeit abfließe, soll seine Spannkraft nicht unter 1,5 Atmosphären herabsinken.

Das Maximum der Expansion ist also

für Dampf von 6 Atm.	. .	$\frac{6{,}0}{1{,}5} = 4{,}00$	fach.
„ „ „ 5,5	. .	$\frac{5{,}5}{1{,}5} = 3{,}66$	„
„ „ „ 5	. .	$\frac{5{,}0}{1{,}5} = 3{,}33$	„
„ „ „ 4,5	. .	$\frac{4{,}5}{1{,}5} = 3{,}00$	„
„ „ „ 4	. .	$\frac{4{,}0}{1{,}5} = 2{,}66$	„

Je mehr die Expansion diese Grenze erreicht, um so mehr Arbeit wird aus einer gegebenen Dampfmenge gezogen. Würde die Expansion noch weiter fortgesetzt, so würde die

weitere Fortbewegung des Kolbens nur auf Kosten der schon erhaltenen Wirkung des Dampfes geschehen.

g) Durchmesser des Dampfcylinders. Aus den Formeln für den Nutzeffekt folgt

für 2fache Expansion . $d^2 = 377 \frac{A}{P\ V}$

" 3 " " . $d^2 = 457 \frac{A}{P\ V}$

" 4 " " . $d^2 = 535 \frac{A}{P\ V}$

Beispiel. Welchen Durchmesser erhält der Cylinder einer Expansionsmaschine ohne Condensation, welche bei 5 Atm. Dampfspannung, einer Kolbengeschwindigkeit von $1^m,2$ und einer 3fachen Expansion 50 Pferdekräfte entwickelt?

Druck bei 5 Atm. auf 1 □Cent. Kolbenfläche = 5,165 Kil.
Gegendruck auf 1 □Centim. Kolbenfläche . . = 1,25 "
Differenz . . . . . R = 5,165 — 3,915 = 1,25 "
Folglich für 3fache Expansion

$$d^2 = 457 \frac{50}{3^k,915 \times 1^m,2} = 4853 \ \square\text{Centim.}$$

$$d = \sqrt{4853} = 69,7 \text{ Centimet.}$$

IV. Expansionsmaschinen mit einem Cylinder und mit Condensation.

Bei diesen Maschinen entweicht bei jedem Kolbenhube der expandirte Dampf in einen Condensator, wo er durch Einspritzen von kaltem Wasser auf circa 35°—40° C abgekühlt, also größtentheils zu Wasser verwandelt wird.

Der Druck, welchen der im Condensator noch übriggebliebene Dampf mit der aus dem kalten Wasser freigewordenen atmosphärischen Luft dem Kolben entgegensetzt, ist höchstens 0,2 Atm., was auf 1 □cm Kolbenfläche 0,207 Kil. ausmacht.

a) Grenze der Expansion. Damit der Dampf noch Trieb genug hat, aus dem Cylinder in den Condensator schnell zu entweichen, soll seine Ausdehnung nur so weit erfolgen, daß die Spannkraft desselben am Ende des Hubes nicht unter 0,5 Atm. herabsinkt.

Bei Anwendung von Dampf von 5 Atm. könnte somit eine $\frac{5}{0,5}$ oder 10fache Expansion stattfinden. So groß die Vortheile einer solchen Expansion in Bezug auf den Dampfverbrauch sind, so ungleichförmig wird der Gang des Kolbens. Man hält dafür, daß eine 6fache Expansion, in Hinsicht der Nutzleistung und des Ganges der Maschine, die zweckmäßigste sey.

Hiernach muß die Spannung des Dampfes vor dem Kolben mindestens 3 Atm. seyn, weil solcher Dampf eine $\frac{3 \text{ Atm.}}{0,5 \text{ Atm.}}$ = 6fache Ausdehnung gibt.

b) Theoretischer Effekt. Der theoretische Effekt dieser Maschinen ist zu bestimmen wie für Expansionsmaschinen ohne Condensation. Die Wirkungsweise des Dampfes für beide Maschinensysteme ist dieselbe, der Unterschied liegt nur in der Größe des Gegendrucks auf den Kolben.

c) Nutzeffekt. Nach Morin kann der Nutzeffekt für kleine Maschinen mit Sicherheit zu 0,34 und für große zu 0,40 vom theoretischen Effekt angenommen werden. Nehmen wir k = 0,36 an, so ergibt sich (nach S. 339) die Leistung der Maschine in Pferdekräften während einer Sekunde

bei 4facher Expansion . . $A = 0{,}00222\, d^2 P v$
„ 5 „ „ . . $A = 0{,}00196\, d^2 P v$
„ 6 „ „ . . $A = 0{,}00175\, d^2 P v$

Beispiel. Welchen Effekt liefert eine Expansionsmaschine mit Condensation, wenn der Cylinderdurchmesser 50 Centim., und die Geschwindigkeit des Kolbens $1^m,1$ beträgt, bei Anwendung von Dampf von 4 Atmosphären?

Druck auf 1 □Centim. der Kolbenfläche bei 4 Atm. = 4,132 Kil.
Gegendruck der Kolbenfläche bei 0,15 Atm. . . . = 0,155 „
Wirksamer Druck . . . . . P = 4,132 — 0,155 = 3,977 „
folglich für 6fache Expansion

$$A = 0{,}00175\ (50^{cm})^2 \,.\, 3^k{,}977 \,.\, 1^m{,}1 = 19 \text{ Pferde.}$$

d) Durchmesser des Cylinders. Aus den voranstehenden Formeln über den Nutzeffekt folgt

für 4fache Expansion . . $d^2 = 450{,}9 \dfrac{A}{P\,v}$ □cm

„ 5 „ „ . . $d^2 = 510{,}2 \dfrac{A}{P\,v}$ „

„ 6 „ „ . . $d^2 = 571{,}4 \dfrac{A}{P\,v}$ „

Beispiel. Wenn die Expansionsmaschine, wie sie im Beispiel S. 343 angenommen ist, mit Condensation und 6facher Expansion arbeitet, so ist:

Druck vor dem Kolben auf 1 □Centim. Fläche bei 5 Atm. = 5,165 Kil.
Gegendruck auf 1 □Centim. Kolbenfläche bei 0,15 Atm. = 0,155 „
Wirksamer Druck . . . . . P = 5,165 — 0,155 = 5,010 „
mithin für A = 50, v = $1^m,2$ und 6fache Expansion

$$d^2 = 571{,}4 \frac{50}{5^k{,}01 \,.\, 1^m{,}2} = 4748 \text{ □Centim.}$$

$$d = \sqrt{4748} = 69 \text{ Centim.}$$

e) Veränderliche Expansion. Diese Expansionsmaschinen sind für die normale Leistung auf 6fache Expansion zu berechnen. Reicht alsdann die Arbeit, welche sie liefern, nicht aus, so wird der Dampf auf $^1/_5$, $^1/_4$, . . des Hubes abgesperrt. Dadurch wird im Verhältniß von $^6/_5$, $^6/_4$, . . mehr Dampf verbraucht, allein die Maschine leistet nahezu in

demselben Verhältniß mehr Effekt. Die Veränderung in der Expansion von der 6fachen auf die 5-, 4fache 2c., soll indessen nicht über die 3fache hinaufgehen. Das Maximum der Leistung einer solchen Maschine ist also nahe $^6/_3$ oder 2mal größer als die normale Leistung. Für dieses Maximum des Effektes sind die Dimensionen aller Theile zu bestimmen.

V. **Woolf'sche Expansionsmaschinen mit Condensation.**

a) Art der Expansion. Diese Maschinen haben zwei nebeneinanderstehende Dampfcylinder von verschiedenem Volumen. Der Dampf strömt aus dem Kessel in den kleinern Cylinder, wirkt daselbst mit constantem Druck längs des größten Theils des Hubes, fließt, nachdem der kleinere Kolben seinen Weg durchlaufen hat, in den größern Cylinder hinüber und wirkt auf dessen Kolben, indem er sich während der Bewegung dieses Kolbens ausdehnt. Hierauf entweicht der Dampf in einen Condensator, wo er sich abkühlt.

b) Größe der Expansion. Die Expansion soll nicht weiter gehen, als bis die Spannkraft des Dampfes im größern Cylinder auf 0,5 bis 0,6 Atmosphären herabgesunken ist. Da man zudem dem Dampfe eine schwache Ausdehnung im kleinern Cylinder gibt, indem die Absperrung schon auf $^2/_3$ des Hubes im kleinern Cylinder erfolgt, so muß, bei Dampf von 4 Atmosphären, das Verhältniß zwischen den Volumina beider Cylinder seyn:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4 \text{ Atm.}}{0{,}6 \text{ Atm.}} = 4{,}44.$$

c) Effekt der Maschine. Der Effekt dieser Maschine ist genau ebenso zu bestimmen wie für Expansionsmaschinen

mit einem Cylinder. Der Nutzeffekt ist wegen des großen schädlichen Raumes zwischen beiden Cylindern etwas geringer als für die andern Expansionsmaschinen und zwar für kleine 0,30 und für große 0,36 vom theoretischen Effekt.

d) Geschwindigkeit der Kolben. Die Geschwindigkeit des Kolbens im kleinern Cylinder ist gewöhnlich $^3/_4$ von derjenigen des größern Kolbens.

e) Dimensionen der Cylinder. Dem größern Cylinder sind dieselben Dimensionen zu geben, wie dem einer Expansionsmaschine mit Condensation, von derselben Expansion und demselben Dampfdruck, vorausgesetzt, daß das Verhältniß k zwischen dem nützlichen und theoretischen Effekt das gleiche ist. Da aber für Woolf'sche Maschinen $k = 0{,}32$, für die andern Expansionsmaschinen $k = 0{,}36$, so muß das Volum des Woolf'schen Cylinders im Verhältniß von 36 zu 32 größer seyn.

Die Hubhöhe des kleinern Cylinders ist gewöhnlich $^3/_4$ von der des größern. Hieraus und aus der Größe der Expansion ergibt sich das Verhältniß der Diameter beider Cylinder.

Nach Morin ist der Diameter des größern Cylinders

bei 4,5 Atm.	. . =	1,935	des kleinern	Diameters.
„ 4 „	. . =	1,825	„ „	„
„ 3,5 „	. . =	1,700	„ „	„

VI. Querschnitte der Dampfcanäle.

Es ist von der größten Wichtigkeit für die Leistungen der Dampfmaschinen, daß die Querschnitte der Zuleitungs- und Ableitungscanäle des Dampfes nicht zu enge gemacht werden.

1) Der Querschnitt der Röhre, welche den Dampf aus dem Kessel in den Schieberkasten des Cylinders leitet, soll seyn:
für Niederdruckdampf wenigstens $1/_{25}$ von der Kolbenfläche.
„ Mitteldruckdampf . . . $1/_{20}$ „ „ „
„ Hochdruckdampf . . . . . $1/_{18}$ „ „ „

2) Die Querschnitte der Canäle, durch welche der Dampf aus dem Schieberkasten in den Cylinder gelangt, sollen wenigstens ebenso groß seyn; besser ist es, sie um $1/_{10}$ größer zu nehmen.

Damit die Schieberbewegung nicht zu groß ausfällt, macht man die Eintrittsöffnungen dieser Canäle 4 bis 5mal länger als breit.

3) Der Querschnitt des Ablaßrohres, durch welches der Dampf aus dem Cylinder in die Atmosphäre oder in den Condensator führt, soll wenigstens $3/_2$ von dem des Zuleitungsrohres seyn.

4) Wegen der Reibung des Dampfes im Zuleitungsrohr soll das Verhältniß zwischen seiner Länge und seinem Durchmesser für Mitteldruckdampf 150, für Hochdruckdampf 200 nicht übersteigen. Für eine große Entfernung des Kessels vom Cylinder ist der Durchmesser der Röhre eher zu vergrößern, damit das angegebene Verhältniß nicht überschritten werde.

VII. Dampfdruck im Kessel und Cylinder.

Nach Morin ist der Unterschied zwischen dem Druck des Dampfes im Kessel und Cylinder proportional:

a) der Dichtigkeit des Dampfes, d. h. beträgt dieser Unterschied bei Dampf von 1 Atmosphäre Spannkraft 0,1

Atmosphäre, so beträgt er für Dampf von 5 Atm. nahezu 5 × 0,1 oder 0,5 Atm., bei Dampf von 10 Atm. 10 × 0,1 oder eine Atmosphäre.

b) Dem Quadrate der Kolbengeschwindigkeit, so daß bei doppelter Kolbengeschwindigkeit der Unterschied der Dampfspannungen 2 × 2 oder 4mal größer wird.

c) Dem Quadrat des Verhältnisses zwischen der Sektion des Cylinders und derjenigen des Zuleitungsrohrs. Macht man, wie oben angegeben, bei Hochdruckdampf die Kolbenfläche einer Maschine 18, bei einer andern von sonst gleichen Verhältnissen 36mal größer als den Querschnitt des Rohrs, und ist der Unterschied der Dampfpressungen bei der erstern $1/3$ Atmosphäre, so ist er bei der letztern 4 . $1/3$ oder $1 1/3$ Atmosphären.

Bei den (unter VI) angegebenen Verhältnissen ist der Unterschied dieser beiden Dampfspannungen für eine Geschwindigkeit von $1^m,3$ und halbgeöffneter Klappe:

für Niederdruckdampf höchstens $1/20$ vom Druck im Kessel,
" Mitteldruckdampf " $1/14$ " " " "
" Hochdruckdampf " $1/10$ " " " "

Je mehr die Klappe geschlossen wird, um so größer werden die angegebenen Verhältnisse, um so größer also auch der dadurch eintretende Verlust an lebendiger Kraft.

VIII. Geschwindigkeit des Dampfkolbens.

Mittleren Maschinen gibt man eine Kolbengeschwindigkeit von 1 Meter per Sekunde. Diese Geschwindigkeit kann indessen mit der Stärke der Maschine etwas zunehmen. Nach englischen Construktoren erhält man die vortheilhafteste Geschwindigkeit in Metern per Sekunde, wenn man aus der

Hublänge in Metern die Quadratwurzel auszieht. Bei einem Hub von 2 Meter ist dieselbe hiernach

$$\sqrt{2} = 1{,}414 \text{ Meter.}$$

Oft aber und namentlich in Fällen, wo es von Werth ist, den Maschinen möglichst kleine Dimensionen zu geben, überschreitet man dieses Maß und geht bis auf 2 Meter, bei Locomotiven sogar bis auf $2\frac{1}{2}$ Meter.

IX. Verhältniß des Cylinderdurchmessers zur Hubhöhe.

Die äußere Oberfläche desselben sollte eigentlich so klein als möglich gemacht werden, damit der hindurchstreichende Dampf nicht zu sehr abgekühlt werde. Indessen bringt diese Abkühlung keinen bedeutenden Verlust hervor, und es ist zweckmäßiger, den Diameter des Cylinders aus der angenommenen Geschwindigkeit und aus der gegebenen Menge Dampfes zu bestimmen.

Nach den meisten Construktoren soll dieses Verhältniß variiren zwischen 1 : 3 und 1 : 2 und zwar soll das erstere Verhältniß für kleine, das letztere für große Maschinen angenommen werden.

X. Voreilen des Schiebers.

Die Bewegung des Dampfschiebers soll der Bewegung des Dampfkolbens in der Weise vorauseilen, daß der Schieber den Dampfweg nach dem Cylinder sowohl, als den Dampfweg aus dem Cylinder nach dem Abflußrohr zu öffnen beginnt, bevor der Dampfkolben ganz am Ende des Hubes angelangt ist.

Das Voreilen des Schiebers soll für den Dampfeintritt $\frac{1}{80}$ bis $\frac{1}{50}$, für den Dampfaustritt $\frac{1}{25}$ bis $\frac{1}{18}$ vom ganzen Hub des Schiebers betragen.

XI. Dampf- und Brennstoffverbrauch.

a) Für Maschinen ohne Expansion.

Die Größe 0,7854 $d^2 v$ bezeichnet das Volum, welches vom Dampfkolben per Sekunde beschrieben wird, wobei d in Centimetern und v in Metern ausgedrückt ist. Folglich ist das per Sekunde von einer Maschine ohne Expansion verbrauchte Dampfvolum:

$$0{,}07854\ d^2 v \text{ Liter.}$$

Aus der Formel (I, b) über den Effekt solcher Maschinen ergibt sich dasselbe Volum

$$\frac{7{,}5}{k} \cdot \frac{A}{P} \text{ Liter.}$$

Beispiel über die erste Formel. Der Durchmesser einer Watt'schen Dampfmaschine sey 80 Centim., und die Kolbengeschwindigkeit $1^m{,}1$; wie viel Dampf bedarf sie per Sekunde?

Volum per Sek. $= 0{,}07854\ (80^{cm})^2 \cdot 1^m{,}1 = 552$ Liter, da nun 1 Cubikmet. Dampf von 1,25 Atm. 0,722 Kil. wiegt (Tab. XXX), so ist das Gewicht von 0,552 Cubikmet.

$$0{,}552 \cdot 0{,}722 = 0{,}398 \text{ Kil.}$$

Diese Maschine liefert aber, wie aus II. c. hervorgeht, 43,7 Pferdekräfte, folglich beträgt der Dampfverbrauch in der Stunde und per Pferdekraft

$$\frac{0^k{,}398 \times 3600}{43{,}7} = 32{,}8 \text{ Kil.}$$

Beispiel über die zweite Formel. Wie viel Dampf bedarf eine Hochdruckmaschine ohne Expansion von 40 Pferdekräften, welche mit Dampf von $5^1/_2$ Atmosphären arbeitet, wenn ihr Nutzeffekt zu 50 % angenommen werden kann?

Dampfdruck auf 1 □Centim. vor dem Kolben = 5,681 Kil.
Gegendruck „ „ „ hinter „ = 1,25 „
wirksamer Druck . . $P = 5{,}681 - 1{,}25 = 4{,}431$ „

$$\text{Dampfvolum per Sekunde} = \frac{7{,}5}{0{,}50} \cdot \frac{40}{4{,}431} = 135 \text{ Liter.}$$

Nun ist das Gewicht von 1 Cubikmet. Dampf von
5½ Atm. . . . . = 2,802 Kil.

Folglich das Gewicht von 0,135 Cubikmet. Dampf
von derselben Dichte . . . 0,135 . 2,802 = 0,378 „

Also beträgt der Dampfbedarf per Pferdekraft in
der Stunde . . . . . $\frac{3600 \times 0{,}378}{40} = 34$ „

Da bei gut eingerichteter Feuerung 1 Kilogramm Steinkohlen 6½ Kilogramm Dampf liefern, so beträgt der Dampf- und Brennstoffbedarf in der Stunde auf je eine Pferdekraft

Größe der Maschine.	bei Niederdruck.		bei Hochdruck.	
	Dampf.	Steinkohlen	Dampf.	Steinkohlen.
Kleine Maschine . .	40 Kil.	6,1 Kil.	38 Kil.	6,0 Kil.
Mittlere „ . .	32	4,9	30	4,6
Große „ . .	28	4,3	26	4,0

b) für Maschinen mit Expansion.

Das vom Dampfkolben per Sekunde beschriebene Volum ist nach dem Vorangehenden

$$0{,}07854 \, d^2 \, v \text{ Liter.}$$

Hievon ist für 2fache Expansion ½, für 3fache Expansion ⅓ rc. zu nehmen, um das Dampfvolum per Sekunde für die ganze Maschine zu erhalten.

Die Dampf- und Brennstoffmenge, welche für größere Maschinen auf je 1 Pferdekraft in der Stunde consumirt wird, beträgt in Kilogrammen:

Für Expansionsmaschinen ohne Condensation.

Expansion.	6,5 Atm.		5,5 Atm.		5 Atm.	
	Dampf.	Steinkohlen.	Dampf.	Steinkohlen.	Dampf.	Steinkohlen.
2 fach	27,1	4,1	28,0	4,3	29,1	4,4
3 „	23,1	3,6	24,0	3,7	25,1	3,8
4 „	19,8	3,0	—	—	—	—

Für Expansionsmaschinen mit Condensation.

Expansion.	4,5 Atm.		4 Atm.		3,5 Atm.	
	Dampf.	Steinkohlen.	Dampf.	Steinkohlen.	Dampf.	Steinkohlen.
3fach	19,0	2,93	19,1	2,94	19,2	2,95
4 „	16,2	2,49	16,5	2,54	16,7	2,57
5 „	14,8	2,27	15,1	2,33	15,3	2,35
6 „	13,6	2,09	14,0	2,15	14,3	2,20

Die Woolf'schen Maschinen verbrauchen bei gleichem Dampfdrucke und gleicher Expansion circa 5% mehr Dampf und Brennstoff als hier angegeben.

XII. Speisepumpe.

Die Speisepumpe (Warmwasserpumpe) soll dem Dampfkessel so viel Wasser liefern, als demselben Wasser in Dampfform entzogen wird. Diese Pumpe ist einfach wirkend und soll zudem 3mal mehr liefern können, als verlangt wird; deßhalb muß ihr Kolben ein 3 × 2 oder 6mal größeres Volum beschreiben, als das Volum der Wassermenge beträgt, welches in dem Kessel in der gleichen Zeit verdampft.

Beispiel Welches sind die Dimensionen einer Speisepumpe für eine Watt'sche Niederdruckmaschine von 30 Pferdekräften?

In der Stunde und per Pferdekraft ist eine Dampfmenge erforderlich . . . . = 35 Kil.

Folglich ist das zu liefernde Wasservolum per Minute und für 30 Pferdekr. (1 Kil. gibt 1 Liter) $\frac{35 \cdot 30}{60} = 17{,}5$ Liter.

Also das vom Kolben der Pumpe in der Minute beschriebene Volum . . . . $6 \times 17{,}5 = 105$ „

Macht die Pumpe 64 einfache Hübe, so ist ihr Volum $\frac{105}{64} = 1{,}641$ „

Ist die Hubhöhe 25 Centim. so beträgt die Sektion . . . . $\frac{1{,}641}{2{,}5} = 0{,}656$ □Dec.

Durch Vergleichung zwischen dem Volum des Wassers und dem des daraus entstehenden Dampfes ergibt sich, daß das Volum der Pumpe seyn soll:

bei Dampf von		
1,25 Atm.	$^1/_{230}$	von demjenigen Volum des Dampfcylinders, welcher im Augenblick der Absperrung mit Dampf angefüllt ist.
3 „	$^1/_{103}$	
4 „	$^1/_{80}$	
5 „	$^1/_{68}$	
6 „	$^1/_{55}$	

Beispiel. Ist der Durchmesser einer Expansionsmaschine 32 Centim., die Hubhöhe 84 Centim., und arbeitet die Maschine mit Dampf von 4 Atmosphären bei 3facher Expansion, so ist:

Volum des Cylinders vor der Absperrung $^1/_3 \cdot 0{,}7854\ (3{,}2)^2 \cdot 8{,}4 = 22{,}5$ Liter.

Volum der Speisepumpe . . . . . $^1/_{80} \cdot 22{,}5 = 0{,}257$ „

XIII. Condensationswasser.

Der Dampf im Condensator wird gewöhnlich auf 35° C abgekühlt; hierdurch verwandeln sich 97 Procente des Dampfes

zu Wasser. Das Gewicht des übrig gebliebenen Dampfes kann also vernachläßigt werden.

In 1 Kilogramm Dampf sind 650 Calorien Wärme enthalten, in dem Kilogramm Wasser, welches aus ihm entsteht, nur 35 Calorien; folglich gibt ein 1 Kilogramm Dampf während der Abkühlung 650 — 35 = 615 Calorien ab.

Hat das Einspritz- oder Condensationswasser eine Temperatur t^0 C, so wird dasselbe um 35 — t Grade erwärmt; folglich nimmt je 1 Kilogramm solchen Wassers 35 — t Calorien auf. Zur Condensation von 1 Kilogramm Dampf ist also eine Wassermenge nöthig von

$$\frac{615}{35 - t} \text{ Kilogramm.}$$

Nimmt man $t = 12^0$ als durchschnittliche Temperatur des Einspritzwassers an, so ist die Menge kalten Wassers auf 1 Kilogramm Dampf

$$\frac{615}{35 - 12} = 27 \text{ Kilogramm,}$$

d. h. es bedarf, unter obigen Voraussetzungen, 27mal mehr Condensations- als Speisewasser. Würde der Dampf nur auf 40^0 C abgekühlt, so wäre 22mal mehr Condensationswasser von 12^0 C nöthig als Speisewasser.

Man nimmt gewöhnlich die Menge des Condensationswassers in der Stunde und per Pferdekraft an:

	Niederdruckmaschinen.	Expansionsmaschinen. 6fache Exp.	Expansionsmaschinen. 3fache Exp.
für kleine Maschinen	1050 Kil.	430 Kil.	580 Kil.
„ mittlere „	900 „	380 „	515 „
„ große „	800 „	340 „	460 „

Aus der Menge des durch Condensation erwärmten Wassers und dessen Temperatur kann auf sehr zuverlässige Weise das Quantum des wirklich verbrauchten Dampfes berechnet werden. Werden z. B. per Minute

800 Kil. Wasser von 12° C auf 40° erwärmt, so werden in dieser Zeit $\frac{800\,(40^0-12^0)}{610} = 36^1/_3$ Kil. Dampf condensirt.

XIV. Kaltwasserpumpe.

Dieselbe hat das Einspritzwasser in den Condensator zu liefern. Aus der oben angegebenen Wassermenge ist die Größe der Pumpe zu bestimmen. Da sie einfach wirkend ist und circa 15% des zu fördernden Volumens als Wasserverluste in Rechnung zu bringen sind, so ist das Volum der Pumpe 2 × 1,15 oder 2,3 mal größer zu nehmen, als das Volum des Wassers, welches per Kolbenspiel zu liefern ist.

Da bei einer vollkommenen Condensation sehr viel kaltes Wasser erfordert wird, so ist in den Fällen, wo das Wasser aus großer Tiefe geschöpft werden muß, die Anwendung der Condensation selten vortheilhaft; denn die Kaltwasserpumpe absorbirt dann sehr viel Kraft. In solchen Fällen sind daher Maschinen mit höherem Druck und ohne Condensation vorzuziehen, namentlich wenn außerdem das warme Wasser nicht sehr zweckmäßig benützt werden könnte.

XV. Luftpumpe.

Die Luftpumpe soll das Wasser, welches sich im Condensator ansammelt, so wie das in ihm enthaltene Gemenge von Dampf und atmosphärischer Luft, aus dem Condensator ununterbrochen fortschaffen.

Bei den Niederdruckmaschinen ist das Volum des Wassers im Condensator $^1/_{48}$, das Volum des Gasgemenges $^1/_{28}$ von dem des Dampfcylinders. Da die Pumpe einfach wirkend ist und der sichern Wirkung und der Verluste wegen verdoppelt wird, so beträgt ihr Volum

$$2 \times 2\left(\frac{1}{48}+\frac{1}{28}\right) = {}^2/_9$$

vom Volum des Dampfcylinders. Wenn ihr Hub die Hälfte ist vom Hub des Dampfkolbens, so ist ihr Durchmesser $^2/_3$ vom Durchmesser des Dampfcylinders.

Da die Expansionsmaschinen mit einem Cylinder auf veränderliche Expansion eingerichtet werden, so ist die Luftpumpe für das Maximum der Leistung, nämlich die 3fache Expansion, zu bestimmen. In diesem Fall soll der cubische Inhalt der Luftpumpe $^1/_3$ von dem des Dampfcylinders seyn.

Bei Woolf'schen Maschinen beträgt das Volum der Luftpumpe $^2/_3$ von demjenigen Theil des kleinern Cylinders, welcher vor der Absperrung vom Kolben durchlaufen wird.

Das Volum des Condensators soll wenigstens $^2/_3$ vom Volum der Luftpumpe seyn.

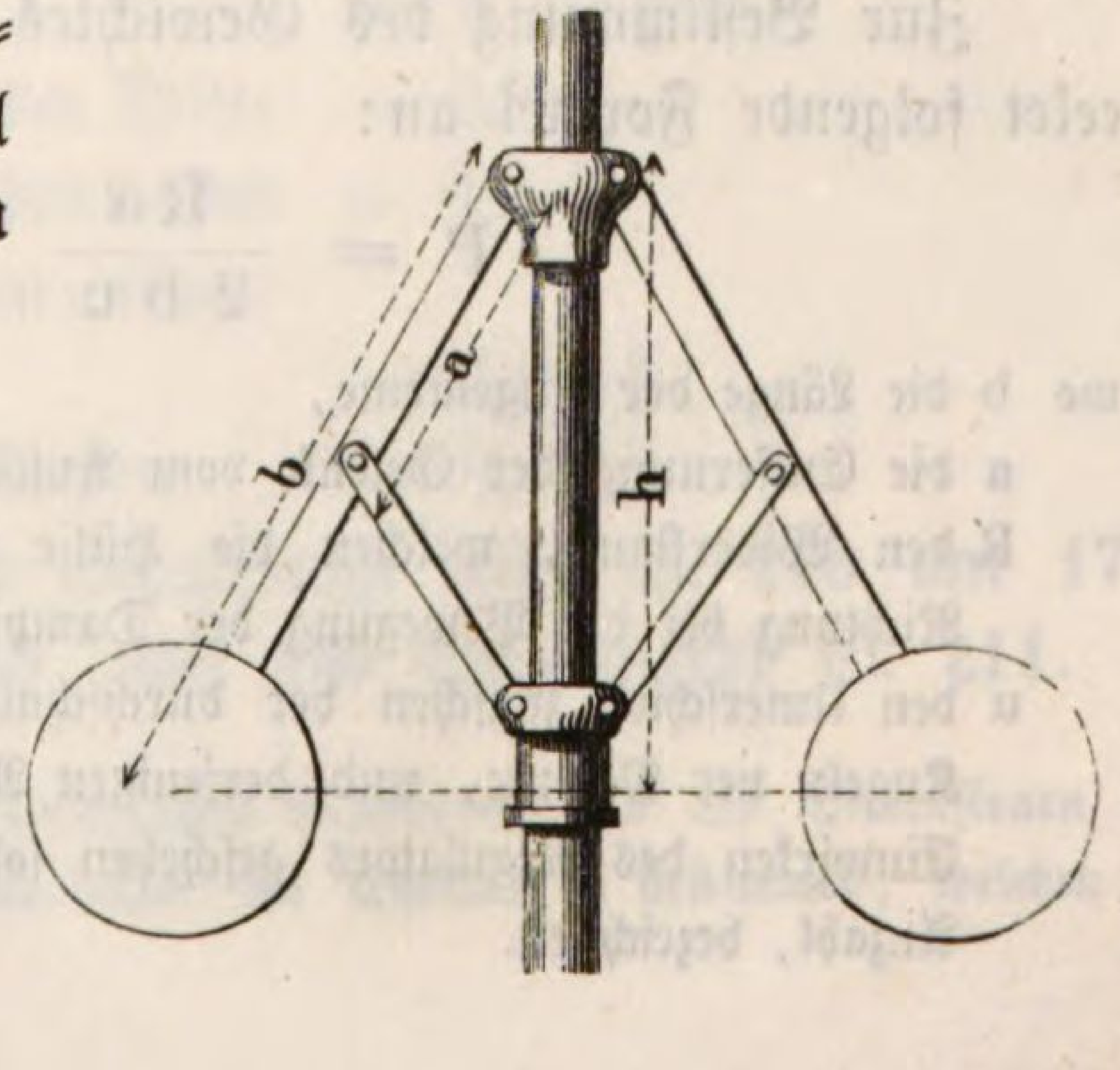
XVI. Von den Kugelregulatoren.

Die Zeit, in welcher die Kugeln eine Umdrehung machen, beträgt gerade das Doppelte derjenigen, welche ein Pendel zu einer einfachen Schwingung braucht, von gleicher Länge mit der senkrechten Entfernung des Aufhängepunktes der Kugeln von der Ebene, in welcher sich dieselben herumbewegen.

Bezeichnet h diese Entfernung und n die Anzahl Umdrehungen der Kugeln per Minute, so ist:

$$n = \sqrt{\frac{894}{h}}$$

$$h = \frac{894}{n^2}$$



Beispiel. Die Geschwindigkeit der Kugeln betrage 35 Umgänge per Minute, wie groß muß also die Entfernung h seyn?

Antwort. $h = \frac{894^{m}}{35^2} = 0^{m},7298$,

für eine Entfernung $h = 0^{m},50$ wäre dagegen

$$n = \sqrt{\frac{894}{0{,}50}} = 42\tfrac{1}{2} \text{ Umgänge per Minute.}$$

Es entspricht hiemit einer jeden Geschwindigkeit eine bestimmte Entfernung der Kugeln vom Aufhängepunkte. Nun verhalten sich diese Entfernungen, wie obige Formeln zeigen, umgekehrt wie die Quadrate der Anzahl Umgänge, welche die Kugeln per Minute machen.

Vergrößert sich daher die mittlere Geschwindigkeit der Kugeln um $\frac{1}{10}$, so daß $n = \frac{11}{10}$ wird, so wird die Entfernung h im Verhältniß von

$$10^2 : 11^2 : \text{ oder } 100 : 121 \text{ abnehmen,}$$

und also in obigen Beispielen der Ring, welcher das Reguliren der Dampfklappe zu bewirken hat, sich um $0^{m},7289 \times \frac{21}{121} = 0^{m},1267$ heben; daher auch bei kleinen Veränderungen der Geschwindigkeit die gehörige Empfindlichkeit statt hat.

Ferner geht aus obigen Formeln hervor, daß das Gewicht der Kugeln durchaus keinen Einfluß weder auf die Länge der Kugelarme, noch auf die Geschwindigkeit des Regulators hat. Dieses Gewicht ist bloß nach der Kraft zu bestimmen, welche erforderlich ist, um das Oeffnen und Schließen der Klappe zu bewirken.

Zur Bestimmung des Gewichtes P der Kugeln gibt Poncelet folgende Formel an:

$$P = \frac{R\,a}{2\,b\,u}$$

wo b die Länge der Kugelarme,
a die Entfernung der Gelenke vom Aufhängepunkt,
R den Widerstand, welchen die Hülse des Regulators in vertikaler Richtung bei der Bewegung der Dampfklappe findet,
u den Unterschied zwischen der durchschnittlichen Anzahl Umgänge der Kugeln per Minute, und derjenigen Anzahl, bei welcher bereits ein Einwirken des Regulators geschehen soll, dividirt durch die mittlere Anzahl, bezeichnen.

Ist z. B. $a = 0^m,26$ $b = 0^m,52$ $R = 1\frac{1}{2}$ Kil. und soll der Regulator durchschnittlich 60 Umgänge per Minute machen und bereits funktioniren, wenn sich diese Zahl auf 59 oder 61 Umgänge verändert hat, wornach also

$$u = {}^1/_{60}$$

so ist das Gesammtgewicht beider Kugeln:

$$P = \frac{1^k,5 \,.\, 0^m,26 \,.\, 60}{2 \,.\, 0^m,52} = 22,5 \text{ Kil.}$$

XVII. Ueber einige andere Dimensionen an Dampfmaschinen.

Wanddicke des Dampfcylinders . $e = 0,012\ d + 2$ Centim.
Dicke der Cylinderdeckel . . . $= 1,1\ e$ Centim.
Wanddicke der Dampfröhren . $= 0,6\ e$ „

Dicke der Kolbenstange:
von Schmiedeisen $= \frac{d}{12}\sqrt{P}$ Centim.
von Gußeisen . $= \frac{d}{10}\sqrt{P}$ „
von Stahl . . $= \frac{d}{20}\sqrt{P}$ „

Höhe der Kolbenliederung . . $= 0,04\ d + 4$ „
Länge des Balancier . . . . $= 3 \times$ Hub. „
Höhe „ „ in der Mitte $= 0,8\ d$
„ „ „ an den Enden $= 0,3\ d$
Dicke der mittleren, oberen und untern Nerve . . . . $= 0,05\ d$
Breite der liegenden Nerven . $= 0,10\ d$

Ueber Kurbel und Schubstange siehe S. 175 und 176, über die Welle S. 165, über das Schwungrad S. 211.

Anmerkung. Bei sämmtlichen Maschinen sind die Dimensionen der Theile immer nach dem Maximum des Effektes zu bestimmen, welchen sie

zu leisten haben. Bei Expansionsmaschinen ist insbesondere zu bemerken, daß derjenige Druck bei Beurtheilung der Festigkeitsverhältnisse maßgebend ist, den der Dampf vor der Absperrung ausübt, da dieser größer ist als der mittlere Druck eines Kolbenhubes.

XXIII. Ueber die nützliche Leistung der Wärme bei Dampfmaschinen.

1. Mechanisches Aequivalent der Wärme. Wenn ein Körper Wärme aufnimmt, so dehnt er sich aus. Nun hangen die Atome des Körpers durch gewisse Kräfte unter einander zusammen, oder werden durch äußere Pressungen zusammengehalten. Bei der Ausdehnung hat also die Wärme jene Kräfte als Widerstände längs kleiner Wege zu überwinden; folglich verrichtet die Wärme dabei mechanische Arbeit.

Wenn Wasser in Dampf übergeht, so wird das Volumen bedeutend vergrößert. Der neue gasförmige Zustand steht nun so weit vom frühern flüssigen ab und hat so veränderte Eigenschaften, daß nur ein großer Aufwand von Arbeit ihn herbeiführen konnte. Diese Arbeit ist aber Wärme. Sie tritt in zwei Theilen auf; der eine Theil ist die innere Arbeit, welche zur Auflösung des früheren Zustandes verwendet wird; der andere Theil ist die äußere Arbeit, welche der Dampf bei Ueberwindung äußerer Widerstände, wie bei Dampfmaschinen, verrichten kann.

Die Summe aus der innern und äußern Arbeit, welche eine und dieselbe Wärmequantität in irgend einem Körper entwickelt, ist constant, d. h. sie ist unabhängig von der Substanz, unabhängig vom äußern Zustand der Substanz und unabhängig von der Art der Wärmequelle. Dagegen ist das Verhältniß zwischen der innern und äußern Arbeit der Wärme für verschiedene Stoffe, verschiedene Temperaturen 2c. ungleich.

Die absolute Arbeit, welche eine Calorie Wärme leistet, wird von den Physikern ihr mechanisches Aequivalent genannt. Dieses Aequivalent ist:

nach	Rumford . . .	425	Kilogramm-Meter
„	Joule	423,5	„ „
„	Person . . .	424	„ „
„	Kupfer . . .	453	„ „
„	Holzmann . .	420	„ „

Nehmen wir das mechanische Aequivalent zu 425 Kil.-Meter an, so heißt dieß: Eine Calorie Wärme, in mechanische Arbeit umgesetzt, ist im Stande, ein Gewicht von 425 Kilogramm auf eine Höhe von 1 Meter zu heben, oder: die mechanische Arbeit, welche verrichtet werden muß, um ein Gewicht von 425 Kil. einen Meter hoch zu heben, kann eine Calorie Wärme erzeugen.

2. Theoretische Arbeit des Dampfes. Ein Kilogramm Dampf von $1\frac{1}{4}$ Atmosphäre, wie derselbe bei Watt'schen Niederdruckmaschinen angewendet wird, kann theoretisch eine Arbeit von 17885 Kil.-Meter (Tabelle XXX.) verrichten. Wenn die Temperatur des Speisewassers 50° ist, so nimmt jedes Kilogramm Wasser, um in Dampf überzugehen, 650 — 50 = 600 Calorien auf. Dieser Wärme entspricht eine absolute Arbeit von 600 × 425 Kil.-Metern. Das Verhältniß zwischen der theoretischen Arbeit des Dampfes und der entsprechenden Arbeit der Wärme ist somit

$$\frac{17885}{600 \times 425} = 0{,}07$$

d. h. wenn der Dampfkessel alle Wärme des Brennstoffes dem Wasser zuführen und die Dampfmaschine alle Wirkung des Dampfes in nützliche Arbeit verwandeln würde, so könnte diese Maschine ohne Expansion nicht mehr als 7 Procent von der gesammten Wärme nutzbar machen.

4. Nützliche Arbeit des Dampfes. Da nun aber von der gesammten Wärme, welche im Kesselofen entwickelt wird, nur circa 70 Procent in's Wasser eindringen, da ferner von der Arbeit des Dampfes im Cylinder nur circa 50 Procent nützlich sind, so ist die wirkliche Arbeit des Dampfes

$$0{,}07 \times 0{,}70 \times 0{,}50 = 0{,}0245$$

von der theoretischen, d. h. vom gesammten Wärmeaufwand sind bloß $2\frac{1}{2}$ Procent nützlich; $97\frac{1}{2}$ Procent gehen für die Zwecke der Arbeit verloren. — Bei Maschinen mit Expansion und Condensation beträgt die nützliche Leistung der Wärme höchstens 4 Procent von der totalen Leistung.

Tabelle XXXIII.

Dimensionen Watt'scher Niederdruckmaschinen.

Anzahl Pferdekräfte.	Geschwindigkeit des Kolbens.	Diameter des Cylinders.	Kolbenfläche per Pferd.	Hubhöhe.	Anzahl Umdrehungen per Minute.	Dampfmenge per Pferdekraft in der Stunde
	Meter.	Meter.	□Centim.	Meter.		Kil.
4	0,90	0,297	175	0,90	30,0	42
6		0,363	170		30,0	41
8		0,398	158	1,20	25,0	40
10	1,00	0,445	156		25,0	40
12		0,488	155	1,25	24,0	39
14		0,527	152		24,0	38
16		0,538	146	1,40	23,6	38
20	1,10	0,601	142		22,0	37
24		0,658	140	1,50	22,0	37
28		0,695	138	1,70	20,3	36
30	1,15	0,720	136	1,90	18,2	35
36		0,788	130		18,2	34
40		0,797	125	2,10	17,85	33
45	1,25	0,845	123		17,85	33
50		0,891	122	2,25	16,70	32
60		0,976	121		16,70	32
70		1,034	120		15,95	31
80	1,30	1,105	120	2,45	15,95	31
90		1,172	120		15,95	30
100		1,235	120		15,95	30

Tabelle XXXIV.

Hochdruckmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation.

Anzahl Pferdekräfte.	Geschwindigkeit des Kolbens	Hubhöhe.	Anzahl Umdrehungen per Minute.	Durchmesser des Dampfcylinders		
				für 6 Atm.	für 5 Atm	für 4 Atm.
	Meter.	Meter.		Centm.	Centm.	Centm.
2	0,9	0,40	67,5	11,3	12,6	14,8
4		0,48	56	14,7	17,9	20,6
6		0,54	50	18,8	21,3	24,5
8	1,0	0,60	50	21,3	23,8	27,8
10		0,64	47	23,3	26,2	30,4
12		0,67	45	25,0	28,3	32,6
14	1,1	0,73	44	26,3	29,5	34,5
16		0,76	43	27,5	31,1	36,5
18		0,79	42	28,6	32,3	37,9
20	1,2	0,84	42	29,7	33,3	39,0
24		0,90	40	31,8	35,7	41,6
28		0,95	39	33,4	37,7	44,6
32	1,3	1,00	39	35,2	39,4	46,1
36		1,05	37	36,7	41,2	48,1
40		1,10	35	38,1	42,9	49,7
50	1,35	1,20	34	41,7	46,6	54,5
60		1,30	31	45,6	49,7	58,4
70		1,40	29	47,0	52,8	61,7
80	1,45	1,50	29	49,2	55,7	64,9
90		1,60	27	51,6	58,1	68,7
100		1,70	26	54,3	61,4	72,5

Tabelle XXXV.

Hochdruckmaschinen mit Expansion ohne Condensation.

Anzahl Pferdekräfte.	Geschwindigkeit des Kolbens.	Hubhöhe.	Anzahl Umdrehungen per Minute.	Durchmesser des Cylinders für 6 Atm. und einer 2fachen Expansion.	Durchmesser des Cylinders für 6 Atm. und einer 3fachen Expansion.	Durchmesser des Cylinders für 6 Atm. und einer 4fachen Expansion.	Durchmesser des Cylinders für 5 Atm. und einer 2fachen Expansion.	Durchmesser des Cylinders für 5 Atm. und einer 3fachen Expansion.
	Meter.	Meter.		Centm.	Centm.	Centm.	Centm.	Centm.
4	0,90	0,70	38,5	18,3	20,7	23,0	20,6	22,4
6				22,4	25,3	28,2	25,2	28,7
8		0,80	33,7	25,9	29,3	32,6	29,1	33,1
10	1,00			27,5	31,0	34,5	30,9	35,1
12		0,90	33,3	30,1	34,0	37,8	33,8	38,5
14				32,5	36,7	40,9	36,3	41,6
16		1,00	30,0	34,8	39,3	43,7	39,1	44,4
18	1,10			35,1	39,7	44,2	39,5	44,9
20		1,10	30,0	37,1	41,9	46,6	41,7	47,4
24		1,15	28,7	40,6	45,9	51,0	45,6	51,9
26	1,15			41,3	46,7	52,0	46,4	52,8
28		1,20	28,7	42,9	48,4	54,0	48,2	54,8
30				44,4	50,2	55,8	49,9	56,8
36		1,30	26,6	48,6	55,0	61,2	54,6	62,2
40	1,25		28,8	49,2	55,6	61,8	55,2	62,8
45		1,40	26,8	52,2	58,9	65,4	58,6	66,6
50				55,0	62,1	69,1	61,8	70,2
60		1,50	25	60,2	68,0	75,7	67,6	77,0
70	1,30		26	63,8	72,0	80,2	71,6	81,5
80		1,60	24,4	68,2	77,0	85,7	76,6	87,2
90				72,3	81,7	91,0	81,3	92,4
100				76,2	86,2	95,8	85,7	97,4

Tabelle XXXVI.

Hochdruckmaschinen mit 6facher Expansion und Condensation.

Anzahl Pferdekräfte.	Geschwindigkeit des Kolbens.	Hubhöhe für Maschinen.		Anzahl Umdrehungen per Minute.		Durchmesser des Cylinders für	
		ohne Balancier.	mit Balancier oder oscillirend.	ohne Balancier.	mit Balancier oder oscillirend.	5 Atm.	4 Atm.
	Meter.	Meter.	Meter.			Centm.	Centm.
4	0,9	0,7	0,9	38,5	30,0	23,3	26,2
6	0,9	0,7	0,9	38,5	30,0	28,5	32,0
8	0,9	0,8	1,2	33,7	22,5	32,9	37,0
10	1,0	0,8	1,2	33,7	25,0	33,9	38,2
12	1,0	0,9	1,25	33,3	24,0	37,2	41,8
14	1,0	0,9	1,25	33,3	24,0	40,1	45,1
16	1,0	1,0	1,4	30,0	21,4	42,4	48,3
18	1,1	1,0	1,4	30,0	23,6	43,4	48,8
20	1,1	1,1	1,5	30,0	22,0	44,5	50,1
22	1,1	1,1	1,5	30,0	22,0	46,7	52,5
24	1,1	1,15	1,5	28,7	22,0	48,8	54,8
26	1,15	1,15	1,7	28,7	20,3	49,7	55,8
28	1,15	1,2	1,7	28,7	20,3	51,6	57,9
30	1,15	1,2	1,9	28,7	18,1	52,0	58,4
36	1,15	1,3	1,9	26,0	18,1	57,0	64,0
40	1,25	1,3	2,1	28,8	17,8	57,6	64,7
50	1,25	1,4	2,25	26,8	16,7	64,4	72,3
60	1,25	1,5	2,25	25,0	16,7	70,5	79,2
70	1,3	1,5	2,45	26,0	15,6	74,7	84,0
80	1,3	1,6	2,45	24,4	15,9	79,8	89,8
90	1,3	1,6	2,45	24,4	15,9	84,6	95,2
100	1,3	1,6	2,45	24,4	15,9	89,2	100,5

Tabelle XXXVII.

Woolf'sche Maschinen mit Expansion und Condensation.

Anzahl Pferdekräfte.	Geschwindigkeit		Hubhöhe		Anzahl Umdrehungen per Minute.	Durchmesser der Cylinder			
						für 4,5 Atm.		für 3,5 Atm.	
	des größern Kolbens.	des kleinern Kolbens.	des größern Kolbens.	des kleinern Kolbens.		Kleiner Cylinder.	Großer Cylinder.	Kleiner Cylinder.	Großer Cylinder.
	Meter.	Meter.	Meter.	Meter.		Centm.	Centm.	Centm.	Centm.
4	0,9	0,675	0,9	0,675	30	14,6	28,2	17,4	29,6
6	0,9	0,675	0,9	0,675	30	17,7	34,2	21,1	35,8
8	1,0	0,750	1,0	0,750	30	19,2	37,1	22,9	38,9
10	1,0	0,750	1,0	0,750	30	21,4	41,4	25,4	43,2
12	1,0	0,750	1,1	0,825	27,3	23,2	44,8	27,6	46,9
16	1,0	0,825	1,2	0,900	27,3	26,3	50,9	31,3	53,1
20	1,1	0,825	1,3	0,975	25,4	27,6	53,4	32,8	55,8
24	1,1	0,825	1,3	0,975	25,4	29,7	57,5	35,4	60,1
30	1,15	0,865	1,6	1,200	21,6	31,8	61,5	37,8	64,2
36	1,15	0,865	1,6	1,200	21,6	34,2	66,1	40,5	68,8
40	1,25	0,938	1,7	1,275	22,1	34,0	65,8	40,4	68,6
50	1,25	0,938	1,8	1,350	20,8	38,0	73,5	45,2	76,9
60	1,25	0,938	1,8	1,350	20,8	41,6	80,5	49,4	84,0
80	1,30	0,975	2,0	1,500	19,5	47,0	91,0	56,0	93,3
100	1,30	0,975	2,1	1,575	18,6	52,6	103,2	62,6	106,5
120	1,30	0,975	2,1	1,575	18,6	57,7	111,5	68,5	116,3

Anmerkung. Diese Tabellen sind, mit Ausnahme der zweiten, nach Morin.

Nr. 41.

Von den Dampfschiffen.

1) Form der Schiffe. Legt man durch das Schiff horizontale Durchschnittsebenen, so schneiden sie die Oberfläche des Schiffes längs krummer Linien, welche Wasserlinien genannt werden. Legt man Querschnittsebenen senkrecht auf die Längenaxe des Schiffes, so schneiden diese die Schiffsoberfläche längs krummer Linien, welche man Spanten nennt.

Bei der Feststellung der Schiffsform müssen etwa 6 Wasserlinien in gleichen Abständen und etwa 12 Spanten in ebenfalls gleichen Abständen bestimmt werden, aus deren Zusammenstellung sich die Schiffsform ergibt.

Die Hauptverhältnisse eines Schiffes beziehen sich auf seine Länge, Breite, Höhe und Tiefgang.

Für Meerschiffe beträgt die Länge gewöhnlich das 6- bis 7fache, bei Landseeschiffen das 8fache und bei Flußschiffen das 9- bis 12fache der Breite.

Die Höhe der Landseeschiffe (vom Kiele bis zum Verdecke) ist circa 0,5 von der Breite. Bei Flußschiffen kann man mit der Höhe bis auf 0,4 und bei Meerschiffen bis auf 0,6 der Breite gehen.

2) Tragfähigkeit eines Schiffes. Nach Nr. 28

wird ein jeder Körper, welcher in Wasser gesetzt wird, so weit darin eintauchen, daß das Wasserquantum, welches der eingesenkte Theil des Körpers verdrängt, an Gewicht demjenigen des ganzen Körpers selbst gleich kommt. Um also im Voraus berechnen zu können, wie tief ein gewisses Schiff geht, muß man nicht nur wissen, wie viel das ganze Schiff mit allen seinen Theilen wiegt, sondern auch ganz genau die äußere Gestalt des untern Schiffstheiles kennen. Dieß geschieht, indem man die Länge des Schiffes in eine beliebige Anzahl gleicher Theile theilt, die verschiedenen durch die Theilungspunkte gezogenen Querdurchschnitte aufmißt, und die Flächeninhalte derselben bis zu einem gewissen Tiefgange berechnet. Da die Querdurchschnitte der Schiffe gewöhnlich bloß im Vorder- und Hinterschiffe sehr von einander verschieden, diejenigen des mittlern Schiffstheiles einander hingegen beinahe gleich sind, so theilt man, um die Rechnung so viel als möglich zu erleichtern, und um doch zu einem genauen Resultate zu kommen, das Schiff seiner Länge nach in drei oder mehrere Portionen, berechnet jede derselben besonders, und nimmt bei den an den Vorder- und Hintersteven angrenzenden eine größere Anzahl von Querdurchschnitten als bei den übrigen an.

Es sey z. B. das Quantum Wasser zu berechnen, welches ein Schiff von 54 Meter Länge versetzt, wenn es 1 Meter tief geht. Die Länge des Schiffes sey in 12 gleiche Theile eingetheilt, und die Flächeninhalte der dadurch erhaltenen Querdurchschnitte, bis auf diesen Tiefgang gerechnet, seyen folgende:

A = 0	H = 6,93 $\square^{m}$.
B = 1,12 $\square^{m}$.	I = 6,64 „
C = 2,77 „	K = 6,45 „
D = 4,29 „	L = 6,38 „
E = 5,34 „	M = 5,56 „
F = 5,89 „	N = 0.
G = 6,31 „	

Da die Entfernung zwischen je zwei Querdurchschnitten $\frac{54}{12} = 4{,}5$ Meter beträgt, so ist der Cubikinhalt des versetzten Wassers bei 1^m Tiefgang $= \frac{1}{3} \times 4^m{,}5 \; [0 + 2\,(2{,}77 + 5{,}34 + 6{,}31 + 6{,}64 + 6{,}38) + 4 \times (1{,}12 + 4{,}29 + 5{,}89 + 6{,}93 + 6{,}45 + 5{,}56] = 263{,}76$ Cub.-Met. und da 1 Cub.-Met. 1000 Kilogr. wiegt, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers 263,76 Tonnen.

Um nun die Wasserversetzung dieses Schiffes für einen größern Tiefgang auch zu bestimmen, kann man entweder alle Querdurchschnitte von neuem auf dieselbe Weise, oder hingegen bloß die Flächeninhalte einiger der ganzen Länge des Schiffes nach gezogenen Horizontaldurchschnitte berechnen. Ist z. B. der Flächeninhalt des Horizontaldurchschnittes bei 1 Meter Tiefgang $= 345 \,\square^m$, derjenige bei $1^m{,}2$ Tiefgang $= 357 \,\square^m$ und der bei $1^m{,}4$ Tiefgang $= 366 \,\square^m$, so wird der zwischen den Horizontaldurchschnitten von 1^m und $1^m{,}2$ Tiefgang enthaltene Cubikinhalt

$$= \frac{345 + 357}{2} \times 0^m{,}2 = 70{,}2 \text{ Cub.-Meter}$$

und der zwischen den Horizontaldurchschnitten von 1^m und $1^m{,}4$ Tiefgang sich befindende

$$= \frac{345 + 2 \times 357 + 366}{2} \times 0^m{,}2 = 142{,}5 \text{ Cub.-Meter,}$$

daher die totale Wasserversetzung auf $1^m{,}2$ Tiefgang $= 263{,}76 + 70{,}2 = 333{,}96$ Cub.-Met. oder Tonnen und diejenige auf $1^m{,}4$ Tiefgang $= 496{,}26$ Cub-Meter oder Tonnen betragen.

Ferner wird das Gewicht sein, welches den Tiefgang des Schiffes um 1 Centimeter vergrößert

bei 1^m	Tiefgang	$- 345 \times 0{,}01 = 3{,}45$ Cub.-Met.,	gibt 3450 Kil.
„ $1^m{,}2$	„	$- 357 \times 0{,}01 = 3{,}57$ „	„ 3570 „
„ $1^m{,}4$	„	$- 366 \times 0{,}01 = 3{,}66$ „	„ 3660 „

Frage. Das nämliche Schiff gehe leer $1^m{,}32$ tief. Wie tief wird es gehen, wenn es mit 18 Tonnen Gütern beladen wird?

Antwort. 18 Tonnen = 18000 Kilogramm. Auf diesem Tiefgang sinkt das Schiff mit circa 3620 Kil. per 1 Centim., folglich mit 18000 Kil. um 4,97 Centimeter. Es wird daher das Schiff beladen einen Tiefgang von $1^m{,}37$ haben.

Die Regel, nach welcher von den englischen Beamten zur Bestimmung des zu entrichtenden Tonnengeldes die Tonnenlast (tonnage) eines Schiffes berechnet wird, ist für englische Maaße folgende:

Man vervielfache seine größte Breite mit sich selbst, und ferner noch mit der halben Länge seines Kieles, und theile das Produkt durch 94, so erhält man die Anzahl Tonnen, welche das Schiff tragen kann.

Man sieht jedoch, daß zufolge dieser Regel alle Schiffe von gleicher Länge und Breite, welche Construktion sie auch haben mögen, das nämliche Tonnengeld bezahlen müssen, obschon die vollgebauten Schiffe weit mehr Güter laden können, als die scharfgebauten.

Eine viel genauere Regel ist folgende von Chapman für engl. Maaße:

Man messe den Tiefgang des Schiffes auf, wenn dasselbe unbeladen, und ferner, wenn es beladen ist, vervielfache den Unterschied dieser zwei Tiefgänge mit der größten Breite des Schiffes und noch mit seiner doppelten Länge und theile das Produkt durch

105, wenn das Schiff überall fast den nämlichen Querdurchschnitt hat,
110, wenn das Schiff vollgebaut, und durch
115, wenn es scharf gebaut ist.

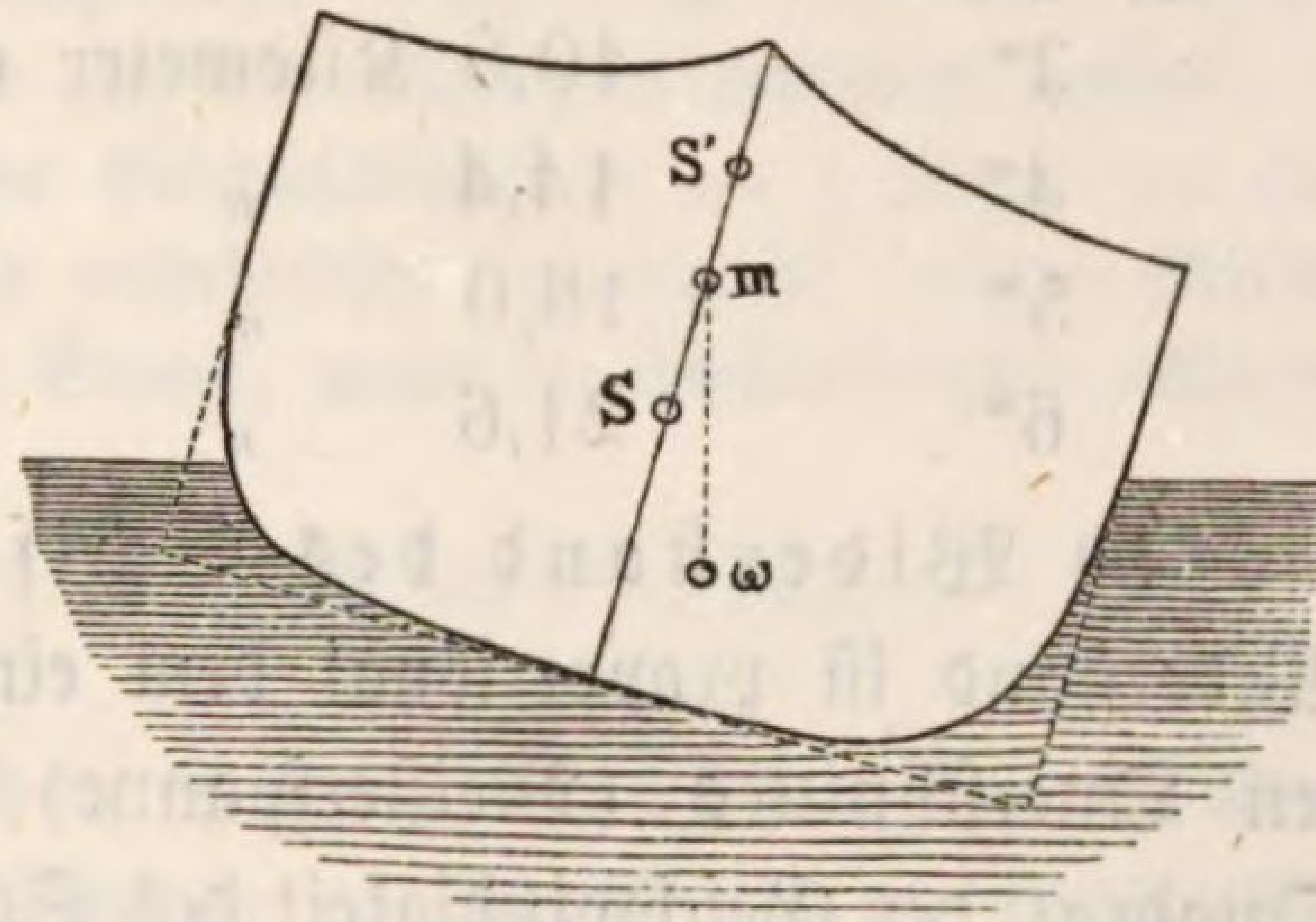
Beispiel. Es sey der Tiefgang eines vollgebauten Schiffes in unbeladenem Zustande = 6 Fuß vorne und 6′ 4″ hinten, in beladenem Zustande 9′ 8″ vorne, 9′ 10″ hinten; die Länge des Schiffes = 192 Fuß und seine größte Breite = 28 Fuß. Der Unterschied der Tiefgänge wird seyn:

$$= \frac{9'\ 8'' + 9'\ 10''}{2} - \frac{6' + 6'\ 4''}{2} = 3'\ 7'' = 3',68$$

Daher die Anzahl von Tonnen, welche das Schiff geladen hat:

$$= \frac{3',68 \times 28' \times 2 \times 192}{110} = 350 \text{ tons.}$$

3) Stabilität des Schiffes. Das Schiff schwimmt in Bezug auf seine Längenrichtung mit Sicherheit, wenn der Schwerpunkt des Schiffes und der Schwerpunkt des verdrängten Wassers im gleichen Querschnitt liegen.



Die Stabilität in der Querrichtung unterliegt folgender Bedingung. Es sey ss' die Verticalachse des Querschnittes, welcher den Schwerpunkt s des Schiffes enthält; w sey der Schwerpunkt des verdrängten Wassers. Die Verticale w m schneidet die Achse in einem Punkte m, welcher **Metacentrum** genannt wird. Wenn das Metacentrum über dem Schwerpunkt des Schiffes liegt, so schwimmt das Schiff mit Stabilität, d. h. es kehrt aus der schiefen Lage in die vertikale zurück. Wenn aber bei einer gewissen Neigung des Schiffes dessen Schwerpunkt über dem Metacentrum zu liegen kömmt, etwa in s', so muß das Schiff umwerfen. Je niedriger der Schwerpunkt s des Schiffes liegt, desto eher wird das Metacentrum über ihm liegen und desto mehr Neigung hat das Schiff, wenn es vom Winde oder aus irgend einer anderen Ursache auf die Seite gestoßen wird, in seine senkrechte Stellung zurückzukommen, und desto größer ist also dessen Stabilität. Man sucht deßhalb immer den Schwerpunkt des beladenen Schiffes möglichst tief zu bringen und bewerkstelligt solches bei geringer Ladung durch Einsetzen von Ballast.

4) **Geschwindigkeit des Schiffes.** Die meisten Schiffe bewegen sich im ruhigen Wasser mit 3^m bis 5^m Geschwindigkeit per Sekunde. Eine Geschwindigkeit von 6^m muß schon als eine sehr große angesehen werden.

Es sind diese Geschwindigkeiten:

per Sekunde	per Stunde				
3ᵐ	10,8	Kilometer	oder	$6^3/_4$	engl. Ml.
4ᵐ	14,4	"	"	9	" "
5ᵐ	18,0	"	"	$11^1/_4$	" "
6ᵐ	21,6	"	"	$13^1/_2$	" "

5) **Widerstand des Schiffes im Wasser.** Dieser Widerstand ist proportional dem eingetauchten Theil des größten Querschnittes (Meisterspanne) des Schiffes, sowie dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffes. Bezeichnet deßhalb:

s den eingetauchten größten Schiffsquerschnitt, in □Met.,

v die Geschwindigkeit des Schiffes in Metern, und

k den Widerstand, welchen ein Schiff vom 1□ᵐ eingetauchtem Querschnitt bei einer Geschwindigkeit = 1ᵐ findet, so ist

der Schiffswiderstand . . . . = $k s v^2$ Kilogramm.

Arbeit zur Ueberwindung desselben = $k s v^3$ Kilogr.-Meter.

Wenn zwei Schiffe gleichen Querschnitt haben, es ist aber das eine länger als das andere, so ist auch die benetzte Oberfläche, also die Reibung des Wassers beim längern größer als beim kürzern. Daher kommt es, daß der Widerstand k für Flußschiffe und Landseeschiffe größer ist als für Meerschiffe. Durchschnittlich ist

bei Meerschiffen . . k = 6 Kil.

" Landseeschiffen . k = 11 "

" Flußschiffen . . k = 14 "

Die Arbeit zur Fortschaffung des Schiffes wächst mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit. Hat ein Dampfschiff z. B. bei einer Geschwindigkeit von 1ᵐ einen Effekt von 20 Pferden nöthig, so ist dieser Effekt für 5ᵐ Geschwindigkeit 5 × 5 × 5 oder 125 mal größer, als 2500 Pferde. Man sieht hieraus, warum es nicht möglich ist, einem Schiffe jede beliebig große Geschwindigkeit zu geben.

Bewegt sich ein Schiff gegen eine Strömung, so muß die Summe aus den Geschwindigkeiten des Schiffes und des Stromes, bewegt es sich

mit der Strömung, die Differenz dieser Geschwindigkeiten für v bei Berechnung des Schiffswiderstandes und des Effektes in Rechnung kommen.

Soll z. B. ein Schiff eine Geschwindigkeit $v = 4$ Meter per Sekunde haben, so verhält sich die erforderliche Leistung im ruhigen Wasser, mit dem Strom und gegen den Strom, wenn die Geschwindigkeit desselben $= 2$ Meter ist, wie:

$$4^3 : (4 - 2)^3 : (4 + 2)^3 = 8 : 1 : 27.$$

6) Dimensionen der Schaufelräder. Da die Umfangsgeschwindigkeit der Schaufeln größer ist als die Geschwindigkeit des Schiffes, so muß bei wiederholtem Eintauchen der Radschaufeln beständig ein Wasserkörper zurückweichen, mit einer Geschwindigkeit, gleich dem Unterschied der genannten Geschwindigkeiten. Der Querschnitt dieses Wasserkörpers ist gleich den zu beiden Seiten des Schiffes vertikal eingetauchten Schaufelflächen. Bezeichnet:

v_1 die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser zurückweicht,
s_1 die Summe zweier vertical eingetauchter Schaufelflächen,
$k_1 = 125$ Kil. den Widerstand, welchen eine Fläche $s_1 = 1 \square^m$ bei einer Geschwindigkeit $v' = 1^m$ findet,

so ist der Druck, welchen die Radflächen gegen das Wasser ausüben $= k_1 s_1 v_1^2$. Setzt man diesen Druck gleich dem Schiffswiderstand $k s v^2$, so folgt

$$\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{k s}{k_1 s_1}}$$

Gewöhnlich ist $v_1 = 0{,}45\, v$; folglich wird die Summe zweier Radschaufeln

bei Meerschiffen . .	0,24	vom eingetauchten
„ Landseeschiffen .	0,44	größten Querschnitt
„ Flußschiffen . .	0,56	des Schiffes.

Wenn D den Durchmesser der Räder und

n die Anzahl Umdrehungen derselben per Minute bezeichnet, so ist

$$n = 60 \frac{v + v'}{D \pi}$$

Es ist vortheilhaft, die Breite der Schaufeln so groß anzunehmen, als es die Breite des Fahrwassers oder sonstige Umstände gestatten. Die Schaufeln sollen in keinem Falle so tief seyn, daß die Geschwindigkeit des innern Umkreises geringer wird, als die Geschwindigkeit des Schiffes. Gewöhnlich wird die Schaufeltiefe zu $^1/_6$ à $^1/_8$ des äußern Durchmessers der Räder angenommen.

Der Durchmesser der Räder richtet sich nach der über das Wasser hervorragenden Höhe des Schiffes und zwar wird der innere Halbmesser nahe gleich dieser Höhe gemacht.

7) Kraft der Dampfmaschine für Schaufelräder. Der Druck, womit die Radschaufeln gegen das Wasser wirken, ist gleich dem Schiffswiderstand, also gleich $k\,s\,v^2$. Dieser Druck, von der Dampfmaschine ausgehend, legt am Umfang der Räder per Sekunde den Weg $v + v'$ zurück; also ist die Arbeit, welche die Maschine an die Räder übertragen muß

$$k\,s\,v^2\,(v + v') \text{ Kilogramm-Meter.}$$

Die Arbeit $k\,s\,v^3$, welche zur Ueberwindung des Schiffswiderstandes verwendet wird, verhält sich zur Arbeit der Maschine, wie $v : v + v'$, also gewöhnlich wie 100 : 145. Vom Effekte der Maschine werden somit $^{100}/_{145}$ oder $^7/_{10}$ nützlich verbraucht, die übrigen $^3/_{10}$ gehen durch den Stoß der Schaufeln gegen das Wasser verloren.

Nach diesen Annahmen soll für jeden □^{m} des eingetauchten Querschnitts die Dampfmaschine eines Flußschiffes eine Stärke haben von

Pferden	7	16	31	54
für die Geschwindigkeiten .	3^m	4^m	5^m	6^m

Da die Amerikaner verhältnißmäßig sehr schnell fahren, so geben sie ihren Schiffen öfters Dampfmaschinen, welche 50 Pferde auf 1 □^{m} des Querschnittes s leisten können.

Beispiel. Wie groß ist die erforderliche Dampfkraft, um ein Landseeschiff mit einer Geschwindigkeit von 5^m per Sekunde zu bewegen, wenn sein eingetauchter Querschnitt 7 □^{m} und zwei Radschaufeln 2,8 □^{m} haben?

Antwort. Verhältniß zwischen der Geschwindigkeit des zurückreichenden Wassers und der Schiffsgeschw. $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{11 \,.\, 7}{125 \,.\, 2{,}8}} = 0{,}469$

Umfangsgeschwindigkeit der Räder $v + v' = 5 + 5 \,.\, 0{,}469 = 7{,}345$ □^{m}

Arbeit der Dampfmaschine in Pferden $\frac{11 : 7 \,.\, 5^2 \,.\, 7{,}345}{75} = 188{,}3$

Verhältniß zwischen der nützlichen Arbeit und der Arbeit der Dampfmaschine . . . . $\frac{5}{7{,}345} = 0{,}68$

Wenn der Durchmesser des Rades angenommen wird . . $= 5^m$

so ist die Anzahl Umdrehungen desselben $n = \frac{60 \,.\, 7{,}345}{5 \,.\, 3{,}14} = 28$

Von den Schraubendampfschiffen.

Bei den seit etwa zehn Jahren so sehr in Aufnahme gekommenen Schraubendampfschiffen sind die Ruderräder durch eine Schraube ersetzt, welche unter dem hintern Theile des Schiffes angebracht ist, und zwar so, daß ihre Achse parallel zur Längenrichtung des Schiffes und ungefähr um den Halbmesser der Schraube über dem Kiele liegt. Diese Achse tritt durch die hintere Wand, vermittelst einer Stopfbüchse, in den Schiffsraum und wird durch eine Kurbelbewegung von der Dampfmaschine aus direkt gedreht, wenn die Anzahl Umdrehungen der Schraube per Minute klein ausfällt. Gewöhnlich ist aber die Anzahl der Umdrehungen der Schraube so groß, daß zwischen der Kurbelwelle und der Schraubenachse eine Räderübersetzung anzubringen ist.

Die Spindel ist mit zwei, vier oder sechs Schraubenflächen in Gestalt von Flügeln versehen, welche zusammen nie einen vollständigen Schraubengang bilden. Dieselben liegen nicht in ununterbrochener Folge, sondern sind nebeneinander gleichförmig um die Peripherie der Spindel vertheilt. Dadurch wird die Schraube kürzer und liefert die gleiche Wirkung.

Es bezeichne:

D den Durchmesser der Schraube,

h die Höhe des Schraubenganges (für eine Windung),

z die Steigung der Schraube an ihrem äußern Umfang,

s_1 den Querschnitt der Schraube, senkrecht zur Achse,

v_1 die Geschwindigkeit, mit welcher die Schraube das Wasser zurückdrängt,

$k_1 = 120$ Kil. den Druck einer Fläche von 1□^{m}, wenn sie sich mit 1^m Geschwindigkeit senkrecht gegen das Wasser bewegt,

n die Anzahl Umdrehungen der Schraube per Minute,

so erhält man folgende Regeln.

1) Steigung der Schraube. Sie ist das Verhältniß zwischen der Höhe eines Schraubenganges und dem Umfang der Schraube, so daß

$$z = \frac{h}{D\pi}$$

Dieses Verhältniß liegt bei den ausgeführten Maschinen zwischen 0,4 und 0,75 und ist also im Mittel 0,57. Dadurch wird das Verhältniß zwischen der Höhe des Schraubenganges und dem Durchmesser im Mittel 1,8.

2) Zurückweichen des Wassers. Die Geschwindigkeit v′, mit welcher das Wasser durch die Schraube zurückgetrieben

wird, kann annähernd berechnet werden durch die Formel

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{k\,s}{k_1\,s_1}(1 + z^2)}$$

3) Anzahl Umdrehungen der Schraube. Würde die Schraube im Wasser gedreht, ohne daß sie einen Widerstand zu überwinden hätte, so müßte sie im Wasser gerade so vorrücken, wie eine gewöhnliche Schraube, welche in eine feste Masse eingedreht wird, nämlich bei jeder Umdrehung um den Weg h, also in der Minute um den Weg n h. Dieser Weg ist aber auch 60 (v + v'); folglich ergibt sich

$$n = 60 \cdot \frac{v + v'}{h}$$

4) Leistung der Dampfmaschine, Der Effekt, womit der Schiffswiderstand überwunden werden kann, ist $k s v^3$ Kilogr.-Meter. Dagegen ist der Arbeitsaufwand der Maschine

$$= \frac{k\,s\,v^2\,(v + v')}{75} \text{ Pferdekräfte.}$$

Somit verhält sich der totale Effekt zum nützlichen, wie v + v' zu v. Damit also der Effektverlust klein ausfällt, muß v' klein seyn. Allein v' wird klein, wenn die Steigung z möglichst klein und der Querschnitt s_1 der Schraube im Verhältniß zum Querschnitt des Schiffes groß ist.

5) Durchmesser der Schraube. Derselbe sollte möglichst groß seyn, damit z klein und s_1 groß angenommen werden könnte. Da aber die Schraube ganz eintauchen und ihr tiefster Punkt nicht unter den tiefsten Punkt des Schiffes kommen sollte, so kann der Durchmesser D kaum größer als die Tauchung des beladenen Schiffes gemacht werden. Deßhalb ist die Schraube nur bei tiefgehenden Schiffen, also insbesondere bei Meerschiffen, zweckmäßig.

Beispiel. Welche Dimensionen sind einer Schraube zu geben, die für ein Meerschiff bestimmt ist von 15 □^{m} eingetauchtem Querschnitt und 2,4^m Tauchung, wenn die Geschwindigkeit des Schiffes höchstens 5^m seyn soll?

Antwort. Durchmesser der Schraube (angenommen) $= 2{,}2^m$

Querschnitt s_1 für $^7/_{10}$ einer Windung $0{,}7 \times \frac{D^2 \pi}{4} = 2{,}66$ □^{m}

Steigung der Schraube (angenommen) . . . . . $Z = 0{,}6$

Folglich Höhe des Schraubenganges . . $h = 0{,}6\ D\ \pi = 4{,}15^m$

Länge der Schraube (längs der Achse) für $^7/_{10}$ einer Windung, wenn 4 Flügel angenommen werden $^7/_{10} \times {}^1/_4 \times 4{,}15 = 0{,}73^m$

Verhältniß der Geschwindigkeiten

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{6\ .\ 15}{120\ .\ 2{,}66}\ (1 + 0{,}36)}\ . = 0{,}62$$

Geschwindigkeit des zurückw. Wassers . . . $5 \times 0{,}62 = 3{,}1^m$

Anzahl Umdrehungen per Minute $n = 60 \times \frac{5 + 3{,}1}{4{,}15} = 117$

Stärke der Dampfmaschine $\frac{6 \times 15 \times 5^2 \times (5 + 3{,}1)}{75} = 243$ Pferde.

Verhältniß des nützlichen und totalen Effektes $\frac{5}{5 + 3{,}1} = 0{,}61$

Nr. 42.

Von den Locomotiven.

I. Von den Locomotiven im Allgemeinen.

Die Hauptbestandtheile einer Locomotive sind: der Wagen, der Dampfapparat und die Dampfmaschine.

Wagen. Jede Locomotive hat zwei, drei oder vier Achsen. Die Räder sind auf die Achsen festgekeilt. Diejenigen Räder, welche von der Maschine aus gedreht werden, heißen Triebräder, die andern Lauf- oder Tragräder. Die Triebräder haben 1,5 bis 2,5, die Tragräder 1 bis 1,2 Meter Durchmesser. Der Rahmen oder das Gestell besteht aus zwei Längenbalken von Eisen oder Holz, welche an den Enden durch Querstücke, die Bufferbalken, festverbunden sind. Dieser Rahmen hängt an Federn, welche vermittelst der Achsengabeln auf den Achsenzapfen aufliegen.

Dampfapparat. Derselbe besteht aus der Feuerbüchse oder dem Feuerkasten, in welchem die Verbrennung statt findet; aus dem Kessel, welcher die Rauchröhren enthält; dem Rauchkasten und dem Kamin.

Der Feuerkasten ist ein viereckiger Raum. Den Boden

desselben bildet der Rost. Damit die Wände dieses Kastens nicht verbrennen, sind dieselben zu beiden Seiten und auf der Rückseite doppelt, so daß zwischen je zwei Wänden eine Wasserschichte von 8 bis 10 Centim. Dicke Platz findet. Die Rauch- oder Siedröhren, durch welche die heiße Luft zieht, um aus der Feuerbüchse in den Rauchkasten und das Kamin zu gelangen, haben 4 bis 5 Centim. innern Durchmesser. Ihre Zahl wechselt von 100 bis 180. Dadurch bietet der Kessel bei geringem Volumen eine möglichst große Heizfläche dar. Die obersten dieser Röhren, sowie die Dicke der Feuerbüchse, müssen immer unter Wasser stehen. Die Rauchkammer ist viereckig; ihre Fortsetzung nach oben bildet das Kamin, dessen höchster Punkt circa 4 Meter über den Bahnschienen liegt. Wegen der engen Rauchröhren und des niedern Kamins muß der Zug dadurch vergrößert werden, daß man den Dampf, der aus den Dampfcylindern kommt, mit angemessener Geschwindigkeit durch den Schornstein ausströmen läßt.

Der ganze Dampfapparat ist mit dem Rahmen starr verbunden.

Maschine. Dieselbe arbeitet immer mit Hochdruck ohne Condensation und gewöhnlich ohne oder aber dann mit schwacher Expansion. Die beiden Dampfcylinder liegen unter dem Rauchkasten, entweder innerhalb oder außerhalb des Rahmens und sind mit dem Rahmen fest verbunden. Die Cylinder liegen gewöhnlich horizontal oder wenig geneigt. Die hin- und hergehende Bewegung der Dampfkolben wird durch Schubstangen und Kurbeln, welche auf einer Treibradachse befestigt sind, in eine drehende Bewegung dieser Achse verwandelt. Die Kurbeln sind rechtwinkelig zu einander gestellt, so daß der Kolben des einen Cylinders in der Mitte des Hubes steht, während der andere das Ende des Hubes erreicht. Dadurch

und wegen der großen Masse der Locomotive ist ein Schwungrad zur Ausgleichung der Ungleichförmigkeit der Bewegung überflüssig. Die Dampfschieber werden durch excentrische Scheiben, welche auf einer Wagenachse sitzen, hin- und herbewegt. Die Stangen dieser Scheiben können, indem sie vermittelst der Tasche gehoben oder gesenkt werden, die Bewegung des Schiebers vermehren oder vermindern, wodurch mehr oder weniger Dampf in die Cylinder gelangt. Die nämliche Taschenvorrichtung dient aber auch dazu, die Bewegung der Locomotive aus einer vorwärts- in eine rückwärtsgehende zu verwandeln. Die Röhre, welche den Dampf aus dem Kessel in die Cylinder leitet, hat bei der Mündung, welche den Dampf aufnimmt, einen Schieber (Regulator), durch welchen diese Mündung erweitert oder verengt, der Dampfzufluß zur Maschine also vermehrt oder vermindert werden kann. Die Röhren, durch welche der Dampf aus den beiden Cylindern, nachdem er gearbeitet hat, abfließt, vereinigen sich in der Rauchkammer in eine, das Blaserohr, dessen Ausströmungsöffnung erweitert oder verengt werden kann, um die Geschwindigkeit des abfließenden Dampfes und damit die Lebhaftigkeit der Anfachung des Feuers reguliren zu können. Die beiden Speisepumpen, welche dem Kessel das Wasser aus dem Tender (Wagen für Vorrath von Wasser und Brennstoff) zuführen, liegen unter dem Kessel und werden durch Excentrica, welche auf einer Wagenachse ruhen, bewegt.

Das Leistungsvermögen einer vorhandenen Locomotive wird beschränkt: durch die Zugkraft, welche die Locomotive ausüben kann, ohne daß ihre Triebräder auf den Schienen ausgleiten; durch die Querschnitte der Dampfcylinder, wenn die Spannung des Dampfes wegen der Festigkeit des Kessels eine gewisse Grenze nicht überschreiten darf; und durch die

Quantität Dampf, welche der Kessel in der Zeiteinheit produciren kann, also durch die Größe der Heizfläche.

Wenn eine neue Locomotive gebaut werden soll, so wird gewöhnlich zur Bedingung gemacht, daß sie eine bestimmte Last mit gewisser Geschwindigkeit fortziehe und dabei nicht mehr als eine vorgeschriebene Quantität Brennstoff verbrauche.

Im Folgenden bezeichnet:

P die Anzahl Tonnen Gewicht, womit sämmtliche Triebräder auf die Schienen drücken,
F die Reibung der Triebräder auf den Schienen, in Kilogr.,
W Widerstand des Wagenzuges und der Locomotive, in Kilogr.,
N Druck des Dampfes auf den Kolben eines Cylinders, in Kilogr.
R Halbmesser der Triebräder in Metern,
r Kurbellänge, also 2 r die Hubhöhe in Metern,
v die Fahrgeschwindigkeit in Metern per Secunde.

II. Widerstände, welche die Locomotive während der Bewegung zu überwinden hat.

a) Reibung. Die rollende Reibung der Räder auf der Bahn, sowie die Reibung der Achsen und der Maschinentheile der Locomotiven sind von der Geschwindigkeit unabhängig und betragen per Tonne Gewicht:

für die Locomotive . . . . 7,5 Kilogramm,
" " Wagen und den Tender 3 "

b) Erschütterungen. Durch das Rollen der Räder über die Schienen, namentlich über die Schienenstöße, entstehen Erschütterungen in den Wagen. Der dadurch veranlaßte Widerstand, sowie derjenige, welcher durch das Hin- und Herschlängeln der Wagen zwischen den Bahnschienen entsteht, ist der Geschwindigkeit proportional und beträgt per Tonne Gewicht:

für die Locomotive . . . . . 0,55 v Kilogramm,
" " Wagen und den Tender . 0,07 v "

c) Luftwiderstand. Derselbe ist dem größten Querschnitt eines Wagens und dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit proportional und beträgt für jeden □ᵐ Querschnitt

der Locomotive . . . . $0{,}072\ v^2$ Kilogramm,

der Wagen sammt Tender $\frac{1}{4} \times 0{,}072\ v^2$ "

d) Widerstand bei Steigungen. Die Kraft, welche erfordert wird, um eine Last über eine schiefe Ebene hinaufzuziehen, verhält sich zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zur Länge. Steigt die Bahn 1 auf 1000, so erfordert jede Tonne Last 1 Kilogramm Zugkraft.

Beispiel. Ein Wagenzug bestehe aus 15 Wagen à 6 Tonnen Gewicht und à 4 □ᵐ Querschnitt. Die Locomotive habe 6 □ᵐ Querschnitt und sammt dem Wasserinhalt 20 Tonnen Gewicht. Wie groß ist der totale Widerstand auf einer Bahn, welche 5 auf 1000 steigt, bei 10ᵐ Geschwindigkeit?

Die Widerstände ohne Rücksicht auf die Steigung betragen:

Für die Locomotive

Reibung	$7{,}5 \times 20 =$	150	Kilogr.
Erschütterungen ꝛc.	$0{,}55 \times 10 \times 20 =$	110	"
Luftwiderstand	$0{,}72 \times 6 \times 10^2 =$	42	"
Für die Wagen (Gesammtgewicht = 90 Tonnen):			
Reibung	$3 \times 90 =$	270	"
Erschütterungen ꝛc.	$0{,}07 \times 10 \times 90 =$	63	"
Luftwiderstand	$\frac{1}{4} \times 0{,}072 \times 60 \times 10^2 =$	105	"
Widerstand durch die Steigung für die Locomotive und Wagen, also für 110 Tonnen à 5 Kilogramm	$5 \times 110 =$	550	"

Hiernach ist der Widerstand, ohne Steigung, per 1 Tonne Gewicht: für die Locomotive 15,1 Kilogr., für die Wagen 4,87 Kilogr. und für beide 6,73 Kilogr. Die Wiederstände auf horizontaler Bahn verhalten sich hier zum Widerstand der Schwere, wie 740 zu 550. Folglich könnte die Steigung $5 \times \frac{74}{55} = 6{,}73$ auf 1000 betragen, wenn die Steigung so viel Widerstand verursachen sollte, wie die übrigen Widerstande zusammen.

III. Reibung der Triebräder auf den Schienen.

Diese Reibung hängt von dem Drucke P ab, womit die Triebräder gegen die Schienen drücken. Sind zwei oder mehrere Achsen mit derjenigen gekuppelt, welche durch die Maschine gedreht wird, so werden alle Räder dieser Achsen zu Triebrädern.

Bei einer zweiachsigen Locomotive bezeichne A den Druck der zwei Triebräder, B den Druck der zwei Laufräder gegen die Bahn, ferner seyen a und b die Abstände dieser Achsen vom Schwerpunkt der Locomotive, so ist:

$A + B =$ Gewicht der Locomotive und

$Aa = Bb$ als statische Momente am Hebel.

Bei einer ausgeführten Maschine kennt man a, b. So sey $a = 1{,}2^m$; $b = 1{,}8^m$; folglich $\frac{A}{B} = \frac{1{,}8}{1{,}2} = \frac{3}{2}$. Mithin drücken die Triebräder mit $\frac{3}{5}$, die Laufräder mit $\frac{2}{5}$ vom Gewicht der Locomotive gegen die Schienen.

Bei einer dreiachsigen Locomotive zerlege man die Locomotive durch einen Querschnitt, welcher durch die mittlere Achse geht, in zwei Theile, bestimme den Schwerpunkt eines jeden Theils und ermittle die Pressungen, welche der hintere Schwerpunkt auf die hintere und mittlere Achse ausübt; ebenso diejenigen, welche der vordere Schwerpunkt auf die vordere und mittlere Achse ausübt, wodurch sich der Druck auf jede Achse ergibt. Bei einer achträderigen Locomotive ist der Druck auf die beiden vorderen Räderpaare gleich groß; die Vertheilung des Druckes auf jede Achse ergibt sich aus dem Vorangehenden.

Es bezeichne f den Reibungscoefficienten, so ist die Reibung auf den Schienen

$$F = 1000\ Pf\ \text{Kil.}$$

Für ganz trockene Schienen ist . . $f = \frac{1}{4}$

" halbfeuchte Schienen ist . . . $f = \frac{1}{8}$

" nasse oder beschneite Schienen ist $f = \frac{1}{12}$

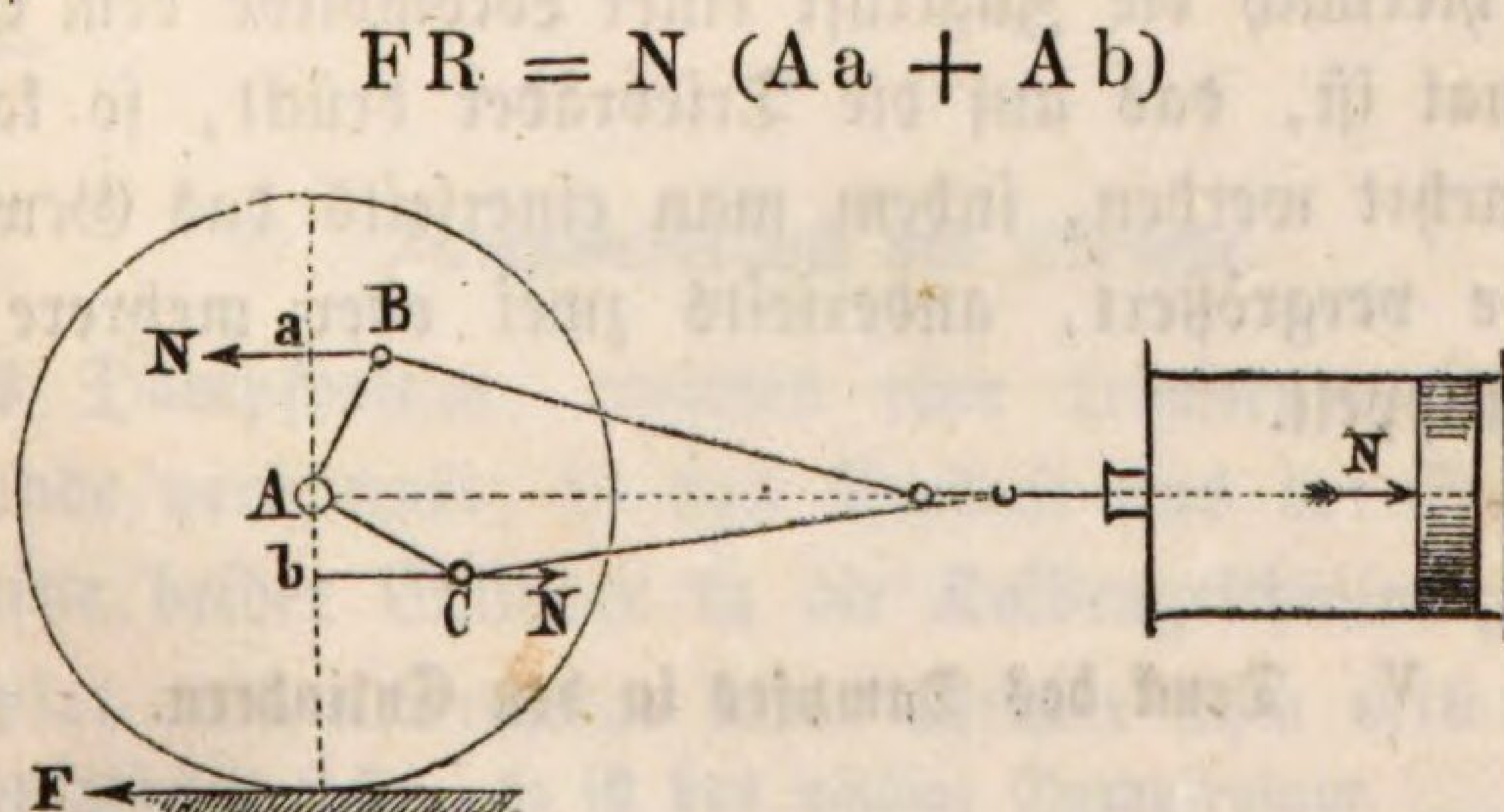
Bei einer neu zu bauenden Maschine wird gewöhnlich $\frac{1}{8}$ in Rechnung gebracht.

IV. Größter Widerstand, den eine Locomotive überwinden kann.

Bei Maschinen ohne Expansion ist der Druck N des Dampfes auf einen Kolben als constant anzusehen. Nun seyen AB und AC die beiden rechtwinkelig zu einander stehenden Kurbeln, auf welche der Dampfdruck N wirkt und ab eine Senkrechte auf die Richtung von N, so sind Aa und Ab die Hebelsarme der Kraft.

Die Reibung F zwischen den Triebrädern und den Schienen hat zum Hebelsarm den Radius R des Rades. Damit die Triebräder nicht ausgleiten, muß F wenigstens so groß seyn, daß

$$FR = N\,(Aa + Ab)$$



Die Hebelsarme Aa und Ab ändern während der Drehung ihre Werthe. Die Summe beider Arme ist ein Maximum, wenn jede Kurbel zur Richtung der Kraft N einen Winkel von 45° bildet, also wenn jeder Arm 0,707 (nämlich sin 45°) von der Kurbellänge r beträgt. Für diesen Fall wird obige Gleichung

$$(1) \qquad FR = 1{,}414\, Nr$$

Nun verrichtet eine Maschine bei einem Hin- und Hergang eine Arbeit $= N \times 4\,r$, also beide Maschinen die Arbeit $N \times 8\,r$. Der Widerstand W consumirt in derselben Zeit, in der er den Weg $2\,R\pi$ zurücklegt, die Arbeit $W \times 2\,R\pi$. Beide Arbeiten sind gleich; folglich

$$(2) \qquad W \times 2R\pi = N \times 8r$$

Wenn man (1) und (2) durch einander dividirt, so folgt

$$W = 0{,}9\, F$$

Damit die Triebräder in der bezeichneten Stellung der Kurbeln nicht ausgleiten, muß die Reibung der Räder $^{10}/_{9}$ vom Widerstand des Wagenzuges seyn. Für den Reibungscoefficienten $^{1}/_{8}$ darf der Widerstand eines Wagenzuges höchstens 112 P Kilogr. seyn.

Da hiernach die Zugkraft einer Locomotive dem Gewichte proportional ist, das auf die Triebräder drückt, so kann dieselbe vermehrt werden, indem man einerseits das Gewicht der Locomotive vergrößert, anderseits zwei oder mehrere Achsen zusammenkuppelt.

V. Druck des Dampfes in den Cylindern.

Der Druck des Dampfes auf einen Kolben, nach Abzug

des Gegendruckes, hat nach Formel (2) folgenden Werth

$$N = \frac{\pi}{4} \times \frac{R}{r} \times W \text{ Kilogramm.}$$

Daraus folgt, daß bei einer bestimmten Locomotive der Dampfdruck dem Widerstand proportional ist; daß, wenn zwei Locomotive gleiche Cylinder haben und gleichen Widerstand überwinden sollen, der Dampfdruck wächst wie die Größe der Triebräder.

Beispiel. Es sey der Halbmesser eines Triebrades 1^m, die Kurbellänge $0,25^m$, der zu überwindende Widerstand 1200 Kil. und der Durchmesser eines Cylinders $0,33^m$; wie groß ist der Dampfdruck im Cylinder?

Es ist Druck $N = \frac{3,14}{4} \times \frac{1}{0,25} \times 1200 = 3768$ Kil.

Querschnitt eines Cylinders . $\frac{(33)^2 \times 3,14}{4} = 855$ □Centim.

Folglich Druck auf 1 □Centim. . . $\frac{3768}{855} = 4,4$ Kil.

Die Spannung des Dampfes im Kessel soll in der Regel 5, höchstens 6 Atmosphären seyn. Folglich ist der Druck des Dampfes auf den Kolben per □Centim. in der Regel $5 \times 1,033 = 5,165$ Kil. Der Gegendruck beträgt gewöhnlich $1\frac{3}{5}$ Atmosphären oder 1,65 Kil. per □Centim. Mithin ist der wirksame Druck 3,5 Kil., höchstens 4,5 Kil. per □Centim.

VI. Dampfverbrauch per Sekunde.

Das Dampfvolum, welches eine arbeitende Locomotive per Sekunde verbraucht, ist das Produkt aus der Summe der Querschnitte beider Cylinder in die Kolbengeschwindigkeit.

Beispiel. Die Querschnitte beider Cylinder seyen 0,18 $□^m$, die Kolbengeschwindigkeit $2,5^m$, so ist das nöthige Dampfvolum

$$0,18 \times 2,5 = 0,45 \text{ Cubikmet.}$$

Hat dieser eine Spannkraft von 5 Atmosphären, so wiegt 1 Cubikmet. 2,568 Kil., also ist das Gewicht von 0,45 Cubikmet. = 1,135 Kil.

Der Kessel muß dann die größte Menge Dampf produciren, wenn die Locomotive mit der größten Fahrgeschwindigkeit den größtmöglichen Widerstand 0,9 F überwinden soll. Für eine Dampfspannung von 5 Atmosphären vor dem Kolben wird diese größte Dampfmenge

$$0{,}0082\ Pv \text{ Kilogramm.}$$

Beispiel. Wenn der Druck P der Triebräder gegen die Schienen 12 Tonnen und die größte Fahrgeschwindigkeit $v = 18^m$ seyn soll, so bedarf es für den größtmöglichen Widerstand per Sekunde die Dampfmenge

$$0{,}0082 \times 12 \times 18 = 1{,}77 \text{ Kilogramm.}$$

VII. Vom Dampfkessel.

Im Feuerkasten wirkt die Wärme vorherrschend durch Strahlung (direkt), in den Sieveröhren vorherrschend durch Leitung (indirekt). Das Verhältniß zwischen der direkten und indirekten Heizfläche variirt zwischen $^1/_{10}$ und $^1/_{14}$. Dieses Verhältniß ist nach Redtenbacher gleichgültig für das Verdampfungsvermögen, weil nur die gesammte Heizfläche die Wärmeaufnahme bedingen kann. Hiernach fällt jene Regel, wonach die Oberfläche der Feuerbüchse so viel Wärme aufnehme, als eine dreifache Fläche der Sieveröhren, als unrichtig dahin.

Ein $\square^m$ der gesammten Heizfläche kann per Stunde circa 45 Kil. Wasser verdampfen. Folglich sind $80 \square^m$ Heizfläche nöthig, um in der Sekunde 1 Kil. Dampf hervorzubringen. Hiernach soll die Heizfläche einer Locomotive betragen

$$0{,}0082\ Pv \times 80 = 0{,}656\ Pv \square^m$$

Beispiel. Wenn der Druck P = 10 Tonnen und die Geschwindigkeit $v = 10^m$, so ist

die Heizfläche $0{,}656 \times 10 \times 10 = 65{,}6 \square^m$.

Bei dieser Größe der Heizfläche liefert 1 Kil. Coaks 5,5 Kil. Dampf. Wenn der Kessel die größte Dampfmenge produciren soll, welche die Reibung der Triebräder zuläßt, so gehen bloß 45 bis 50 Procent von der Wärme, welche der Brennstoff entbindet, in den Kessel über.

Der cylindrische Theil des Kessels ist durchschnittlich $3^1/_3$mal länger als weit. Das Volum der Rauchkammer beträgt $^2/_7$ vom Inhalt des Kessels. Die Rostfläche ist bei älteren Locomotiven $^1/_{55}$, bei neuern $^1/_{80}$ von der gesammten Heizfläche. Der Querschnitt des Kamins soll $^1/_{600}$ bis $^1/_{700}$ von der Heizfläche ausmachen.

VIII. Querschnitt der Dampfcylinder.

Die Querschnitte der Dampfcylinder sind für die Voraussetzungen zu bestimmen, daß die Kolbengeschwindigkeit in der Regel $2{,}2^m$, daß der Druck des Dampfes auf den Kolben, nach Abzug des Gegendruckes, per $\square^m$ 35000 Kil., und daß die Maschine den größten Widerstand 112 P Kil. zu überwinden habe.

Nun sey M der Querschnitt eines Cylinders für eine Maschine ohne Expansion, so ist $2\,M \times 2{,}2$ das per Sekunde verbrauchte Dampfvolum und die dadurch geleistete Arbeit $2\,M \times 2{,}2 \times 35000$. Diese Arbeit ist aber auch $112\,P\,v$. Es ergibt sich durch Gleichsetzung dieser Werthe

$$M = 0{,}000727\,P\,v\,\square^m$$

Vergleicht man diese Fläche mit der Heizfläche, so findet man das Verhältniß

$$\frac{\text{Querschnitt eines Cylinders } M}{\text{Totale Heizfläche des Kessels}} = \frac{1}{900}$$

Für eine Expansionsmaschine ist hiefür $\frac{1}{700}$ bis $\frac{1}{600}$ zu nehmen. Der Querschnitt der Canäle, welche dem Cylinder den Dampf zuführen, soll $^1/_{14}$, derjenige des Blaserohrs $^1/_{10}$ von dem des Cylinders seyn.

IX. Geschwindigkeitsverhältnisse und Größe der Triebräder.

Die Fahrgeschwindigkeit ist durch die Bedürfnisse des Verkehrs vorgeschrieben und soll betragen

	per Sekunde.	per Stunde.
für Güterzüge . .	8 Met.	28,7 Kilometer.
„ gemischte Züge .	12 „	44,7 „
„ Schnellzüge . .	18 „	67 „

Nach diesen Forderungen ist die Locomotive zu bauen. Nun verhält sich die Fahrgeschwindigkeit zur Kolbengeschwindigkeit, wie der Umfang $2 R \pi$ eines Triebrades zum Weg $2 \times 2 r$ eines Kolbens bei einem Hin- und Hergang, so daß

$$\frac{2 R \pi}{2 \times 2 r} = \frac{\text{Fahrgeschwindigkeit}}{\text{Kolbengeschwindigkeit}}.$$

Die Kolbengeschwindigkeit variirt zwischen $1{,}8^m$ bis $2{,}5^m$ und soll bei normaler Leistung der Locomotive $2{,}2^m$ betragen. Die Hublänge $2 r$ ist in die Grenzen $0{,}4^m$ bis $0{,}7^m$ eingeschlossen. Folglich ist der Durchmesser der Triebräder diejenige Dimension, durch welche den Forderungen der Geschwindigkeit hauptsächlich entsprochen werden kann.

Beispiel. Soll die Fahrgeschwindigkeit 18^m, die Kolbengeschwindigkeit $2{,}2^m$ und die Hublänge $0{,}42^m$ betragen, so muß seyn:

$$\text{Halbmesser der Triebräder} = \frac{18^m}{2{,}2^m} \times \frac{0{,}42^m}{3{,}14} = 1{,}09^m.$$

X. Verschiedene Angaben.

Wasser- und Brennstoffvorrath. Der unmittelbar an die Locomotive gehängte Tender soll so viel Vorräthe an Wasser und Brennstoff (Coaks oder Holz) enthalten, daß dieselben für einen Weg von wenigstens 25 und höchstens 40 Kilometer ausreichen.

Verdampft eine Locomotive 1,5 Kil. Wasser per Sekunde und soll sie eine Fahrt von 40 Kilometer machen mit 10^m Geschwindigkeit, so braucht sie hiezu 4000 Sekunden Zeit, also $4000 \times 1{,}5 = 6000$ Kil. Wasser. Dieß ist auch in der That der Wassergehalt der Tender großer Locomotiven.

Da 1 Kil. Coaks 5,5 Kil. Dampf producirt, so sind zu dieser Fahrt $^{6000}/_{5,5}$ oder 1090 Kil. Coaks nöthig.

Dauer einer Locomotive. Nach Armengaud durchläuft eine Locomotive in Mittel 2000 Kilometer jährlich. Nachdem sie 300000 Kilometer zurückgelegt hat, soll sie umgearbeitet werden.

Größte Steigungen. Die größte Steigung auf den Bahnen von Glasgow nach Edinburg und von Glocknitz bis Mürzzuschlag (Semmering) beträgt 1 : 40, diejenige der Bahn von Geißlingen nach Ulm (Württemberg) 1 : 45.

Spurweite. Der innere Abstand zwischen den Schienen eines Geleises ist allgemein 4′ 8½″ engl. oder $1{,}435^m$. Wenige Bahnen machen hievon eine Ausnahme. Auf der Bahn von London nach Bristol ist die Spurweite $2{,}13^m$.

Schienen. Sie sind $4{,}5^m$ bis 6^m lang und wiegen per laufenden Meter 20 bis 35 Kil. Sie werden in Abständen von $0{,}9^m$ bis $1{,}2^m$ unterstützt.

Tabelle XXXVIII.
Hauptdimensionen der Locomotiven.
(Nach Armangaud und Barrault.)

	Gemischte Züge	Güter-Züge.	Personen Züge.
	Atelier der Gesellschaft Nordbahn.	Von Derosne und Cail.	Von Derosne und Cail
	Meter.	Meter.	Meter.
Dampfapparat.			
Rostfläche	1,048	0,845	1,418
Anzahl Siederöhren	125	125	178
Innerer Durchmesser derselben	0,046	0,045	0,047
Oberfläche der Siederöhren	68,10	66,50	94,96
" " Feuerbüchse	6,25	5,01	7,37
Totale Heizfläche	74,35	71,51	102,33
Durchmesser des cylindrischen Kessels	0,95	0,95	1,20
Länge desselben	3,35	3,68	3,55
Volum Wasser im Kessel	2,427	2,228	2,779
" Dampf " "	1,469	1,167	0,615
Länge des Rauchkastens	0,665	0,849	0,675
Breite und Höhe	1,188	1,128	1,200
Durchmesser des Schornsteins	0,328	0,328	0,400
" der Speisepumpe	0,060	0,105	0,064
Hub der Speisepumpe	0,560	0,116	0,550
Größter Querschnitt des Regulators	0,0112	0,0120	0,0132
Mechanismus.			
Voreilen des Schiebers in Graden	30°	30°	15°
Lineares Voreilen beim Einströmen	0,004	0,004	0,004
Dasselbe beim Ausströmen	0,026	0,026	0,032
Innere Bedeckung des Schiebers (auf jeder Seite)	0,001	0,001	0,0068
Aeußere Bedeckung (auf jeder Seite)	0,025	0,024	0,028
Expansionsverhältniß im Maximum	0,80	0,80	0,80
" " Minimum	0,25	0,25	0,25
Halbmesser der Schieber-Excentrika	0,058	0,058	0,092
Zulaßöffnung unter dem Schieber { Länge	0,250	0,250	0,300
Zulaßöffnung unter dem Schieber { Breite	0,040	0,040	0,050
Auslaßöffnung { Länge	0,250	0,250	0,300
Auslaßöffnung { Breite	0,075	0,276	0,090
Schieber { Länge	0,245	0,244	0,286
Schieber { Breite	0,310	0,312	0,360

	Gemischte Züge.	Güter-Züge.	Personen Züge.
	Atelier der Gesellschaft Nortbahn.	Von Derosne und Cail.	Von Derosne und Cail.
	Meter.	Meter.	Meter.
Abstand der Cylinder von Mitte zu Mitte . .	1,880	2,076	1,850
Durchmesser der Cylinder	0,380	0,380	0,400
Ganze innere Länge der Cylinder	0,720	0,742	0,682
Kolbenhub	0,560	0,610	0,550
Länge der Schubstange	1,825	1,470	2,310
Wagen.			
Abstand der Rahmenbalken	1,223	1,223	1,350
Höhe der Rahmen	0,200	0,200	0,220
" " Buffermitten über den Schienen . .	0,955	0,955	0,950
Entfernung derselben von einander	1,727	1,727	1,727
Federn der mittlern Achse — Länge	0,950	0,950	0,966
Federn der mittlern Achse — Breite	0,090	0,090	0,100
Federn der mittlern Achse — Höhe in der Mitte . . .	0,158	0,140	0,115
Federn der mittlern Achse — Pfeil, belastet	0,054	0,080	0,115
Durchmesser der Räder — der mittlern Achse . . .	1,740	1,220	1,220
Durchmesser der Räder — der hintern " . . .	1,740	1,220	2,100
Durchmesser der Räder — der vordern " . . .	1,040	1,220	1,350
Mittlere Achse . — Durchmesser des Zapfens .	0,160	0,160	0,180
Mittlere Achse . — Länge des Zapfens . . .	0,150	0,150	0,250
Mittlere Achse . — Durchmesser des Radkopfes	0,180	0,180	0,190
Mittlere Achse . — Dicke in der Mitte . . .	0,160	0,155	0,150
Innerer Abstand der Räder	1,355	1,355	1,355
Spurweite (innerer Abstand der Schienen) . .	1,440	1,440	1,440
Abstand der äußern Achsen	4,420	2,935	4,860
Abstand der Vorder- von der Mittelachse . .	2,200	1,585	2,300
Breite der Radkränze	0,140	0,140	0,140
Conicität derselben	1/20	1/20	1/20
Gewichte.	Tonnen.	Tonnen.	Tonnen.
Gewicht der Locomotive ohne Wasserfüllung .	21,710	20,072	24,197
" " " mit " .	24,397	22,300	27,319
Wassergehalt des Tenders	5,783	5,783	6,390
Gewicht der Coaks	1,750	1,750	1,225
Gewicht des leeren Tenders, ausgerüstet . .	7,366	7,366	9,951
Gewicht des beladenen Tenders	14,899	14,899	17,566

Nr. 43.

Von den Cylindergebläsen.

1) Windmenge, welche durch einen Gebläscylinder geliefert wird. Die Gebläscylinder sind meistens doppeltwirkend, d. h. unten und oben mit Saug- und Druckventilen versehen. Sie liefern daher Wind im Auf- und Niedergehen des Kolbens und man erhält die gelieferte Windmenge, wenn man den Flächeninhalt des Kolbens mit seiner Geschwindigkeit vervielfacht. Wegen des schädlichen Raumes in dem Cylinder und in den Ventilkästen und sonstiger Ursachen, welche eine Verminderung der Luftmasse herbeiführen, beträgt dieselbe in Wirklichkeit nur ungefähr $^3/_4$ des auf diese Weise berechneten. Nun sey

M die Windmenge per Sekunde,
D der Durchmesser des Cylinders und
v die Kolbengeschwindigkeit, so ist:

$$M = {}^3/_4 \times 0{,}7854\ D^2 \times v$$

Beispiel 1. Ein Gebläscylinder habe $1^m{,}5$ innern Durchmesser und $1^m{,}6$ Hub, wie groß ist die effektive Windmenge bei 15 Doppelhüben per Minute?

Antwort.

Geschwindigkeit $v = \dfrac{15 \times 2 \times 1^m{,}6}{60} = 0^m{,}8$ per Sekunde,

und $M = \dfrac{3}{4} \times 0{,}7854 \times (1{,}6)^2 \times 0{,}8 = 1{,}206$ Cub.-M. per Sek.

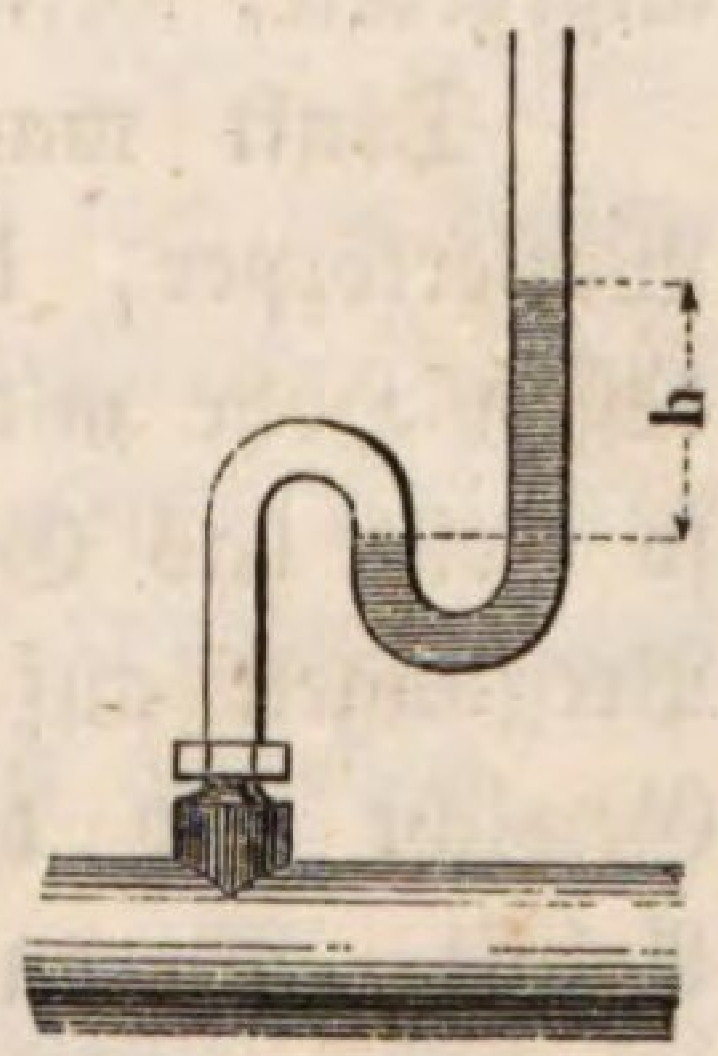
Beispiel 2. Welchen Durchmesser muß ein Cylinder haben, um bei einer Kolbengeschwindigkeit von $0^m,9$ per Sekunde 1,25 Cub.-Met. Wind zu liefern?

Antwort. $D^2 = \frac{0{,}75\ M}{0{,}7854 \times v} = \frac{0{,}75 \times 1{,}25}{0{,}7854 \times 0{,}9} = 2{,}3585$

$$D = \sqrt{2{,}3585} = 1^m{,}53.$$

2) Bestimmung der Windpressung. Indem der Wind die Leitung vom Cylinder bis zur Düse durchstreicht, vermindert sich in Folge der dabei vorkommenden Reibungen seine Pressung und somit die Leistung des Gebläses. Diese Verminderung ist um so bedeutender, je länger die Windleitung und je größer die Geschwindigkeit des Windes ist. Zudem finden Windverluste statt, wenn die Leitung nicht vollkommen luftdicht ist.

Zur Beurtheilung dieser Verluste hat man nur nöthig, die Windpressung an der Düse mit derjenigen nahe beim Cylinder zu vergleichen. Man bedient sich hiezu des Manometers. Derselbe besteht aus einer gebogenen Röhre, welche mit irgend einer Flüssigkeit, meistens Quecksilber oder Wasser, zum Theil gefüllt ist, und von welcher der eine Schenkel mit der zusammengepreßten Luft in der Windleitung, der andere Schenkel dagegen aber offen ist und daher mit der atmosphärischen Luft in Verbindung steht.



Die Entfernung h der Niveaus in den beiden Schenkeln wird Manometerstand genannt. Aus ihm läßt sich die Differenz der Luftpressung innerhalb und außerhalb der Windleitung bestimmen.

Ist z. B. die Höhe h einer Wassersäule = 120^{cm}, so ist, da 1 Cub.-Centim. Wasser 1 Gramm wiegt, der Druck der

gepreßten Luft, nach Abzug desjenigen der atmosphärischen Luft, per □^{cm} = 120 Gramm = 0,12 Kil.

Bei einer Quecksilbersäule wäre hingegen für die nämliche Höhe **h** der Unterschied der Luftpressungen 13,59mal größer, oder 1,56 Kil. per □^{cm}.

3) Betriebskraft. Die mechanische Arbeit, womit der Kolben des Cylinders bewegt werden muß, wird erhalten, wenn man den Unterschied der Pressungen auf die Vorder- und Hinterfläche des Kolbens mit der Kolbengeschwindigkeit multiplicirt.

Der Druck hinter dem Kolben ist vom atmosphärischen kaum verschieden, wenn der Querschnitt der Saugventile groß und die Kraft, womit sich die Ventile öffnen, klein ist.

Der Ueberschuß zwischen der Pressung vor und hinter dem Kolben wird also sehr annähernd durch den Manometerstand angegeben, welcher in der Nähe des Cylinders abgelesen wird.

Denkt man sich über dem Kolben einen cylindrischen Wasserkörper, dessen Grundfläche mit der Kolbenfläche und dessen Höhe mit der Wassersäule im Manometer übereinstimmt, so stellt das Gewicht dieses Wasserkörpers die Differenz der Pressungen auf den Kolben vor. Das Produkt aus diesem Gewicht und der Kolbengeschwindigkeit gibt die zu leistende Arbeit. Wegen der Reibungen ꝛc. muß jedoch dazu ein um ¼ größerer Effekt verwendet werden.

Es bezeichne S die Kolbenfläche in □Metern,
h die Höhe der Wassersäule }
v die Kolbengeschwindigkeit } in Metern, so ist

$$\text{Effekt} = 1{,}25 \times 1000^{k} \times S \times h \times v \text{ Kil.-Meter.}$$

oder da das effektive Windquantum M = 0,75 S v Cubikmet. ist:

$$\text{Effekt} = 1667 \times M \times h \text{ Kil.-Meter.}$$

Beispiel. Ein Cylindergebläse habe per Sekunde 0,5 Cub.-Meter Luft zu liefern; wenn nun die Wassersäule im Manometer 78^{cm} beträgt, wie viel Arbeit ist zum Betrieb des Gebläses nöthig?

Antwort. Effekt $= 1667 \times 0{,}5 \times 0^m{,}78 = 650{,}13$ Kil.-M.

Auf diese Weise erhält man die Luftmenge auf je 1 Pferdekraft, wie sie in nachfolgender Tabelle XXXIX angegeben ist.

4) Geschwindigkeit des Gebläsekolbens. Dieselbe wird für kleinere Gebläse $0^m{,}7$ und für große 1^m per Sekunde angenommen. *

5) Hubhöhe. Dieselbe soll möglichst groß seyn, wird aber gewöhnlich gleich dem Durchmesser des Cylinders angenommen.

6) Querschnitt der Ventile. Der Querschnitt der Saugventile soll wenigstens $\frac{1}{10}$, derjenige der Druckventile wenigstens $\frac{1}{20}$ vom Querschnitt des Cylinders seyn.

7) Querschnitt der Windleitung. Wenn die Temperatur der Luft in der Leitung die gleiche ist wie im Cylinder, so soll der Querschnitt der Leitung wenigstens $\frac{1}{20}$ von demjenigen des Cylinders seyn, indem bei einer geringern Weite der Wind eine zu große Geschwindigkeit annehmen muß und die dadurch entstehende Reibung viel Kraft absorbirt.

* Eine Ausnahme hievon machen namentlich die Gebläse, welche der Ingenieur Goguel seit längerer Zeit baut. Diese haben je nach der zu liefernden Windmenge 3, 4 und noch mehr Cylinder, jeder von 65^{cm} Weite und 65^{cm} Hub und durch Anwendung von Klappen aus Kautschuk, welche sich sehr leicht öffnen und schließen, wird es möglich, den Kolben die große Geschwindigkeit von 70—120 Doppelhüben per Minute, $= 1\frac{1}{2}$ à $2\frac{1}{2}$ Meter per Sekunde zu geben. Die Vortheile dieser Gebläse bestehen in sehr geringen Anlagskosten, größerer Gleichförmigkeit des Windes und sehr seltener Betriebsunterbrechung, letzteres weil ein jeder Cylinder ganz unabhängig von den andern stille gestellt und reparirt werden kann.

Wird in der Leitung die Luft um t Centigrade erwärmt, so muß die Sektion der Leitung zunehmen im Verhältniß von

$$1 : 1 + 0,00368\ t$$

z. B. bei einer Temperaturzunahme von 200° C müßte der Querschnitt 1 + 0,00368 . 200 oder 1,736mal größer seyn als vor der Erwärmung.

8) Geschwindigkeit der Luft unter der Düse. Die Geschwindigkeit u, mit welcher die Luft aus der Düsenöffnung in die Atmosphäre strömt, findet man mittelst folgender Formel:

$$u = 394 \sqrt{\frac{h\,(1 + 0,00368\,t)}{7\,h + 6}}$$

wobei t die Temperatur der Luft vor der Düse in Centigraden und
h den Manometerstand (für Quecksilber) in Centimetern bezeichnen.

Die Werthe, welche diese Formel liefert, sind in Tab. XXXIX zusammengestellt.

9) Querschnitt der Düsenöffnung. Dieser Querschnitt wird gefunden, wenn man das Volum der Luft, welches per Sekunde durch die Oeffnung geht, mit der Geschwindigkeit der Luft unter der Oeffnung dividirt.

Da indessen beim Austritt Contraction stattfindet, so ist der Querschnitt der Oeffnung 1,1 bis 1,2mal größer zu nehmen. Der Düsenöffnung gibt man übrigens selten mehr als 15—20 □Centimeter Sektion und hält es bei größeren Windmengen für rathsamer 2 oder 3 Düsen anzubringen.

Beispiel. Liefert ein Cylindergebläse einem Hochofen per Sekunde 0,5 Cub.-Met. von 100° und 76cm Spannkraft und ist der Manometerstand 6cm (Quecksilber) unmittelbar vor der Düse, so beträgt:

das Volum der Luft bei 6^{cm} Manometerstand . . . . . . $0{,}5 \cdot \frac{76^{cm}}{76^{cm} + 76^{cm}} = 0{,}4634$ Cub.-Met.

Geschwindigkeit der Luft von 0^0 (Tab. XXXIX.) $= 123^m$

Querschnitt der Düsenöffnung $1{,}15 \cdot \frac{0{,}4634}{123} = 0{,}00433$ □^{m}

Für denselben Manometerstand und eine Temperatur von 300^0 C vor der Düse ist:

Das Volum . . $0{,}4634\ (1 + 0{,}00368 \cdot 300) = 0{,}975$ Cub.-Met.

Geschwindigkeit bei 300^0 C (Tab XXXIX.) $= 155^m$

Querschnitt der Düsenöffnung . . $1{,}15\ \frac{0{,}975}{155} = 0{,}0073$ □^{m}

10) Von der Gleichförmigkeit des Windes. Da die Gebläsekolben meistens durch Kurbeln in Bewegung gesetzt werden, so ist die Geschwindigkeit des Kolbens in der Mitte des Hubes am größten, am Ende desselben oben und unten im Cylinder dagegen = 0. Durch einen einzigen Cylinder kann daher nur ein sehr unregelmäßiger Wind geliefert werden. Bei zwei Gebläscylindern werden die Kurbeln unter rechtem Winkel zu einander gestellt, so daß der eine Kolben seine größte Geschwindigkeit besitzt, während der andere im Hubwechsel begriffen ist. Der Unterschied in den Geschwindigkeiten wird daher nicht so groß seyn, als bei einem einzigen Cylinder. Eine noch größere Gleichförmigkeit des Windes wird bei einem Gebläse erhalten, welches aus 3 oder noch mehr Cylindern besteht, deren Kolben in ebenso vielen verschiedenen Stellungen im Cylinder zu einander stehen. Der Wind gewinnt übrigens in den Leitungen selbst an Gleichförmigkeit, besonders wenn letztere eine beträchtliche Länge und Weite haben. Ein weiteres Mittel, zur Erzielung eines regelmäßigen Windes besteht endlich in der Anwendung eines Windkessels mit konstantem Volum oder eines Wasserregulators. Der

erstere sollte jedoch wenigstens 40mal, der letztere wenigstens 10mal größer seyn als der Inhalt eines Gebläsecylinders.

Tabelle XXXIX.

Ueber die Pressung und Geschwindigkeit der Luft, sowie die Luftmenge, welche 1 Pferdekraft liefert.

Manometerstand in Quecksilbersäulen.	Manometerstand in Wassersäulen.	Windpressung per □cm in Grammen	Geschwindigkeit der Luft per Sekunde unter der Düse bei einer Temperatur von				Luftvolum von 76cm Spannung, welches 1 Pferdekraft per Sekunde liefert.
			0°	100° C	200° C	300° C	
cm	cm		m	m	m	m	Liter.
1	13,57	13,6	44,9	52	60	75	325
2	27,14	27,1	63,2	75	83	91	162
3	40,70	40,7	76,9	89	100	111	108
4	54,27	54,3	87,6	101	115	127	81
5	67,84	67,8	98,1	113	129	142	66
6	81,41	81,4	106,9	123	141	155	65
7	94,97	94,9	115,6	133	152	167	47
8	108,54	108,5	122,4	141	161	178	42
9	122,11	122,1	130,5	149	171	189	36
10	135,68	135,7	135,1	156	178	197	33
11	149,25	149,2	140.8	163	185	204	30
12	162,82	162,8	146,6	170	193	212	28
13	176,38	176,5	151,5	177	200	219	26
14	189,95	189,9	156,5	182	206	226	24
15	203,52	203,5	161,5	187	211	233	22
16	217,44	217,4	164,2	192	217	239	21
17	231,03	231,0	168,4	197	222	245	20
18	244,62	244,6	172,4	201	227	251	19
19	258,21	258,2	175,6	205	231	257	18
20	267,80	267,8	178,1	209	235	263	17

11) Praktische Angaben über Luftbedarf und Pressung.

a) Die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft durch die Düse dem Brennstoff zuströmt, hängt wesentlich von der Natur des Brennstoffs und von der mehr oder weniger dicken Lage desselben ab.

Nach Karsten sind die zweckmäßigsten Manometerstände in Quecksilbersäulen an der Düse:

			Höhe
Für Kohlen aus leichterem Tannenholz			2— 3^{cm}
"	dichterem	"	3— 4
"	hartem Holze		4— 6
Weicher, leicht entzündbarer Coke			8—12
Harter und dichter Coke			13—19

Die kleineren Manometerstände gelten für niedere, die größeren für hohe Hochofen.

b) Der Manometerstand in einem Schmiedblasebalg beträgt gewöhnlich 4^{cm} Wasserhöhe oder 0^{cm},29 Quecksilberhöhe, welche eine Geschwindigkeit von 24^{m},45 per Sekunde erzeugt. Seine Düsenöffnung hat etwa 2^{cm} Durchmesser. Es beträgt hiemit das per Sekunde gelieferte Luftquantum etwa 7$^3/_4$ Liter.

c) Zum Betrieb eines Cupoloofens (deren man sich zum Umschmelzen von Gußeisen bedient) werden per Sekunde 0,4 à 0,5 Cubikmeter Luft von 12^{cm} Wasserpressung erfordert.

d) Die Hochöfen, welche mit Coke betrieben werden, sollten nie weniger als 62 Cubikmeter Luft per Minute erhalten.

Für eine gleiche Luft soll die Höhe der Hochöfen, welche mit Holzkohlen genährt werden, wenigstens 14^{m} betragen; solche von

11—12	Meter Höhe	erfordern	nicht mehr als	38—40	Cub.-Met.
9—9$^1/_2$	"	"	"	25—28	"
8	"	"	"	19—20	"

Luft per Minute.

e) Gewöhnlich nimmt man 8 Cub.-Meter Wind per Kil. Holzkohlen oder Coaks an.

Nun bedarf es für Erze von mittlerer Schmelzbarkeit (welche 40 bis 50 Procent Eisen enthalten), 140 bis 180 Kil. Holzkohlen oder 210 bis 260 Kil. Coaks, um 100 Kil. Roheisen daraus zu gewinnen.

Folglich ist zu einer täglichen Produktion von 1000 Kil. Roheisen im Mittel eine Windmenge in jeder Minute nöthig

für Holzkohlenbetrieb $\frac{8 \cdot 10 \cdot 160}{24 \cdot 60} = 8{,}9$ Cub.-Met.,

für Coaksbetrieb $\frac{8 \cdot 10 \cdot 235}{24 \cdot 60} = 13$ „

f) Soll die Luft, welche zum Hochofenbetrieb verwendet wird, auf 300^0 C. erwärmt werden, so muß die Oberfläche des Erwärmungs-Apparates circa $0{,}9\square^m$ für jeden Cubikmeter Luft, welche in der Minute durchgeht, und die Geschwindigkeit der Luft in den Röhren 10^m betragen.

Anmerkung. Diese Werthe sind indessen sehr veränderlich, da die erforderliche Luftmenge von der mehr oder weniger großen Schmelzbarkeit der Eisenmasse, von der Natur des dazu angewandten Brennmaterials, von der Beschaffenheit und Construktion des Ofens und von mehreren andern Ursachen abhängt, und daher bald größer, bald kleiner ist.

Nr. 44.

Von den Ventilatoren.

Es gibt zwei Arten von Ventilatoren: die einen sind bloß auf den beiden Seitenflächen eingeschlossen, und dienen hauptsächlich zum Trocknen und zum Lufterneuern; die andern dagegen sind nicht nur auf beiden Seiten, sondern auch noch an ihrem Umfange mit einem kreisförmigen Gehäuse umgeben und werden in Schmieden und Gießereien als Gebläsmaschinen gebraucht. Beide Arten beruhen auf den gleichen Principien. Bis dahin sind jedoch noch zu wenig Versuche mit denselben angestellt worden, um genaue Formeln zur Berechnung des erzeugten Windquantums und Luftdruckes und der dafür erforderlichen Kraft aufstellen zu können.

Die interessanten Versuche, welche von der Industriegesellschaft zu Mühlhausen * mit Ventilatoren von verschiedener Größe und Einrichtung gemacht worden sind, führen zu folgenden Resultaten:

1) Der Effekt oder das erzeugte Windquantum eines Ventilators wächst im quadratischen Verhältnisse zu seiner Umfangsgeschwindigkeit.

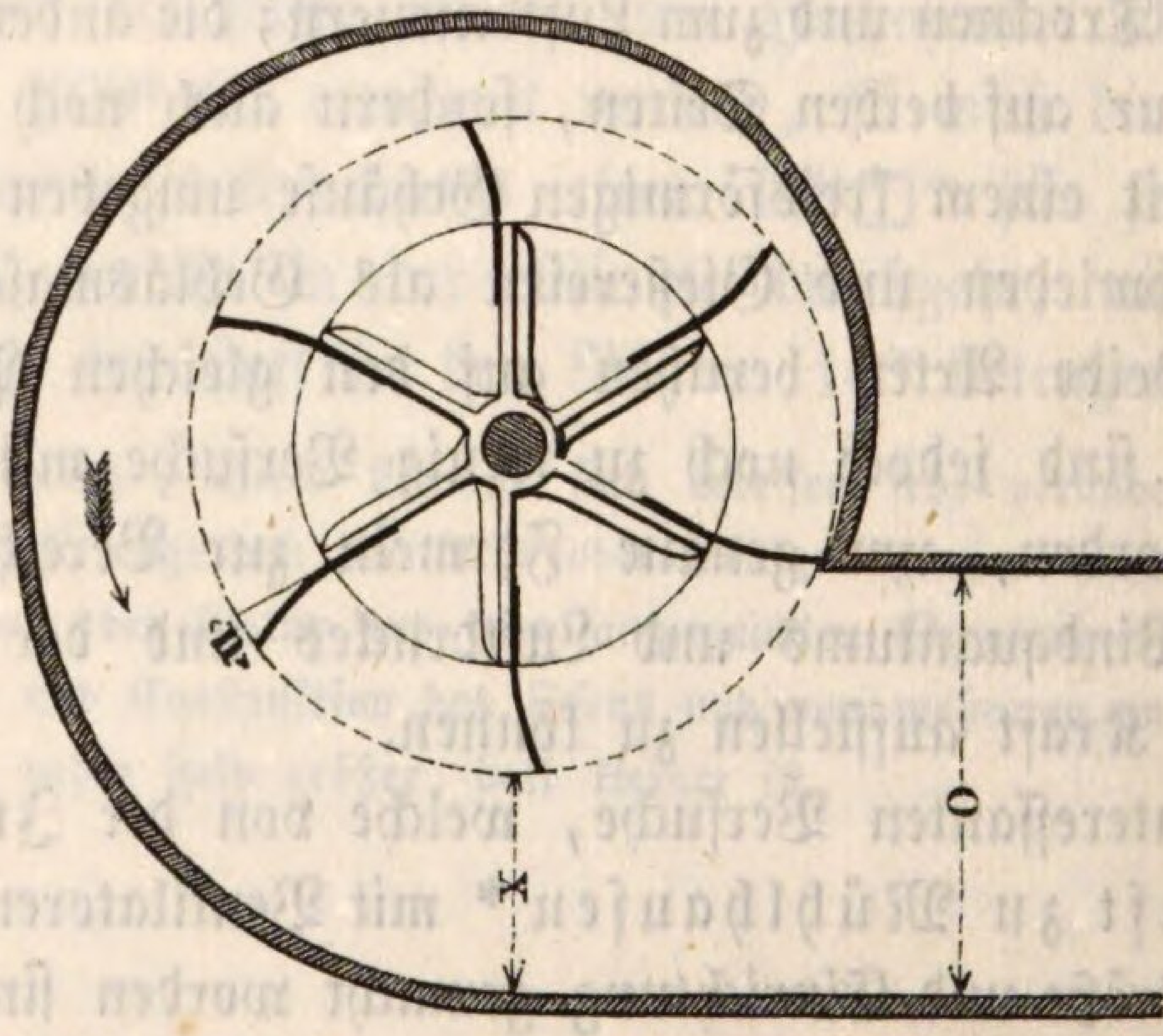
2) Die vortheilhafteste Geschwindigkeit am äußern Umfange des Ventilators scheint die von 1000 Meter per Minute

* Bulletin de la soc. industr. de Mulhouse. 1843. Nr. 81 et 82.

zu seyn. Dennoch ist bei Ventilatoren, welche eine sehr große Wirkung hervorbringen sollen, anzurathen, dieselbe auf 2000 und sogar 3000 Meter anzunehmen, um ihnen nicht zu große Dimensionen geben zu müssen.

3) Der Nutzeffekt oder das Verhältniß zwischen der hervorgebrachten Wirkung und der angewendeten Kraft ist um so vortheilhafter, je größer der äußere Durchmesser der Ventilatoren ist.

4) Zur Erzielung des größten Nutzeffektes soll, wenn D der äußere Durchmesser ist, die Breite der Windflügel = $^2/_3$ à $^3/_4$ D, die Höhe derselben = $^{11}/_{40}$ D und ihre Excentricität x in Bezug auf das Gehäuse = $^1/_3$ D seyn.



5) Die Anzahl Arme oder Flügel bestimmt sich nach dem Durchmesser; ist das Gehäuse concentrisch mit der Achse des Windflügels, so soll derselbe bei einem Durchmesser

von 30	à	50	Centimeter	4
50	à	70	„	6
70	à	100	„	8
100	à	125	„	10 Arme haben.

Ist dagegen das Gehäuse excentrisch nach Nr. 4, so sollen zwei Arme mehr angenommen werden.

6) Die vortheilhafteste Form der Flügel ist zur Hälfte flach gegen die Achse zu, zur Hälfte concav, * und zwar so viel gebogen, daß n = $\frac{1}{20}$ D ist.

7) Die Breite der Ausflußöffnung soll gleich seyn der Breite des Gehäuses, die Höhe derselben bei concentrischen Gehäusen = $\frac{3}{10}$ D, bei excentrischen um so viel mehr, als die Excentricität beträgt, oder $o = x + \frac{3}{10}$ D.

8) Zum Eintreten des Windes in den Ventilator sollen auf beiden Seiten desselben ovale Oeffnungen angebracht werden, deren größerer Durchmesser gegen den Ausflußkanal hin steht und = 0,675 D, der kleinere dagegen = 0,625 D ist.

9) Wird der Ausflußkanal mit einer Röhrenleitung in Verbindung gebracht, durch welche der Wind ausströmen muß, so ist das bei einer gewissen Geschwindigkeit erzeugte Windquantum in Folge der entstehenden Reibung um so geringer, je länger diese Leitung ist, und zwar beträgt dasselbe bei einer Leitung von 1 Meter Länge bloß 0,83

5	"	"	"	0,58
20	"	"	"	0,39
35	"	"	"	0,26
50	"	"	"	0,17

desjenigen, welches bei der Ausflußöffnung o erhalten würde. Die zum Betriebe des Windflügels erforderliche Kraft vermindert sich zwar auch, ** je länger die Leitung ist, jedoch lange

* Bei den Ventilatoren erster Art (ohne kreisförmiges Gehäuse) soll es vortheilhafter seyn, die Flügel in der entgegengesetzten Richtung hin zu biegen.

** Ein Ventilator von 0^{m},40 Diameter erfordert bei 1000 Umgängen per Minute ohne Leitung 0,45 Pferdekräfte, mit Leitung von 50 Meter Länge 0,34 Pferdekräfte.

nicht in gleichem Verhältnisse, daher es jedenfalls sehr wichtig ist, den Ventilator immer so nahe als möglich an den Ort zu stellen, wo der Wind seine Wirkung ausüben soll.

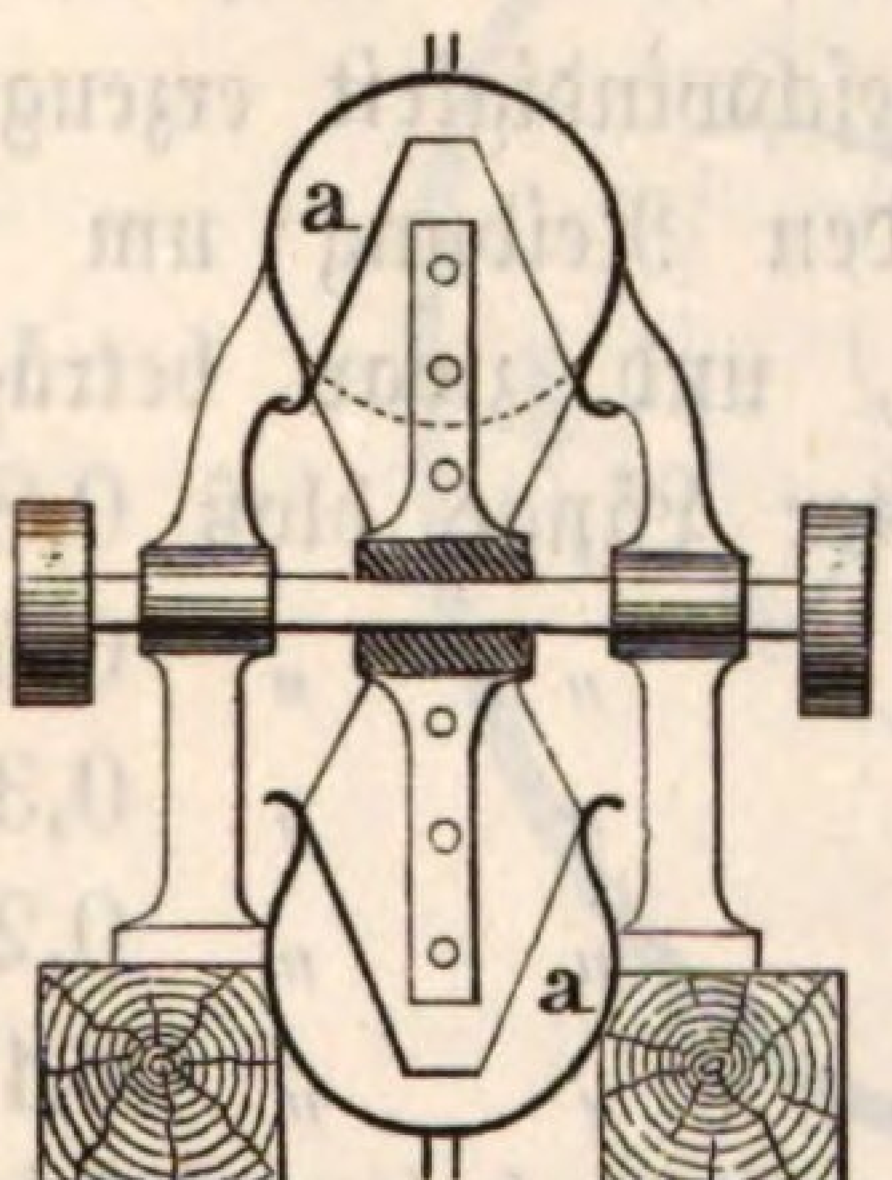
Hinsichtlich der Leistung werden hier folgende Resultate angeführt:

1) Ein Ventilator von 1^m à 1^m,20 Durchmesser und 0^m,5 à 0^m,6 Flügelbreite kann circa 20 Schmiedfeuer mit gleichförmigem Wind versehen.

2) Ein Ventilator von 0^m,64 Diameter, 0^m,25 Breite liefert hinreichend Wind zu 11 Schmiedfeuern, von welchen das weiteste circa 40 Meter vom Gebläse entfernt ist, und zwar beträgt der Winddruck

bei 800 à 900 Umgängen 10 à 13^{cm} Wasser,
„ 1300 „ 21^{cm} „

Die kleineren Düsenöffnungen haben 13, die größern 20 □^{cm} Lichtweite. Durch diesen Ventilator werden Eisenstangen von 3—6 □^{cm} in Zeit von 6 Minuten zur Schweißhitze gebracht, während solches mit Blasbälgen wohl 15 Minuten erfordert.



Ungleich günstigere Resultate erhält man, wie nachstehende Tabelle zeigt, mit den neuen, allgemein in Aufnahme kommenden Ventilatoren (Fans) von Platt und Schicle zu Oldham bei Manchester. Denselben wird eine weit größere Geschwindigkeit gegeben, als die oben angezeigte, nämlich die von 3500—8000 Meter per Minute; dessenungeachtet gehen sie ohne alles Geräusch, weil die Blechflügel die gepreßte Luft nicht gegen die eisernen Wände, sondern gegen den Luftraum des ringförmigen Gehäuses a a hintreiben.

Angaben über den Ventilator von Platt und Schiele.

Aeußerer Durchmesser in engl. Zollen.	Erforderliche Kraft in Pferden.	Umgänge per Minute.	Wasserdruck in engl. Zollen.*	Anzahl Schmiedfeuer.	Eisenschmelzung in Ctr. per Stunde.
10"	1	5000	10"	2	5
"		9000	25	4	12
15"	1	4000	10	5	10
"	$1\frac{1}{2}$	7000	23	9	25
20"	2	2500	10	10	20
"	3	3500	20	15	50
30"	4	1500	8	25	40
"	6	2200	16	40	80
40"	6	1000	8	45	60
"	8	1600	15	80	120
50"	8	900	8	90	100
"	10	1300	14	120	200

* Bei geschlossener Ausströmöffnung. Der Durchmesser dieser letzteren beträgt 0,4 à 0,5 des äußeren Durchmessers in Col. I.

Nr. 45.

Von den Mahlmühlen.

Die wesentlichsten Theile eines gewöhnlichen Mahlganges sind die Mühlsteine, zwischen welchen das Getreide zermalmt wird, und von welchen der untere, Bodenstein genannt, fest ist, der obere oder der Läufer sich um seine Achse herum bewegt.

Die Durchmesser der Steine hängen von der disponibeln Betriebskraft, noch mehr aber von der herrschenden Gewohnheit des Landes ab. Sie ändern von 0,9 Meter (Oesterreich) bis zu 2 Meter (Amerika).

Die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers variirt zwischen 5 und 9 Meter. Es ist rathsam, die letztere Grenze nicht zu überschreiten, weil sonst eine starke Erhitzung zwischen den Steinen eintritt, unter welcher die Qualität des Mehles leidet. In Frankreich und England wird eine Umfangsgeschwindigkeit von 8 Metern als die zweckmäßigste angesehen.

Die Mehlproduktion ist proportional dem Produkt aus der Umfangsgeschwindigkeit des Läufers in dessen Gewicht. Da nun dieses Letztere im einfachen Verhältniß zur Horizontalfläche des Läufers und also im quadratischen Verhältniß zu dessen Diameter steht, so folgt hieraus, daß bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit sich die Produktion, sowie auch die

anzuwendende mechanische Arbeit zweier Mahlgänge, verhalten wie die Quadrate der Durchmesser, welche ihre Läufer haben.

Nach Fabre soll nun das Gewicht eines Läufers von 5 Fuß Durchmesser nebst Zubehörde circa 40 Centner betragen, was per Quadratmeter 850 Kil. ausmacht, ferner derselbe 390 Pfd. Mehl per Stunde (also per □Meter circa 94 Kil.) liefern, und endlich zur Ueberwindung des dabei stattfindenden Widerstandes an dem mittleren Umkreise (d. h. auf $^2/_3$ des Radius) eine Kraft von höchstens $^1/_{22}$ vom Gewicht des Läufers = circa 38 Kil. per □Meter erforderlich seyn.

Multiplicirt man diese Kraft mit der Geschwindigkeit des mittleren Umkreises und fügt noch $^1/_{10}$ für Ueberwindung der Reibung der verschiedenen beweglichen Theile des Mahlganges hinzu, so erhält man den Effekt, welcher zum Betrieb desselben nöthig ist.

Bezeichnet daher

d den Diameter des Läufers } in Metern,
V die Umfangsgeschwindigkeit }

A die Anzahl Pferde, welche per Sekunde zum Betrieb eines Mahlganges nöthig sind, und

M das Mahlquantum in Kil., welches dieser Mahlgang per Stunde liefert, so ist:

$$A = 0{,}28 \,.\, d^2 \,.\, V$$
$$M = 74\, d^2$$
$$M = 33 \,.\, A$$

woraus hervorgeht, daß mit je einer Pferdekraft 33 Kil. Mehl producirt werden können.

Nach Morin können 32, nach Poncelet 36 Kil. Mehl per Stunde und per Pferdekraft geliefert werden.

Beispiel. Es sey der Durchmesser des Läufers = 1,2 Meter, und es mache derselbe 120 Umgänge per Minute, so ist:

die Umfangsgeschwindigkeit $3{,}14 \,.\, 1^{m}{,}2 \,.\, \frac{120}{60} = 7^{m}{,}54$

der anzuwendende Effekt per Sek. $0{,}28 \,.\, (1{,}2)^2 \,.\, 7{,}54 = 3$ Pferde.

die Mehlproduktion per Stunde . . . $33 \times 3 = 99$ Kil.

Das hier angegebene Mehlquantum bezieht sich bloß auf die sogenannte amerikanische oder englische Mahlmethode (mouture à la grosse), bei welcher das Getreide nur einmal aufgeschüttet wird, und bloß verschiedene Beutel angewendet werden, um das erhaltene Mehl zu sortiren.

Nach der französischen Mahlmethode (mouture économique) dagegen hat ein 4, 5 und noch mehrmaliges Aufschütten des Getreides und der Kleie statt, und es muß daher natürlicherweise das auf diese Weise gänzlich ausgemahlene Fruchtquantum weit geringer ausfallen.

In den deutschen Handelsmühlen wird z. B. dasselbe bei Steinen von circa 3½ Fuß Durchmesser zu circa 12 Centner in 24 Stunden per Mahlgang angenommen, was also bloß ungefähr das Drittel des durch obige Formeln erhaltenen Quantums ist.

Nach der einen wie nach der andern dieser Mahlmethoden erhält man circa 78% Mehl, 18% Kleien und 4% Abgang.

Eine jede Nebenmaschine (Putzmaschine, Mehlcylinder, Griesstäube 2c.) erfordert circa ¼ Pferdekraft, der Sackaufzug, mit welchem Frucht- und Mehlsäcke bis 100 Kil. schwer in die verschiedenen Stockwerke mit circa 0,9 Meter Geschwindigkeit per Sekunde aufgezogen werden, 1½ à 2 Pferde. Da diese letztere Arbeit jedoch nicht fortdauernd geschieht, so ist es nicht durchaus nöthig, diesen Kraftverbrauch in Anschlag zu bringen.

In Bezug auf die erforderliche Triebkraft und das producirte Mehlquantum folgen hier noch Angaben über einige größere Mühlen neuerer Construktion:

1) Die Dampfmühle von Bénoit zu St. Denis bei Paris, erbaut von Aitkin und Seel, hat 6 Mahlgänge mit Steinen von 4 Fuß Durchmesser, welche durch eine 20pferdige Maschine betrieben werden, und mahlt in 24 Stunden per Mahlgang bei bloß einmaligem Aufschütten durchschnittlich 2040 Kil. Weizen, also per Stunde und per Pferdekraft circa 25 Kil.

2) Die nach Fourneyrons Angaben gebaute Mahlmühle zu St. Maux bei Paris wird durch eine Turbine von 5 Fuß Durchmesser getrieben, bei einem Wasserzufluß von circa 1 Cubikmeter per Sekunde und einem Gefälle von 3,3, was, wenn man den Nutzeffekt derselben zu 60$^0/_0$ annimmt, eine Kraft von 26,4 Pferden ausmacht. Dieselbe treibt 10 Mahlgänge mit Steinen von 1,1^m Durchmesser, welche in 24 Stunden zusammen 210 Hektoliter Weizen à 75 Kil. = 15750 Kil. zermahlen, was also per Stunde und per Pferdekraft 24,8 Kil. ausmacht.

3) Die Dampfmühle in Coblenz arbeitet mit 20 Pferdekräften und producirt mit 4 Mahlgängen, 1 Rollgang, Cylindersieb und Sackzug in 24 Stunden, bei 4- bis 5maligem Aufschütten 4800 Kil. Mehl, was per Stunde und per Pferdekraft 10 Kil. ausmacht.

Nr. 46.

Windmühlen.

Aus Smeaton's Beobachtungen über den Effekt der holländischen Windmühlen ist Folgendes zu entnehmen:

1) Die Geschwindigkeit des äußern Endes der Windflügel ist weit größer als die des Windes, und zwar ist sie 4mal größer, wenn die Flügel leer gehen, und 2,6mal größer, wenn sie so stark belastet sind, daß sie dem größten Nutzeffekt entsprechen. Es läßt sich daher aus der Umfangsgeschwindigkeit der Windflügel leicht die Geschwindigkeit des Windes berechnen. Macht z. B. eine Windmühle bei ihrem vortheilhaftesten Betriebe 6 Umgänge per Minute, und haben deren Flügel eine Länge von 9^m, so ist die Umfangsgeschwindigkeit

$$\frac{6 \times 9 \times 2 \times 3{,}14}{60} = 5{,}65^m \text{ per Sekunde,}$$

und die Geschwindigkeit des Windes ist daher

$$\frac{5{,}65}{2{,}6} = 2{,}17^m \text{ per Sekunde.}$$

2) Der Druck P des Windes gegen die Flügel, auf ihre äußersten Enden reducirt, steht im quadratischen Verhältnisse zur Geschwindigkeit V des Windes, und im einfachen Verhältnisse zur Oberfläche der Flügel.

Ist S die Fläche eines jeden der 4 Flügel, so erhält man für Metermaße

$$P = 0{,}05\ S\ V^2 \text{ Kilogramm.}$$

3) Wird die Umfangsgeschwindigkeit 2,6 V der Flügel mit dem Drucke P multiplicirt, so ist der vom Winde producirte

$$\text{Effekt} = 0{,}13\ S V^3 \text{ Kil.-Meter.}$$

$$\text{„} = \frac{S V^3}{577} \text{ Pferdekräfte.}$$

Der Effekt steht daher im cubischen Verhältnisse zur Geschwindigkeit des Windes.

4) Die größern und in neuerer Zeit gebauten Windmühlen haben Flügel von 10 Meter Länge und 2 Meter Breite, und es ist, da das ausgespannte Tuch erst bei 2 Meter Entfernung von der Achse anfängt, die Oberfläche S = 16 □Meter. Bei gutem Winde, bei welchem dieselben mit dem meisten Vortheile angewendet werden, beträgt dessen Geschwindigkeit circa $6\frac{1}{2}$ Meter per Sekunde. Es ist demnach

$$\text{Effekt} = \frac{16 \times (6^{m},5)^3}{577} = 7{,}61 \text{ Pferde.}$$

Umfangsgeschwindigkeit der Flügel

$$= 2{,}6 \times 6^{m},5 = 16^{m},90$$

$$\text{Anzahl Umgänge} = \frac{16{,}90 \times 60}{3{,}14 \times 20^{m}} = 16 \text{ per Minute.}$$

Vortheilhafteste Belastung am äußersten Ende der Flügel

$$P = 0{,}05 \times 16 \times (6{,}5)^2 = 33^{k},8$$

oder an einer an der Flügelachse angebrachten Kurbel von

$$0^{m},4 \text{ Länge} = \frac{33{,}8 \times 10}{0{,}4} = 845 \text{ Kil.}$$

Anmerkung. Da der Wind sehr häufig schwächer und sogar so schwach ist, daß die Windmühle stille stehen muß, so kann der durchschnittliche Nutzeffekt für das ganze Jahr bloß zu $^1/_3$ desjenigen angenommen werden, welcher hier für die Geschwindigkeit von $6^1/_2$ Meter berechnet worden ist.

Die Breite der Flügel beträgt gewöhnlich $^1/_5$ à $^1/_6$ ihrer Länge, und soll keinenfalls $^1/_4$ derselben überschreiten.

In Ebenen bildet die Richtung der Achse der Windflügel mit dem Horizonte einen Winkel von 8 à 15°, damit diese letzteren den Stoß des Windes gehörig aufnehmen. Ferner bildet die der Achse zunächst liegende Flügelsprosse mit der Richtung des Windes einen Winkel von circa 68°, die Sprosse am äußersten Flügelende dagegen einen Winkel von circa 80°.

Smeaton gibt ferner an, daß eine Windmühle mit Flügeln von 30 Fuß Länge, bei 11 Umgängen per Minute, 2 Mühlsteine zum Zermahlen des Oelsamens mit 7 Umgängen per Minute zu betreiben im Stande ist, was eine Geschwindigkeit des Windes von 13' per Sekunde voraussetzt und circa 4 Pferden gleichkömmt. Nach Taffe* treibt eine holländische Windmühle mit Flügeln von 13,64 Meter Länge und 211 Meter Breite, also $24^1/_2$ □m Fläche, 24 Sägenblätter.

Für die Geschwindigkeit des Windes von $6^1/_2$ Meter per Sekunde betrüge also der Nutzeffekt:

$$\frac{24^1/_2 \times (6{,}5)^3}{577} = 11{,}6 \text{ Pferde.}$$

* Taffe application de la mécanique. Paris 1839.

Nr. 47.

Berechnung der hydraulischen Pressen.

Die hydraulische Presse besteht aus einer kleinen Druckpumpe, vermittelst welcher durch eine enge Röhre Wasser in einen weitern Cylinder, der mit einem Kolben versehen ist, getrieben werden kann, um durch diesen Kolben eine beabsichtigte starke Pressung hervorzubringen.

Beim Hinüberschaffen des Wassers aus dem kleinern Cylinder in den größern pflanzt sich der Druck, welcher vom kleinern Kolben auf das Wasser ausgeübt wird, ungeschwächt durch die ganze Wassermasse fort, so daß jeder gleich große Flächentheil in beiden Cylindern gleich stark gepreßt wird. Folglich verhalten sich die Pressungen auf die Kolben wie ihre Sektionen, also wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

Pumpen, welche von Hand getrieben werden, sind gewöhnlich mit einem ungleicharmigen Hebel versehen, mit welchem noch eine weitere Vermehrung der Pressung bewirkt wird.

Wenn Q den Druck des größern Kolbens,

P den Druck auf das Ende des Hebels,

L, l der längere und kürzere Arm des Hebels und

D, d die Durchmesser des größern und kleinern Kolbens bezeichnen, so ist

$$P : Q = d^2 l : D^2 L$$

Aus dieser Proportion läßt sich leicht einer dieser Werthe berechnen, wenn die andern gegeben sind:

Beispiel. Es seyen die Durchmesser der Kolben $1{,}5^{cm}$ und 27^{cm}, die Hebelsarme 5^{cm} und 60^{cm}; wie groß muß der Druck auf das Ende des Hebels seyn, damit der größere Kolben mit einer Kraft von 180000 Kil. in die Höhe getrieben wird?

Antwort. $P : 180000 = (1{,}5)^2 \times 5 : (27)^2 \times 60$

oder Druck $P = 180000 \times \frac{(1{,}5)^2 \times 5}{(27)^2 \times 60} = 46{,}3$ Kil.

Damit der größere Kolben um 1 Centim. vorwärts schreite, muß der kleinere während des Druckes zusammen einen Weg von 324 Centim. zurücklegen, da die Kolbenflächen sich wie $(1{,}5)^2$ zu $(27)^2$ oder wie 1 zu 324 verhalten. Die Kraft am Ende des längern Hebelarms beschreibt dagegen in dieser Zeit einen Weg von $12 \times 324 = 3888$ Centim.

Wird vermittelst einer kleinen Druckpumpe Wasser (statt in den Preßcylinder einer hydraulischen Presse) in einen bereits mit Wasser gefüllten Dampfkessel getrieben, so kann dadurch die Festigkeit dieses Kessels erprobt werden.

Bedient man sich dazu einer Pumpe, deren Kolben 2 Centimeter Durchmesser, also 3,14 □Centim. Sektion hat, und drückt man auf den Kolben mit einer Kraft von 30 Kil., so ist der Druck auf 1 □Centim. der Kolbenfläche, also auch der Druck auf 1 □Centim. der Kesselfläche $\frac{30}{3{,}14} = 9{,}55$ Kil. und der Kessel wird einem Druck ausgesetzt von

$\frac{9{,}55}{1{,}033} = 9{,}2$ Atmosphären, da der Druck einer Atmosphäre $= 1{,}033$ Kil. per 1 $□^{cm}$ Fläche ist.

Die Wanddicke des Preßcylinders ist proportional dem Druck des Wassers auf die Wand, dem Durchmesser des Cylinders und verkehrt proportional der Festigkeit des Materials. Es ist hiernach

$$\text{die Wanddicke } e = \frac{P \,.\, D}{2\,R} \text{ Centimeter,}$$

wobei D der innere Durchmesser des Cylinders in Centm.,

P der Druck auf 1 □Centm. der Wand- und Kolbenfläche, bei welchem der Cylinder brechen darf, in Kil. und

R der Coefficient der Festigkeit, per 1 □Centm. Querschnitt.

Beispiel. Anwendung dieser Formel auf die hydraulischen Pressen, die man zum Heben der Röhren der Britanniabrücke gebrauchte.

Innere Weite des Preßcylinders	56 Centm.
Durchmesser des Preßkolbens	51 „
Querschnitt „ „	2043 □Centm.

Gewicht, welches mit dem Preßcylinder gehoben wurde $= 1161000^k$

somit der ausgeübte Druck per □Centm. oder $P = \frac{1161000}{2043} = 568^k$

Nimmt man den Coefficienten der Festigkeit des sehr guten Gußeisens per □Centm. Querschnitt = 1250 Kil., so ist die Wanddicke für den Bruch, nach obiger Formel

$$e = \frac{568^k \times 56}{2 \times 1250} = 12{,}7 \text{ Centm.}$$

Da die Wanddicke dieser Preßcylinder 15,3 Centm. beträgt, so folgt hieraus, daß dieselben bis auf circa 83 Procent der Bruchbelastung in Anspruch genommen worden sind.

Nr. 48.

Von den Pumpen.

Wenn der Kolben einer Pumpe während seines Auf- und Niederganges zugleich Wasser liefert, so ist die Pumpe doppeltwirkend; wenn sie nur Wasser liefert während des Auf- oder während des Niederganges allein, so ist sie einfach wirkend.

Man unterscheidet Saug- und Druckpumpen. Bei den erstern ist der Kolben mit einer Ventilöffnung versehen, so daß das Wasser aus dem Pumpencylinder durch diese Oeffnung in die Steigröhre gelangt. Bei der Druckpumpe ist der Kolben ohne Ventilöffnung; derselbe drückt das Wasser aus dem Cylinder durch eine Seitenöffnung in die Steigröhre.

Wassermenge. Die Wassermenge, welche eine doppeltwirkende Pumpe per Sekunde liefert, ist theoretisch dem Volum gleich, welches der Kolben per Sekunde durchläuft und wird daher erhalten, wenn man die Kolbenfläche mit der Geschwindigkeit des Kolbens multiplicirt.

Da jedoch auch bei gut ausgefertigten Ventilen und Kolbenliederungen etwas Wasser zurückgeht, so ist das Verhältniß k der effektiven Wassermenge zur theoretischen:

bei sehr guten	Pumpen	$k = 0{,}90$
„ guten	„	$k = 0{,}85$
„ weniger guten	„	$k = 0{,}80$

Die einfach wirkenden Pumpen liefern bei gleichem Durchmesser und gleicher Kolbengeschwindigkeit nur halb so viel Wasser wie die doppeltwirkenden.

Beispiel. Wie viel Wasser liefert eine gute doppeltwirkende Pumpe, deren Stiefeldurchmesser 12^{cm} und deren Kolbengeschwindigkeit 30^{cm} beträgt?

Kolbenfläche . . . . $(1^{dm},2)^2 \cdot \frac{3,14}{4} = 1,131 \,\square^{dm}$

Volum, vom Kolben per Sek. beschrieben $1,131 \cdot 3^{dm} = 3,393$ Liter.

Effektive Wassermenge . . . . . $0,85 \cdot 3,393 = 2,885$ „

Kolbengeschwindigkeit. Der Kolben soll sich möglichst langsam bewegen, damit die Bewegung des Wassers durch die Ventilöffnungen, Krümmungen ꝛc. nicht zu viel Verlust an lebendiger Kraft verursacht. Schließen die Ventile und die Kolbenliederung schlecht, so muß der Kolben sich schnell bewegen, damit durch sie nicht zu viel Wasser verloren geht. Es soll die Geschwindigkeit des Kolbens betragen

für gute Pumpen . . . $0^m,20$ à $0^m,30$
„ weniger gute Pumpen $0^m,30$ „ $0^m,50$

Durchmesser der Cylinder. Die theoretische Kolbenfläche doppeltwirkender Pumpen erhält man, wenn man das vom Kolben per Sekunde durchlaufene Volumen mit der Kolbengeschwindigkeit dividirt, vorausgesetzt, daß kein Wasser verloren gehe. Wegen der Wasserverluste soll aber die effektive Kolbenfläche im Verhältniß von 1 : k größer seyn.

Für einfach wirkende Pumpen ist die Kolbenfläche doppelt so groß zu nehmen.

Hubhöhe. Da das häufige Oeffnen und Schließen der Ventile und die damit verbundenen stoßenden Wirkungen des Wassers mit Verlust an lebendiger Kraft verbunden sind, so soll die Hubhöhe möglichst groß seyn. Bei Handpumpen

beträgt sie gewöhnlich 16 à 32 Centimeter; bei andern Pumpen, welche durch einen leblosen Metor getrieben werden, soll sie wenigstens das 4fache des Cylinderdurchmessers betragen.

Ventilöffnungen. Dieselben sollen wenigstens die halbe Sektion des Pumpencylinders haben.

Sektion der Röhren. Enge Saug- und Druckröhren bewirken, daß sich das Wasser mit großer Geschwindigkeit durch sie bewegen muß, wodurch große Reibungswiderstände entstehen.

Die Geschwindigkeit des Wassers in dieser Röhre soll 1^m nicht übersteigen, und in den gewöhnlichen Fällen $0^m,5$ à $0^m,6$ seyn, wodurch der Diameter der Röhren circa $^2/_3$ von dem des Cylinders wird.

Dividirt man die Wassermenge durch die Geschwindigkeit, welche man dem Wasser in den Röhren zu geben wünscht, so erhält man den Querschnitt der Röhren genau.

Höhe der Pumpe über dem Unterwasserspiegel. Da das Wasser in der Saugröhre bloß zufolge des Unterschiedes zwischen dem Druck der äußern Luft und demjenigen der verdünnten Luft in der Saugröhre hinaufsteigt, der erstere aber einer Wassersäule von $10^m,33$ gleichkommt, so könnte im günstigsten Fall, d. h. wenn in der Saugröhre ein vollkommen luftleerer Raum erzeugt werden könnte, das Wasser sich nie mehr als auf diese Höhe unter dem Kolben erheben.

Da jedoch dieß nie der Fall ist, so wird die Pumpe, wenn sie sehr gut ist, höchstens 9^m und wenn sie weniger gut ist, höchstens $7^m,5$ über dem Unterwasserspiegel angebracht werden dürfen.

Nützlicher Effekt zum Heben des Wassers. Wenn keine Wasserverluste, Reibungen ꝛc. vorkämen, so müßte auf

den Betrieb der Pumpe per Sekunde eine Arbeit verwendet werden, gleich dem Produkt aus dem Gewicht des per Sekunde zu fördernden Wassers in die gesammte vertikale Höhe, auf welche das Wasser gehoben werden soll. Es sey

P das Gewicht des Wassers per Sekunde in Kilogr.,

H die vertikale Höhe, auf welche das Wasser zu heben ist, in Metern, so ist die nützliche Arbeit der Pumpe

PH Kilogramm-Meter.

Effektverlust durch Wasserverlust. In Folge des Wasserverlustes, welcher in allen Pumpcylindern statt hat, muß, damit in Wirklichkeit 1 Kil. Wasser gehoben werde, das Gewicht von $\frac{1}{k}$ Kil. gehoben werden. Der Unterschied beträgt daher $\frac{1}{k} - 1$ und es ist somit der

$$\text{Effektverlust} = PH\left(\frac{1-k}{k}\right)$$

Effektverlust durch die Kolbenreibung. Damit zwischen dem Kolben und Cylinder kein Wasser entweiche, muß der Kolben wenigstens so stark an die Wände des Cylinders drücken, als das Wasser auf eine gleich große Fläche der Kolbensektion drückt. Dieser Druck zwischen Kolben und Cylinder ist also der Größe der Berührungsfläche proportional. Die Berührungsfläche verhält sich aber zur Kolbensektion wie die Höhe der Liederung zum Durchmesser, und da dieses Verhältniß nicht constant, sondern für kleine Pumpen groß, für große klein ist, so ist auch das Verhältniß zwischen dem Effektverlust und dem Effekte PH veränderlich.

Bezeichnet s das Verhältniß der Höhe der Liederung zum Kolbendurchmesser, so beträgt der Effektverlust

für lederne Liederungen circa $0{,}80 \,.\, s\,P\,H$
„ hänfene „ „ $0{,}56 \,.\, s\,P\,H$
„ metallene „ „ $0{,}40 \,.\, s\,P\,H$

Ist z. B. für eine Pumpe von 30^{cm} Durchmesser die Höhe der metallenen Liederung 5^{cm}, so ist das Verhältniß $s = {}^1/_6$, folglich der Effektverlust

$$= 0{,}40 \,.\, \frac{1}{6} \,.\, PH = 0{,}067\ PH$$

Effektverlust durch den Röhrenwiderstand. Für längere Röhrenleitungen ist es durchaus nöthig, den Widerstand in Rechnung zu bringen, welchen die Reibung des Wassers an der Oberfläche der Röhren findet.

Der Effektverlust, welchen dieser Widerstand verursacht, ist annähernd

$$\frac{v^2\, L}{500\, d\, H}$$

vom Effekte PH, welcher zum Heben des Wassers nöthig ist, wobei

L die Länge der Saug- und Druckröhren,
d den Durchmesser dieser Röhren und
v die Geschwindigkeit des Wassers in diesen Röhren (alle Maaße in Metern) bedeuten.

Beispiel. Hat die Leitung 240^m Länge, $0^m{,}08$ Durchmesser und das Wasser $0^m{,}9$ Geschwindigkeit und soll dasselbe auf eine Höhe von 30^m gehoben werden, so ist der Effektverlust durch den Röhrenwiderstand:

$$\frac{0^m{,}9 \,.\, 0^m{,}9 \,.\, 240}{500 \,.\, 0^m{,}08 \,.\, 30^m} = 0{,}162$$

vom Effekte PH, also $16^1/_5$ Procent vom theoretischen Effekt.

Wäre (in diesem Beispiele) das Wasser nur 3^m hoch zu heben, so betrüge der Effektverlust $1{,}62 \,.\, PH$, d. h. 162 Procent vom theoretischen Effekt; wenn die Röhrenleitung vertikal wäre, so daß $H = L = 240^m$, so wäre der Effektverlust nur $0{,}02 \,.\, PH$, d. h. 2 Procent vom theoretischen Effekt. Man sieht hieraus, daß dieser Widerstand für kleine Geschwindigkeiten und weite und vertical liegende Röhren sehr klein ausfällt.

Gesammteffekt zum Betrieb einer Pumpe. Indem man zum Effekte PH diejenigen Effekte addirt, welche den Wasserverlusten, der Kolbenreibung und dem Röhrenwiderstand entsprechen, so erhält man annähernd die gesammte Arbeit, welche zum Betrieb einer Pumpe nöthig ist.

Beispiel. Eine Pumpe habe per Sekunde 5 Kil. Wasser auf eine Höhe von 30^m zu liefern. Wenn nun die Geschwindigkeit des Wassers in der Leitung $0^m,8$ und die Länge der Leitung 160^m beträgt, welche Arbeit ist hiezu nöthig?

Das per Sekunde zu liefernde Wasser ist . . = 0,005 Cub.-Met.

Folglich der Querschnitt der Leitung $\frac{0,005}{0^m,5} = 0,00625\ \square^m$

und deren Durchmesser d . . . . $= 0^m,079$

Nun ist die nützliche Arbeit $PH = 5$ Kil. $\times\ 30^m$ = 150 Kil.-M.

Effekt wegen des Wasserverlustes für eine Pumpe in gutem Zustand . . . . $\frac{0,15}{0,85} \cdot 150 = 26,5$ „

Effekt wegen der Kolbenreibung (für eine metallene Liederung, deren Höhe ¼ vom Kolbendurchmesser) . . . . $\frac{1}{4} \cdot 0,40 \cdot 150 = 15$ „

Effekt wegen des Röhrenwiderstandes

$$\frac{0^m,8 \cdot 0^m,8 \cdot 160^m}{500 \cdot 0^m,079 \cdot 30^m} \cdot 150 = 13 \text{ „}$$

Gesammteffekt = 204,5 Kil.-M.

oder . . . = 2,74 Pferde.

Die schädlichen Effekte betragen zusammen 54,5 Kil.-M.

Wasserlieferung per Pferdekraft. Nimmt man bei einer guten Pumpe das Verhältniß zwischen dem theoretischen und schädlichen Effekt wie 1 : 0,30 an, so ist die Anzahl Pferdekräfte A, welche zum Betrieb der Pumpe nöthig sind

$$A = \frac{1,30 \cdot PH}{75}$$

Hiernach können auf je 1 Pferdekraft circa 57 Kil. Wasser 1 Meter hoch gehoben werden.

Leistung eines Mannes an einer Handpumpe. Nach Boistard beträgt die Arbeit eines Mannes an einer Handpumpe per Minute 185, nach Gerstner 275, nach Eitelwein 360 Kilogr.-M. Es kann daher die Angabe von Gerstner als der durchschnittliche Werth angenommen werden, wonach ein Mann bei ununterbrochener täglicher Arbeit in der Sekunde $4^1/_2$ Kil. Wasser 1 Meter hoch heben wird.

Täglicher Wasserbedarf für größere Städte. Nach Dupuit beträgt der durchschnittliche Verbrauch täglich:

in Paris (Quell- und Flußwasser)	60	Liter.
Havre (Quelle)	45	"
Toulouse (Fluß)	70	"
London	95	"
Glasgow	100	"
Edinburg	50	"
Genf	74	"
Philadelphia	65	"

Dupuit gibt den Wasserbedarf nach Schätzungen in Paris wie folgt an:

	Liter
Für jeden Bewohner täglich	20
" ein Pferd	75
" einen vierräderigen Wagen	75
" eine Maschine mit Hochdruck, per Pferd und per Stunde .	20
" eine Maschine mit Expansion und Condensation, per Pferd und per Stunde	400
" eine Maschine mit Niederdruck, per Pferd und per Stunde	800
" jeden □ᵐ eines Gartens, täglich	1,5
" jedes Bad	300
Zur Fabrikation von 1 Liter Bier	4
Zum Bespritzen der Straßen, per □ᵐ Fläche	1

Nr. 49.

Von den Feuerspritzen.

Die Feuerspritzen bestehen aus zwei einfach wirkenden Druckpumpen, deren Kolben eine abwechselnde Bewegung haben. Die Dimensionen der Pumpen und ihr Leistungsvermögen hängen ab von der Steighöhe und von dem Wasserquantum, welches auf diese Höhe geworfen werden soll.

1) Steighöhe. Könnte der Wasserstrahl im leeren Raum emporsteigen, so würde er (nach S. 68) eine Höhe $H = \frac{v^2}{2g}$ erreichen, wo v die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher der Strahl das Mundstück verläßt. Wegen des Luftwiderstandes ist die effektive Steighöhe jedoch geringer als die theoretische. Der Luftwiderstand macht sich aber bei diesem flüssigen Körper noch in anderer Weise geltend als bei einem festen in die Höhe geworfenen Körper: er löst nach und nach den Wasserstrahl auf, so daß derselbe bei zunehmender Höhe der Luft eine immer größere Fläche darbietet.

Ist h die effektive Steighöhe, welche man dem Wasserstrahl zu geben wünscht, so muß die theoretische, in Rechnung zu bringende Steighöhe H seyn:

$$H = h + \frac{h^2}{90} \text{ Meter.}$$

Eine größere Spritze soll 30^m à 35^m, eine kleinere 20^m à 24^m effektive Steighöhe haben.

2) **Arbeit zum Betrieb der Feuerspritze.** Es sey P die Anzahl Kilogramm Wasser, welche per Sekunde geliefert werden sollen, so ist die Arbeit, welche zur Bewegung des Wasserstrahls per Sekunde erfordert wird, gleich P . H Kilogramm-Meter.

Wegen der Wasserverluste ist diese Arbeit um circa $\frac{1}{10}$ und wegen der Reibungswiderstände um ebenso viel größer zu nehmen, so daß der Effekt per Sekunde ist

$$1{,}2\ P\ .\ H \text{ Kilogramm-Meter.}$$

Beispiel. Sollen 10 Kil. Wasser 25^m hoch geworfen werden, so ist:

theoretische Steighöhe . . $H = 25^m + \frac{25^2}{90} = 31^m{,}94$

Arbeit $1{,}2\ .\ 10^k\ .\ 31^m{,}94 = 383{,}3$ Kil.-M. $= 5{,}11$ Pferde.

3) **Anzahl und Leistung der Mannschaft.** An einer großen Spritze arbeiten gewöhnlich 18 bis 24, an einer kleinern 8 bis 12 Mann, welche regelmäßig nach kurzen Zeiträumen abwechseln. Dieser Abwechselung wegen ist die Leistung eines Mannes sehr groß und kann zu 24 Kilogramm-Meter per Sekunde angenommen werden.

Da die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Druckbaum auf- und abbewegt, 1^m,5 bis 1^m,8 beträgt, so drückt ein Mann mit 13 Kil. bis 16 Kil. auf diesen Baum.

Bezeichnet N die Anzahl Mannschaft an einer Spritze, so ist 24 N ihre Arbeit per Sekunde. Es ist daher:

$$24\,N = 1{,}2\,PH$$

$$\text{folglich } N = \frac{PH}{20} \text{ und } P = \frac{20\,N}{H.}$$

4) **Kolbengeschwindigkeit.** Der Hebelsarm des Druckbaums ist gewöhnlich 5mal größer als der Hebelsarm

der Pumpe. Folglich bewegt sich der Kolben 5mal langsamer als der Druckbaum, so daß die Kolbengeschwindigkeit $0^m,30$ bis $0^m,36$ beträgt.

5) Durchmesser der Cylinder. Da statt der beiden einfach wirkenden Pumpen eine einzige doppeltwirkende von gleichem Durchmesser berechnet werden kann, so erhält man die Sektion eines Cylinders, wenn man die Wassermenge per Sekunde durch die Kolbengeschwindigkeit dividirt, wobei zu bemerken ist, daß die Wassermenge, der Wasserverluste wegen, um $\frac{1}{10}$ größer anzunehmen ist.

6) Hubhöhe. Der Hub des Druckbaums soll nicht größer seyn als $1^m,5$. Da nun derjenige des Kolbens gewöhnlich 5mal kleiner ist, so beträgt der Kolbenhub für eine große Pumpe $\frac{1}{5} \times 1^m,5$ oder $0^m,30$. Für kleine Pumpen soll der Kolbenhub etwa $0^m,24$ betragen.

7) Geschwindigkeit des Wassers aus dem Mundstück. Diese Geschwindigkeit v muß der theoretischen Steighöhe H entsprechen, und somit seyn

$$v = \sqrt{19,62 \times H}$$

welche Höhe H aus der angenommenen effektiven nach 1) zu bestimmen ist.

8) Durchmesser des Mundstückes am Standrohr. Die theoretische Sektion des Mundstückes wird gefunden, wenn man die Wassermenge durch die Geschwindigkeit dividirt. Die wirkliche Sektion ist der Contraction wegen (bei einem Convergenzwinkel der Röhre von 10^0 à 12^0) 1,05mal größer zu nehmen.

Da der Wasserstrahl je nach den Lokalitäten bald höher, bald niedriger geführt werden muß, eine Vergrößerung der Steighöhe aber entweder eine größere Geschwindigkeit des Kolbens (also eine Vermehrung der Wassermenge und des

(Effektes) oder eine Verengung der Ausflußöffnung erfordert, so sollte, um in jedem Falle die zweckmäßige Höhe zu erzielen, jede Feuerspritze mit weitern und engern Mundstücken versehen seyn.

9) Mundstücke für die Schläuche. Der Durchmesser dieser Mundstücke ist um so größer zu nehmen, je länger die Schläuche sind, und zwar für je 8^m Länge um 1 Mill. größer als der Durchmesser der Standrohrstücke.

10) Windkessel. Man erhält einen um so gleichförmigern Wasserstrahl, je größer der Inhalt des Windkessels ist. Gewöhnlich wird derselbe dem 4fachen Kubikinhalte eines Pumpcylinders gleichgemacht.

Die Pressung im Windkessel in Atmosphären wird erhalten, wenn man die theoretische Steighöhe H dividirt durch die Höhe $10^m,33$ einer Wassersäule, welche den Druck einer Atmosphäre angibt. Diese Pressung beträgt hiernach gewöhnlich $2\frac{1}{4}$ bis 4 Atmosphären.

Dimensionen dreier Feuerspritzen.

Benennungen.	Große Feuerspritze.	Mittlere Feuerspritze.	Kleine Feuerspritze.
Anzahl Mannschaft . . . . . N	22	14	8
Effektive Steighöhe . . . . . h	30^m	26^m	20^m
Theoretische Steighöhe . . . . H	40^m	$32^m,7$	$24^m,4$
Wassermenge per Sekunde . . P	11^{kil}	$8^{kil},5$	$6^{kil},5$
Gesammtsektion der Cylinder . . .	350 $\square^{cm}$	268 $\square^{cm}$	200 $\square^{cm}$
Sektion der Cylinder per Mann .	16 „	19 „	25 „
Durchmesser der Cylinder	21^{cm}	$18^{cm},5$	16^{cm}
Geschwindigkeit aus dem Mundstück	$28^m,01$	$25^m,33$	$21^m,88$
Diameter des Mundstücks	$2^{cm},2$	$2^{cm},1$	2^{cm}

Nr. 50.

Heizung von Gebäulichkeiten.

I. Bestimmung der erforderlichen Wärmemenge.

Soll ein Raum geheizt, d. h. die Temperatur der darin befindlichen Luft um t Centigrade erhöht werden, so würde es, wenn keine Abkühlung inzwischen stattfände, da 1 Cubikmeter Luft = 1,^{k}3 wiegt, und deren specifische Wärme = 0,267 ist, per Cubikmeter Raum erfordern:

$$1,^{k}3 \times 0,267\ t = 0,347\ t \text{ Calorien.}$$

Damit jedoch die Temperatur eines Raumes fortwährend die gleiche bleibe, muß auch wegen der Abkühlung, welche durch dessen Wände, Decke, Boden, Fenster und Thüren und durch das Eindringen kalter Luft verursacht wird, so wie auch wegen der Erneuerung der Luft, welche die Gesundheit des Menschen erheischt, fortwährend eine gewisse Wärmemenge durch den Heizapparat in den Raum gebracht werden.

Diese Wärmemenge hängt nicht nur ab von der Größe dieser Abkühlungsflächen und der Anzahl Menschen, welche den Raum bewohnen, sondern ist noch sehr verschieden, je nach der Beschaffenheit der Mauern, Decken, Fenster rc. und je nach dem Temperaturunterschiede zwischen der äußern und

innern Luft. Annähernd kann jedoch die erforderliche Anzahl Calorien w per Stunde bestimmt werden durch

$$W = t\,(2\,M + 5\,F) + 15\,N$$

wo M die Gesammtfläche der Mauern, Boden und Decke (mit Einschluß der Fenster und Thüren),
F die Fläche der Fenster und Thüren, beide in □Meter ausgedrückt,
N die Anzahl Menschen und
t den Unterschied der Temperatur im Gebäude und im Freien bedeuten in Centigraden.

Beispiele. Wie viel Calorien werden stündlich erfordert, um einen Fabriksaal von 36 Meter Länge, 15 Meter Breite und $3^m,2$ Höhe bei -3^0 äußerer Temperatur auf $+17^0$ zu heizen, wenn derselbe 22 Fenster und 2 Thüren zusammen mit 60 □Meter hat und durchschnittlich von 35 Personen bewohnt wird.

Antwort. Es ist $t = 17 + 3 = 20^0$.

$$M = 2\,[36 \times 15 + 3{,}2\,(36 + 15)] = 1406{,}4\ \square^m$$

$$W = 20\,(2 \times 1406{,}4 + 5 \times 60) + 15 \times 35 = 62781 \text{ Calor. p. Stunde.}$$

Zur einmaligen Erwärmung dieses Saales würden dagegen bloß $36 \times 15 \times 3{,}2 \times 0{,}347 \times 20^0 = 11992$ Calorien erforderlich seyn.

Da ferner 1 Kil. Steinkohle circa 4000 Calorien, 1 Kil. Holz bloß circa 2000 Calorien in Wirklichkeit entwickelt, so wären also zu dieser Heizung

$$\frac{62781}{4000} = 15{,}7 \text{ Kil. Steinkohlen oder } 31{,}4 \text{ Kil. Holz}$$

per Stunde erforderlich.

Anmerkung. Bei einem Gebäude, in welchem fortwährend die verschiedenen Etagen geheizt werden, braucht bei der Bestimmung von M bloß der Fußboden des untern und die Decke des obern Stockwerkes in Rechnung gezogen zu werden.

II. Ofen- und Luftheizung.

Befinden sich Oefen oder Rauchröhren innerhalb des zu heizenden Raumes, so kann angenommen werden, daß die aus denselben ausströmende Wärmemenge proportional sey dem Temperaturunterschiede der inneren und äußeren Luft, sowie der Oberfläche des Heizapparates.

Nach Peclet's Versuchen läßt 1 □M. Heizfläche bei 1° C. Temperaturunterschied durchtreten, wenn die Wand von:

gebrannter Erde von 1 Centim. Dicke	. 3,85	Calorien.
Eisenblech von mittlerer Dicke . . .	3,93	„
Gußeisen von 1 bis 1,5 Centim. Dicke	9,90	„

Ist bei obiger Heizung der Temperaturunterschied 445° C., so würden für Eisenblech $\frac{62781}{3{,}93 \cdot 445} = 35{,}8$ □Meter Heizfläche erforderlich seyn, und ein der Länge des Saales nach gehendes Rauchrohr müßte einen Umfang von $\frac{35{,}8}{36}$ Meter oder einen Durchmesser von 31,6 Centimeter haben.

Gewöhnlich rechnet man 1 □Meter Heizfläche auf 50 Cubikmeter zu heizenden Raumes und einen stündlichen Verbrauch an Steinkohle von 1 Kilogramm.

Das Luftquantum, welches ein Luftheizungsofen (calorifère) liefern soll, um einen Raum auf einer bestimmten Temperatur zu erhalten, ist leicht zu berechnen, wenn man nach (I) die erforderliche Wärmemenge gefunden hat.

Soll z. B. der oben bezeichnete Saal, dessen Inhalt $36 \times 15 \times 3{,}2 = 1728$ Cubikmeter beträgt, durch Speisung mit warmer Luft von 80° stets auf 20° erhalten werden, so muß dem Heizapparat ein stündliches Luftquantum entströmen, welches obige Wärmemenge von 62781 Calorien enthält und abgeben kann, und es ist somit dasselbe

$$\frac{62781}{60^0 \times 0{,}267} = 3924 \text{ Kil. per Stunde.}$$

Anmerkung. Da Lichter, namentlich Gasflammen, viel Wärme erzeugen, so kann für Fabriksäle oder andere Lokalitäten, in welchen Abends eine große Anzahl Lichter brennen, die erforderliche Wärmemenge um ein Merkliches reducirt werden.

III. Dampfheizung.

Der zu diesem Zwecke erzeugte Dampf hat gewöhnlich $1\frac{1}{4}$ à $1\frac{1}{3}$, höchstens $1\frac{1}{2}$ Atmosphären. Da die Geschwindigkeit des Dampfes sehr groß ist, so füllen sich auch lange Röhrenleitungen sehr schnell mit Dampf, wenn der Luft mittelst Oeffnen von Hahnen freier Ausgang verschafft wird.

Da der Wärmegehalt von 1 Kil. Dampf 650 Calorien beträgt, so kann 1 Kil. Dampf, welcher sich in Wasser von 100° C. verwandelt, 550 Calorien Wärme abgeben. Die Dampfmenge in Kilogrammen, welche zur Heizung einer Lokalität erforderlich ist, findet man daher, wenn man den ganzen Wärmebedarf per Stunde durch 550 theilt.

Oben angegebener Saal würde daher erfordern:

$$\frac{62781}{550} = 114 \text{ Kil. Dampf per Stunde,}$$

$$\frac{114}{6} = 19 \text{ Kil. Steinkohlen per Stunde, und}$$

$$\frac{114}{25} = 4{,}56 \;\square\text{Met. Heizfläche des Dampfkessels,}$$

da 1 Kil. Steinkohlen durchschnittlich 6 Kil. Dampf und 1 □M. Heizfläche des Kessels 25 Kil. Dampf stündlich produciren.

Rohrfläche. Nach Clément condensirt 1 □Meter Röhrfläche stündlich folgende Dampfmengen bei 15° C des umgebenden Raumes:

Horizontale Röhre von reinem Kupfer		1k,47
„ „ „ geschwärztem Gußeisen	}	1,70
„ „ „ Kupfer= oder Eisenblech		
„ „ „ reinem Gußeisen . . .		1,80
senkrechte Röhre von geschwärztem Kupfer . . .		1,95

Diese Werthe ändern sich mit der Temperatur des zu heizenden Raumes nur wenig. Nach denselben kann mit jedem Quadratmeter Rohrfläche ein Raum geheizt werden:

in Spinnereien, bei 16—18° C . .	von 60	Cub.=M.
in Wohnhäusern, bei 15° C . . .	„ 72	„
in Kirchen, bei 6—9° C	„ 130	„

Für 60 Cubikmeter Raum per □Meter Rohrfläche würde somit ein einzelnes der Länge nach durchgehendes Rohr von

8cm Durchmesser einen Saal von ca.	15 □m	Querschnitt,
12 „ „ „ „ „	22½	„
16 „ „ „ „ „	30	„
20 „ „ „ „ „	37½	„

zu heizen vermögen.

In obigem Fabriksaale ist die Fläche des Vertikaldurchschnittes = 15 × 3m,2 = 48 □Meter und es würden daher zu dessen Heizung ein durchgehendes Rohr von 26cm Durchmesser oder zwei Röhren von 13cm Durchmesser erforderlich seyn.

Anmerkung. Bei Anlage einer Dampfheizung ist wichtig, daß das kondensirte Wasser womöglich entweder in den Dampfröhren selbst, oder durch besondere Abflußröhren wieder in den Kessel zurückgeführt werde, und zwar nicht allein wegen der daraus entspringenden Ersparniß an Brennmaterial, sondern auch weil auf diese Weise stets wieder das gleiche Wasser in Dampf verwandelt wird und also das Ansetzen von Kesselstein im Kessel und in den Röhren vermieden wird.

Dieses kann jedoch, wenn der abgehende Dampf einer Hochdruckmaschine zur Heizung benützt wird, nicht geschehen, es sey denn, daß das kondensirte Wasser in den Kessel hineingepumpt werde.

IV. Warmwasserheizung mit Hochdruck nach Perkins System.

Die dabei angewendeten Röhren sind von gezogenem Eisen und haben 1 engl. Zoll = 25 Millimeter äußeren Durchmesser, 12 Millimeter innere Weite und somit $6\frac{1}{2}^{mm}$ Eisendicke.

Die Temperatur des Wassers in den Wärmeröhren beträgt 150—200°, welche letztere Temperatur einer Pression von 15 Atmosphären entspricht. Die Spiralröhren in dem Feuerherde werden dagegen rothbraun, und das Wasser in denselben hat daher eine weit stärkere Pression, aus welchem Grunde diese Röhren stets auf mindestens 200 Atmosphären probirt werden.

Röhrenfläche. In England werden gewöhnlich für Fabriksäle 50 Cubikfuß Luftraum per 1 Fuß Länge dieser Röhren angenommen, was (gleich wie bei der Dampfheizung) circa 60 Cubikmeter auf 1 □Meter außerhalb der Wärmeröhren ausmacht.

Für die Heizung von Wohnhäusern und Kirchen kann dagegen verhältnißmäßig mehr Raum angenommen werden.

Man erhält übrigens die äußere Oberfläche der Wärmeröhren in Quadratmetern noch genauer, wenn man den ganzen Wärmebedarf in Calorien per Stunde durch 160 theilt. Die Oberfläche der Spiralröhren soll $\frac{1}{7}$ von der Oberfläche der Wärmeröhren seyn.

Zur Heizung des mehrerwähnten Saales wären z. B. $\frac{62781}{160} = 392{,}4$ M. oder, da die Länge einer jeden Röhre höchstens auf 200 Meter genommen wird, 2 Cirkulationen jede von 196,2 Meter erforderlich, welche in dem gleichen Heizofen geheizt werden können.

Nr. 51.

Beleuchtung.

Zur richtigen Beurtheilung der verschiedenen Beleuchtungsmittel ist erforderlich, sowohl die Stärke oder Intensität der erzeugten Flamme, als auch den Werth des Brennmaterials, welches zu dieser Erzeugung in einer gewissen Zeiteinheit verwendet wird, kennen zu lernen.

Vergleicht man z. B. ein Kerzenlicht mit dem einer Oellampe, welche doppelt so viel Lichtstärke besitzt, dessen Unterhaltung dagegen auch doppelt so viel kostet als ersteres, so haben beide gleichen Werth; hätte dagegen die Oellampe bei dem gleichen Verbrauch die Stärke von 3 Kerzen, so wäre dieselbe im Verhältnisse von 3 : 2 vortheilhafter als die Kerze.

Die Lichtstärke irgend einer Flamme wird dadurch bestimmt, daß man sie mit derjenigen einer Flamme vergleicht, welche sich immer gleich bleibt, und diese letztere also als Einheit betrachtet. Gewöhnlich wählt man dazu eine Stearinkerze, von welchen 10 Stück 1 Kilogramm wiegen, und welche per Stunde circa 9,6 Grammes Stearin verbrennt.

Der Aufwand von Brennmaterial wird dagegen dadurch bestimmt, daß man bei Talg, Oel 2c. das Quantum, welches die Flamme in 1 Stunde verzehrt hat, genau abwiegt, bei Gas das stündlich verbrauchte Volum mit einem Compteur oder noch sicherer mit einem kleinen graduirten Gasometer ausmittelt.

Unter Titre oder Lichtgehalt eines Gases versteht man

die Anzahl von Stearinkerzen, deren Lichtstärke derjenigen einer Anzahl Gasflammen gleichkömmt, welche zusammen 100 Liter dieses Gases per Stunde consumiren, oder da der Gasverbrauch an vielen Orten in englischen Cubikfußen berechnet wird, so kann auch das stündliche Gaskonsum zu 4 Cubikfuß (= 112 Liter) angenommen werden.

Ebenso bezeichnet man unter Titre von festem Brennmaterial die Anzahl von Stearinkerzen, welche zusammen so viel Licht geben als eine Kerze oder Oellampe, welche stündlich 9,6 Grammes Talg oder Oel verzehrt.

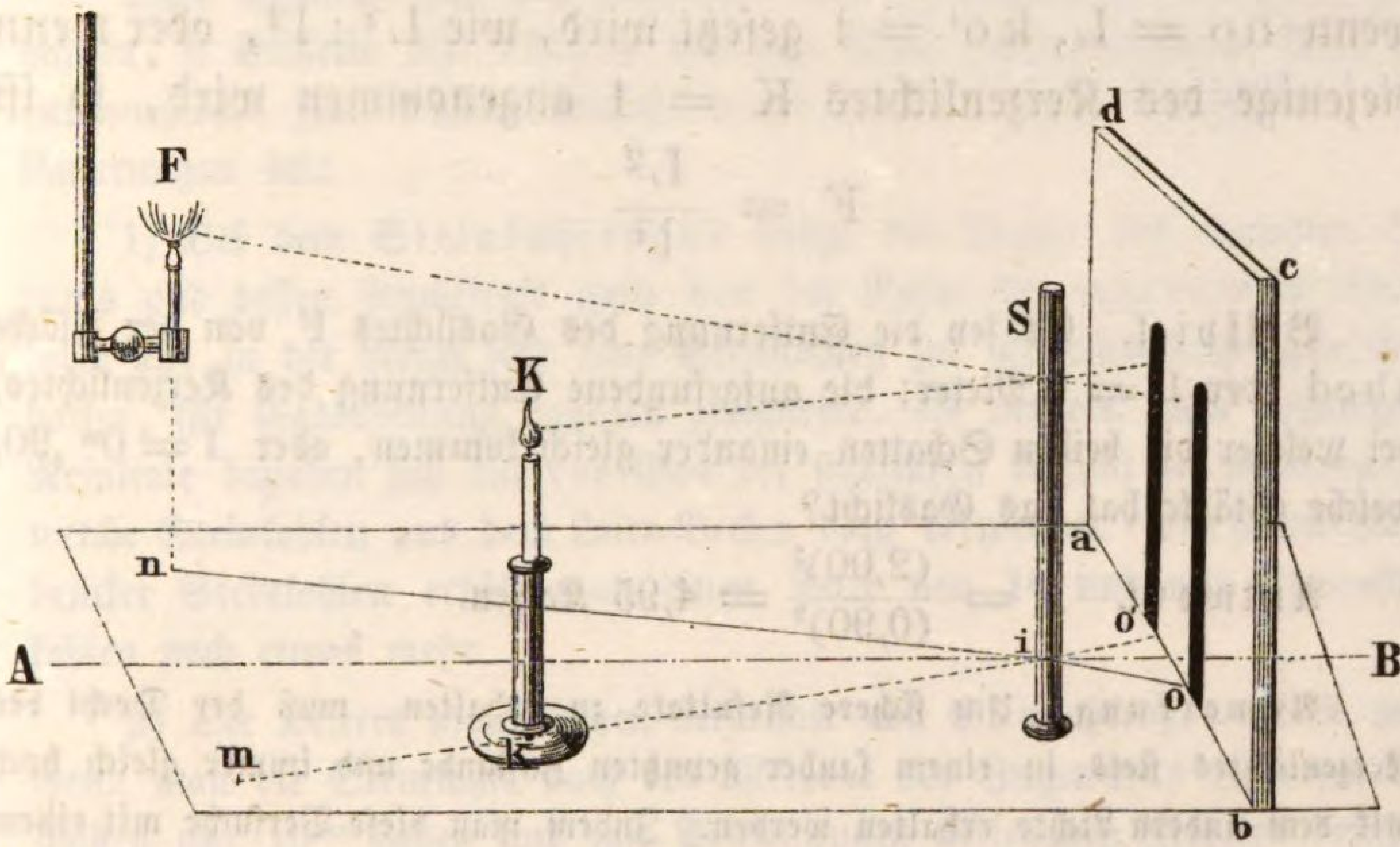
Beispiel. Welches ist der Titre x eines Gases, wenn die damit genährte Flamme die Lichtstärke von 8 Kerzen hat und per Stunde 38 Liter Gas verzehrt?

Antwort. $X : 8 = 100 : 38.$

$$x = \frac{800}{38} = 21{,}05 \text{ Kerzen.}$$

Messung der Lichtstärke.

Es ist erwiesen, daß das Licht, welches eine Flamme auf irgend einen Gegenstand wirft, im quadratischen Verhältnisse zur Entfernung abnimmt, so daß z. B. bei einer doppelt so großen Entfernung eine 4mal stärkere Flamme erfordert wird, um dieselbe Beleuchtung hervorzubringen. Auf diesem Principe beruhen die verschiedenen Instrumente, Photometer genannt, zur Bestimmung der Lichtstärke. Bei dem Rumfordschen Photometer, welcher hier beschrieben wird, besteht das Eigenthümliche darin, daß der Schatten, welchen ein undurchsichtiger Körper auf eine Fläche wirft, um so schwärzer aussieht, je stärker diese Fläche beleuchtet wird, und daß gleich schwarze Schatten gleiche Lichtstärken andeuten. Dieses Instrument besteht lediglich aus einem horizontal liegenden Tische von 7—8 Fuß Länge, einer senkrecht aufgestellten und



mit weißem Papier überzogenen Fläche abcd, und einem Stabe, welcher ganz nahe zu dieser Fläche auf der Mittellinie AB des Tisches in dem Punkte i senkrecht aufgestellt ist. Man setze nun diese Vorrichtung in ein ganz finsteres Lokal, bringe über irgend einem Punkte n die zu untersuchende Flamme F an, stelle dagegen auf einem Punkte der Linie mio', welche zur Mittellinie AB unter gleichem Winkel wie nio steht, das als Einheit angenommene Kerzenlicht K auf, so wird der Stab S durch letzteres einen Schatten in o' auf die Fläche abcd, durch die Flamme F dagegen einen Schatten in o werfen.

Je näher nun das Licht K gegen diese Fläche gerückt wird, desto schwärzer wird der Schatten in o', und man wird also leicht durch Hin- und Herrücken auf der Linie mio' dasselbe auf einen Punkt K bringen können, wo die beiden Schatten in o und o' einander gleich seyn werden. Die Intensitäten der beiden Flammen F und K verhalten sich alsdann zu einander, wie die Quadrate der Entfernungen, d. h.

wenn no = L, ko′ = 1 gesetzt wird, wie $L^2 : l^2$, oder wenn diejenige des Kerzenlichtes K = 1 angenommen wird, so ist

$$F = \frac{L^2}{l^2}$$

Beispiel. Es sey die Entfernung des Gaslichtes F von der Fläche abcd oder L = 2 Meter; die aufgefundene Entfernung des Kerzenlichtes, bei welcher die beiden Schatten einander gleich kommen, oder $l = 0^m,90$, welche Stärke hat das Gaslicht?

Antwort. $F = \frac{(2,00)^2}{(0,90)^2} = 4,95$ Kerzen.

Anmerkung. Um sichere Resultate zu erhalten, muß der Docht des Kerzenlichtes stets in einem sauber geputzten Zustande und immer gleich hoch mit dem andern Lichte erhalten werden. Indem man diese Versuche mit einem gewissen Gase bei verschiedenen Konsumen und mit verschiedenen Brennern wiederholt anstellt, lassen sich die Verhältnisse auffinden, unter welchen dieses Gas den größten Titre besitzt.

Tabelle XL.

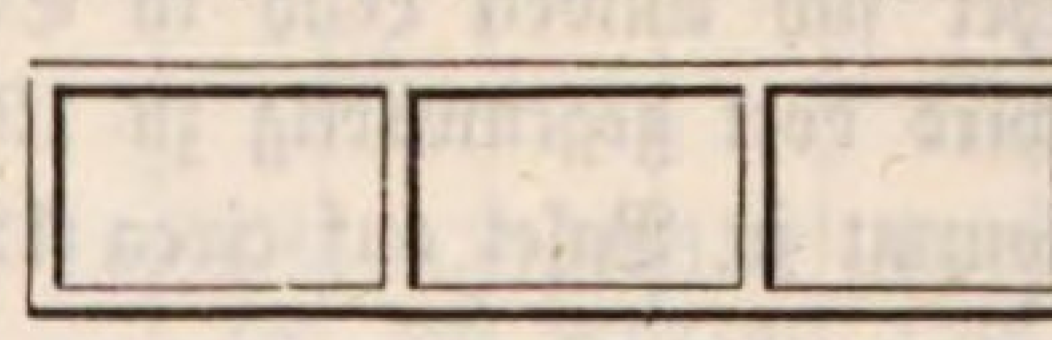
Vergleichung der verschiedenen Beleuchtungsstoffe.

	Lichtstärke in Kerzen.	Verbrauch per Stunde.	Titre.	Gasvolum per Kilogr. Brennstoff in Litern.	Kosten des Brennstoffes in Centimen		
						per Brennstunde für 1 Flamme.	für 1 Lichteinheit (Kerze).
		Gramm.			per Kilogr.		
Stearinkerze 5 per Pfd.	1,0	9,6	1,0		280^c	$2^c,69$	$2^c,69$
Talgkerze 5 „ „	0,9	8,9	0,99		140^c	1,25	1,36
Oel Carcellampe . .	6,0	33,0	1,75		115^c	3,80	0,63
		Liter.			per 1000 Liter.		
Steinkohlengas . . .	7,1	108	6,3	240	30^c	3,24	0,45
„ in flachen Retorten	12,3	91	13,5	320	23^c	2,10	0,17
Holzgas	15,0	126	11,9	90	40^c	5,04	0,34
Suintergas	8,3	38	19,8	180	95^c	3,65	0,44
Bogheadgas	7,9	28	28,9	375	60^c	1,68	0,21

Diese Resultate sind den Versuchen der Industriegesellschaft zu Mühlhausen, s. Bülletin Nr. 121, so wie zum Theil unseren eigenen Versuchen entnommen. Zur bessern Einsicht dieser Tabelle fügen wir folgende Erläuterungen bei:

1) Bei dem Steinkohlengas hängt die Menge des erzeugten Volums und dessen Leuchtkraft ganz von der Natur der angewandten Steinkohle ab; in der Regel sind fette Steinkohlen zur Kesselfeurung unvortheilhafter, für Gasbereitung dagegen geeigneter, als magere. Die angezeigten Resultate beziehen sich auf das Gas der städtischen Anstalt zu Mühlhausen, welche Steinkohlen aus dem Loire-Becken dazu verwendet. Mit guten Saarbrücker Steinkohlen erhält man einen Titre von 10 und mit Newcastlerkohlen noch etwas mehr.

2) Die weiters angegebenen Resultate von Steinkohlengas erhält man, wenn man die Steinkohle nach der Methode des Ingenieurs Jeauneney in flachen nur 10^{cm} hohen und mit Abtheilungen versehenen Retorten destillirt, in welchen die Berührungsfläche weit größer ist im Verhältnisse zum aufgeschütteten Kohlenvolum als in den gewöhnlichen Retorten.



Diesen Angaben zufolge stellt sich dieses Verfahren sowohl hinsichtlich der Leuchtkraft, als auch hinsichtlich der bedeutenden Gasproduktion weit günstiger heraus, als das bisherige Verfahren; dasselbe ist jedoch noch zu neu, um über dessen Zweckmäßigkeit ein sicheres Urtheil fällen zu können.

3) Das Holzgas, eine Erfindung des Prof. Pettenkofer in München, wird aus Nadelholz bereitet, hat den Vorzug, daß es bei seiner Verbrennung keine schwefligte Säure erzeugt, wie es bei dem Steinkohlengas der Fall ist, und daher keinen schädlichen Einfluß auf die Farben ausübt. Die Angaben der Tabelle sind die Resultate der in Basel und Heilbronn mit diesem Gase vielfach angestellten Versuche.

4) Die in der Tabelle notirten Preise von 30 Centimen für das Steinkohlengas und 40^{c} für das Holzgas sind ungefähr diejenigen, zu welchen die städtischen Gasfabriken zu Mühlhausen und zu Basel die 1000 Liter Gas an Fabriken abliefern. Die Erzeugungskosten dieser Gase hängen ganz von den Steinkohlen- und Holzpreisen ab und es wird, wenn man diese Preise in einer Lokalität kennt, leicht zu beurtheilen seyn, welche dieser zwei Gasarten dorten den Vorzug verdient. Beide Gase sind übrigens bloß für große Flammen geeignet. Das Holzgas hat z. B. bei einem Gasverbrauch

von 60—90 Liter per Stunde bloß einen Titre = 8,2 — 8,8 und ähnliches zeigt sich auch bei dem Steinkohlengase.

5) Das Suintergas erzeugt man, indem man das Abwasser beim Waschen der Wolle und Seide mit Kalk sättigt, und die daraus erhaltenen Kuchen in getrocknetem Zustande auf ähnliche Weise wie bei anderer Gasbereitung destillirt. Der Preis dieses Gases ist zu 95^{c} per 1000 Liter angegeben, nämlich

45^{c} für Ankauf des Waschwassers,
25^{c} „ Fabrikationskosten der Kuchen
und 25^{c} „ „ des Gases.

Für Wollspinnereien, Seidefärbereien rc., für welche dieses Abwasser ohne diese Anwendung von keinem Werthe ist, kömmt daher dieses Gas bloß auf 50^{c} per 1000 Liter, somit bloß auf 0^{c},23 per Lichteinheit zu stehen.

6) Das Bogheadgas wird aus einer Cannelkohle bereitet, von welcher sich unweit Leith in Schottland sehr ergiebige Lager vorfinden. Sie wird dort gegenwärtig zu 19 Shillings per Tonne an Bord geliefert, und kommt in Basel auf circa 12 Franken per 100 Kil. zu stehen.

7) Diese beiden letzten Gasarten, und insbesondere das Bogheadgas, brauchen nur wenig gereinigt zu werden, geben ein sehr schönes weißes Licht, welches die Farbenstoffe ebenfalls nicht angreift, und da sie 3—4mal mehr Leuchtkraft besitzen, als Steinkohlen- und Holzgas, so erfordern sie auch zu ihrer Zubereitung weit kleinere Oefen, Gasometer, Leitungsröhren, somit eine billigere und weniger Platz einnehmende Einrichtung und es ist letztere daher besonders Fabriken anzuempfehlen, welche ihren Gasbedarf selbst zubereiten wollen. Zu bemerken ist übrigens, daß sich diese beiden Gase bloß für kleine Flammen eignen, indem deren Titre bei einem stündlichen Verbrauch von mehr als 35 Litre merklich geringer ausfällt. In letzterem Falle sollten also entweder 2 Brenner zusammengestellt oder das Gas mit einem minder reichen vermischt werden.

8) Außer diesen verschiedenen Gasen wird noch das Oel- und Harzgas zur Beleuchtung angewendet.

1 Kilogr. Oel producirt circa 800 Liter Gas,
1 „ Harz „ „ 650 „ „

welches fast ebenso viel Leuchtkraft wie die letzt bezeichneten Gase hat, dagegen auf circa 120 Cents. per 1000 Liter oder auf 0^{c},60 per Lichteinheit

zu stehen kömmt. In Folge dieses hohen Preises wird dieses früher ziemlich häufig angewandte Gas durch andere Gasarten ersetzt.

9) In Bezug auf die erforderliche Lichtstärke bemerken wir, daß für Uhrenmacher 1½ Kerzen, für Dreher und Schlosser 3, für Bandstühle 4, für Spinnereien und Webereien 8 und für Druckereien 10 Kerzen Lichtstärke als die vortheilhafteste Beleuchtung angesehen werden können.

Tabelle XLI.

Anzahl der Brennstunden des ganzen Jahres
(mit Einschluß der Sonn- und Feiertage).

	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	September.	Oktober.	November.	December.	Summa.
Bis Tagesanbruch von													
4 Uhr Mrgs.	137	98	71	28	2	—	—	16	48	80	110	137	727
5 " "	106	70	40	3	—	—	—	—	18	49	80	106	472
6 " "	75	42	9	—	—	—	—	—	—	18	50	75	269
7 " "	44	14	—	—	—	—	—	—	—	—	20	44	122
von der Dämmerung bis													
6 Uhr Abds.	65	33	4	—	—	—	—	—	2	31	62	80	277
7 " "	96	61	31	4	—	—	—	14	22	62	92	111	493
8 " "	127	89	62	28	4	—	—	40	52	93	122	142	759
9 " "	158	117	93	58	29	8	13	71	82	124	152	173	1178
10 " "	189	145	124	88	60	38	44	102	112	155	182	204	1443
11 " "	220	173	155	118	91	68	75	133	142	186	212	235	1808
12 " "	251	201	186	148	122	98	106	164	172	217	242	266	2173
die ganze Nacht	512	411	382	295	242	195	217	307	345	421	473	527	4327

Mittelst dieser Tabelle kann leicht der jährliche Beleuchtungsaufwand für eine bestimmte Anzahl Flammen berechnet werden.

Soll z. B. eine Fabrik mit 160 Flammen das ganze Jahr hindurch von Morgens 6 Uhr bis Abends 7 Uhr beleuchtet werden, so brennt jede Flamme 269 + 493 = 762 Stunden lang und es ergeben sich also für 160 Flammen 160 × 762 = 85920 Brennstunden. Sind ferner die

Kosten des Gasverbrauchs = 3^c per Brennstunde, so verursacht die ganze Beleuchtung einen jährlichen Kostenaufwand von 0,03 × 85920 = 2577,60 Franken oder nach Abzug der Sonn- und Feiertage bloß circa 2148 Franken.

Anmerkung. Wegen der Mondnächte und weil gewöhnlich in Städten ein Theil der Laternen zu einer gewissen Nachtzeit gelöscht wird, werden für Straßenbeleuchtung statt der in der Tabelle angezeigten 4327 Brennstunden bloß ungefähr die Hälfte dieser Zahl in der Berechnung aufgenommen.

Bemerkungen über Gasleitungen.

Je weiter eine Gasleitung ist, desto geringer ist die Reibung, welche das Gas in derselben erleidet, desto geringer somit der Verlust an Druck und um so weniger muß der Gasometer belastet werden, damit das Gas mit der erforderlichen Geschwindigkeit bei den Brennern ausströmen kann. Da jedoch anderseits die Anlage der Gasleitung mit der größern Weite derselben merklich kostspieliger wird, so ist es jedenfalls rathsam, den innern Durchmesser der verschiedenen Röhren, aus welchen die Gasleitung bestehen soll, im Verhältniß zu dem Gasvolumen, welches durch jede Röhre zur Zeit des stärksten Gasvolums zu strömen hat, nach den vorhandenen Erfahrungen auszumitteln.

Gewöhnlich wird das Gas aus dem Gasometer einer städtischen Gasfabrik mit einem Drucke von circa 10^{cm} Wassersäule entlassen, bei welchem solches eine Geschwindigkeit von $2\frac{1}{2}$ à 3 Meter per Sekunde erhält.

In den Zweigröhren dagegen, in deren Nähe die Brenner angebracht sind, ist ein Druck von $2—2\frac{1}{2}^{cm}$ genügend und die Geschwindigkeit in denselben ist circa 1 Meter per Sekunde.

Ueber die Wanddicke und das Gewicht gußeiserner Leitungen siehe Tab. VII. S. 57.

Nach diesen Angaben ist folgende Tabelle berechnet:

Innere Weite der Röhren.		Gasverbrauch per Stunde in Litern.	Anzahl Brenner.	
Engl. Zoll	Millimeter.		bei Steinkohlen und Holzgas	bei reichen Gasen.
1/4	6 1/4	110	1	2
3/8	9 1/4	250	2	6
1/2	12 1/2	440	4	12
5/8	15 1/2	690	6	18
3/4	18 3/4	990	8	24
7/8	21 3/4	1350	11	33
1	25	1760	14	42
1 1/4	31 1/4	2750	23	68
1 1/2	37 1/2	3960	33	100
1 3/4	43 3/4	5390	45	135
2	50	7040	60	175
2 1/4	56 1/4	8900	75	220
2 1/2	62 1/2	11,000	90	270
3	75	15,800	130	390
3 1/2	87 1/2	21,600	180	540
4	100	34,000	280	—
4 1/2	112 1/2	50,000	400	—
5	125	70,000	600	—
5 1/2	137 1/2	100,000	800	—
6	150	130,000	1100	—
7	175	190,000	1600	—
8	200	280,000	2300	—
9	225	400,000	3300	—
10	250	530,000	4400	—

Zu den engeren Leitungen bis auf 1½ englische Zoll Weite werden gewöhnlich gezogene Röhren aus Schmiedeisen oder Blei, zu den weiteren dagegen gußeiserne Röhren angewendet.

Beispiel für die Beleuchtung mit Bogheadgas.

Es soll eine Fabrik, deren Arbeitszeit von Morgens 5 Uhr bis Abends 7 Uhr geht, mit 150 Brennern von 6 Kerzen Lichtstärke versehen werden. Anzahl Brennstunden für das ganze Jahr = 472 + 493 = 965,

Anzahl Brennstunden nach Abzug der Sonn- und Feiertage

$$= 965 \times \frac{5}{6} = 804.$$

100 Liter Gas, welche per Stunde verbrennen, geben eine Lichtstärke von 29 Stearinkerzen (Tab. XL); folgl.

$$\text{Gasverbrauch per Brenner} = \frac{100 \times 6}{29} = 21 \text{ Liter per Stunde.}$$

$$\text{Jährlicher Gasverbrauch} = 804 \,.\, 21 \,.\, 150 = 2532600 \text{ Liter.}$$

Ungefähre Kosten (mit Ausnahme von Interesse und Amortisation des Anlagekapitales)

$$\text{per Brennstunde} = \frac{21}{1000} \times 60^{c} = 1^1/_4 \text{ Centimes}$$

$$\text{per Jahr } \frac{2532600}{1000} \times 60^{c} = 1519 \text{ Frcs. } 56 \text{ Centimes.}$$

Größte Anzahl Brennstunden per Tag (im December)

$$= \frac{106 + 111}{31 \text{ Tage}} = 7 \text{ Stunden.}$$

Größtes Gaskonsum per Tag für 150 Brenner

$$= 7 \times 21^{l} \times 150 = 22050 \text{ Liter.}$$

Gasometer. Soll der Gasometer den erforderlichen Inhalt für einen zweitägigen Gaskonsum = 44100 Liter besitzen und wird die Höhe h desselben = dem halben Durchmesser D angenommen, so erhält man:

$$0{,}7854 \times D^2 \times \frac{D}{2} = 0{,}3927 \times D^3 = 44100$$

$$D = 48{,}8 \text{ Decimeter, } h = 24{,}4 \text{ Decimeter.}$$

Nimmt man dagegen die Höhe zu 30 Decimeter an, gibt dem Gasometer einen Inhalt von 45000 Liter, so wird der Durchmesser desselben = 43,70 Decimeter und dessen Inhalt für jeden Decimeter Höhe = 1500 Liter seyn. Eine nach dieser Eintheilung angebrachte Scale gewährt den Vortheil, daß dieselbe zu jeder Zeit das genaue Gasquantum anzeigt, welches per Minute consumirt, oder auch in den Retorten producirt wird.

Retorten. Erforderliches Quantum Bogheadkohle per Jahr

$$\text{(Tab. XL)} = \frac{2532600 \text{ Liter}}{375} = 6754 \text{ Kil.}$$

und für 2 Tage bei dem größten Gasverbrauch

$$= \frac{44100 \text{ Liter}}{375} = 118 \text{ Kil.}$$

Da nun in einer Retorte mit 3 Abtheilungen, jede von 10^{cm} Höhe, 20^{cm} Breite und 130^{cm} Länge per Stunde 20 Kil. Boghead destillirt werden können (wozu circa 50 Kil. Steinkohlen erforderlich sind), so kann also obiges Quantum in circa 6 Stunden destillirt werden.

Gasleitungen. Gasverbrauch per Stunde 150 $\times$ 21 = 3150 Liter, daher die erforderliche Weite der Hauptleitung = 1$^1/_2$ engl. Zoll. Sind die 150 Brenner in 3 Arbeitssälen gleichförmig vertheilt, so hat das erste Drittel einer jeden Leitung 1050, das zweite 700 und das dritte 350 Liter Gas per Stunde durchzulassen. Es ist daher dem ersten Drittel $^3/_4$, dem zweiten $^5/_8$ und dem letzten $^1/_2$ engl. Zoll Weite zu geben, wogegen die Röhren, welche unmittelbar zu den Brennern führen, bloß $^3/_8$ à $^1/_4$ Zoll erhalten.

Nr. 52.

Numerotirsysteme für Garne.

Die Nummer oder der Titre irgend eines Fadens oder Garnes bezeichnet dessen Feinheit, und wird entweder durch das Gewicht bestimmt, welches eine gewisse Länge von demselben, zur Einheit genommen, besitzt, oder durch die Fadenlänge, welche auf eine gewisse Gewichtseinheit geht.

I. Numerotirung der Baumwollgarne.

a) Französisches oder metrisches System.

Dieses System hat zur Gewichtseinheit das halbe Kilogramm, zur Längeneinheit den Kilometer.

Der Haspel hat nämlich einen Umfang von 1428 1/7 Millimeter, 70 Haspelumgänge machen 1 Gebinde (échevette) und 10 Gebinde = 1 Schneller = 1000 Meter. Die Garnnummer wird nach der Anzahl von metr. Schnellern (écheveaux) bestimmt, welche auf 1/2 Kilogramm gehen.

écheveau		échevettes		Fäden		Meter
1	—	10	—	700	—	1000
		1	—	70	—	100
				1	—	1,4286.

1 Hank = 0,768 écheveaux.

1 Ley = 1,0971 échevettes.

Von Nr. 15 gehen daher 15 Schneller = 15000 Meter auf 1/2 Kil.;

von Nr. 0,7 dagegen bloß $^7/_{10}$ Schneller = 700 Meter. Ebenso wiegt z. B. 1 Schneller von Nr. 35 — $\frac{500}{35} = 14{,}28$ grammes.

b) Englisches System.

Der Haspel, der zum Abwinden des Garnes dient, hat einen Umfang von $1^1/_2$ Yards = $4^1/_2$ engl. Fuß.

Die Anzahl der Hanks oder Schneller, welche auf 1 engl. Pfd. (avoir du poids) gehen, bezeichnet die Nummer des Garnes. Bei Garnen von Nr. 50 gehen also z. B. 50 Schneller = 42000 Yards auf's Pfund.

Hank (Schneller)		Leys (Gebinde)		Haspelumgänge oder Fäden		Yards (Ellen)		Meter
1	—	7	—	560	—	840	—	768
		1	—	80	—	120	—	$109^5/_7$
				1	—	$1^1/_2$	—	1,3714.

Da $^1/_2$ Kil. = 1,10275 engl. Pfd. ist, so findet man die der nämlichen Feinheit entsprechende franz. Nummer, wenn man die englische mit $0{,}768 \times 1{,}10275 = 0{,}847$ vervielfacht, und die englische findet man, wenn man die französische mit 1,18 vervielfacht.

In den Spinnereien des deutschen Zollvereins und der Schweiz ist das englische System allgemein eingeführt; in Oesterreich dagegen wird die Nummer oft nach der Anzahl Schneller bestimmt, welche auf das Wiener Pfund gehen, und es ist:

1 österr. Schneller = 7 Gebinde = 700 Fäden à $2^1/_8$ Wiener Ellen Länge = 1165 Meter.

Da nun 1 engl. Pfd. = 0,8096 Wiener Pfd., so erhält man die Wiener Nummern, wenn man die englischen mit $\frac{768}{0{,}8096 \times 1165} = 0{,}814$ vielfacht.

Beispiel. Nr. 54 englisch = 54 × 0,847 = Nr. 45,74 franz.
= 54 × 0,814 = Nr. 43,96 österr.

Annähernd ist:

Nr.	100 metrisch	= 118 englisch	= 96,05 österreich.,
"	100 englisch	= 84,7 metrisch	= 81,4 österreich.,
"	100 österreich.	= 122,8 englisch	= 104,01 metrisch.

II. Numerotirung der Leinengarne.

In Großbritannien und den meisten Spinnereien des Continents ist das englische System eingeführt.

Der Haspel hat $2\frac{1}{2}$ Yards Umfang, und 120 Fäden machen 1 Schneller.

(Bisweilen werden Häspel von 3 Yards Umfang angewendet, wonach 100 Fäden 1 Schneller ausmachen.)

Die Anzahl Schneller, welche 1 engl. Pfd. ausmachen, gibt die Garnnummer an.

Packet	Bündel	Hanks (Strangen)	Leas (Schneller)	Yards	Meter
1 —	6 —	120 —	1200 —	360 000 —	329 187
	1 —	20 —	200 —	60 000 —	55 260
		1 —	10 —	3000 —	2 743
			1 —	300 —	274

1 bayer. Schneller = 4,34 engl. Schneller,
1 engl. Bündel = 46 bayer. Schneller,
1 österr. Bündel = 5 Stück = 20 Strangen

Da ferner 1 englisch ℔ = 453 grammes ist, so ist

$$1 \text{ Nummer englisch} = \frac{274 \times 500}{1000 \times 453} = \text{Nr. } 0{,}303 \text{ metrisch}$$

$$\text{und } 1 \text{ Nummer metrisch} = \frac{1}{0{,}303} = \text{Nr. } 3{,}3 \text{ englisch.}$$

III. Numerotirung der Wollgarne.

a) Kammgarne (franz. System).

Längeneinheit = 600 franz. Ellen = 720 Meter.

Auf ½ Kil. Nr. 30 gehen z. B. 30 × 600 = 18000 Ellen.
= 21600 Meter.

b) Kammgarne (engl. System).

Längeneinheit.

1 Zahl oder Schneller = 550 Haspelumgänge.
von 3 engl. Fuß = circa 500 Meter.

1 Bündel = 2 gros = 48 Docken = 288 Zahlen.
1 „ = 24 „ = 144 „
1 „ = 6 „

Von Nr. 28 wiegt 1 Bündel $\frac{288}{28}$ = 10,3 engl. Pfd.

c) Streichgarne.

Längeneinheit 3000 Ellen.

3000 Ellen Garn, welche ½ Kil. wiegen, werden livre de compte genannt und in ¼ getheilt, jedes Viertel wieder in 6 Haspelumgänge (sons).

livre de compte	Viertel	Haspelumgänge	Ellen	Meter
1 —	4 —	24 —	3000 —	3600
	1 —	6 —	750 —	900
		1 —	125 —	150

Garn von ¾, 4 sons hat demnach eine Länge von 3 × 750 + 4 × 125 = 2750 Ellen = 3300 Meter per ½ Kil. und ist daher = Nr. 3,3 metrisch.

IV. Numerotirung der Seide.

Die Feinheit (titre) der Seide wird durch die Anzahl Déniers (grains) des franz. Markgewichtes ausgedrückt, welche ein Faden von 400 franz. Ellen = 475 Meter wiegt.

Da nun 1 Dénier = 0,000053 Kil. ist, so gehen $\frac{475}{0,000053 \times 2}$ = 4470 000 Meter auf $1/2$ Kil. und es korrespondirt daher die Feinheit von 1 Dénier mit der Nr. 4470 metrisch.

So z. B. hat Seide von 24 Déniers eine Feinheit = $\frac{4470}{24}$ = Nr. 186 metrisch und 475 Meter Länge davon wiegen 24 Déniers = $1/_{24}$ frz. Unze.

Anmerkung 1. Die Feinheit des Coconfadens ist durchschnittlich $2^1/_4$ Déniers und korrespondirt also mit $\frac{4470}{2^1/_4}$ = Nr. 1987 metrisch. Da dieser Faden jedoch zu jedem Gebrauche zu fein ist, so werden gewöhnlich beim Abhaspeln der Cocons in heißem Wasser 4 à 12 solcher Fäden zu einem Faden (Grèze) vereinigt. Wegen Ungleichheit dieses Fadens wird der Titre meistens durch 2 Nummern ausgedrückt.

Die gewöhnlichsten Titres sind:

Organsin (Zettel)	grob	$^{30}/_{34}$ à $^{36}/_{40}$
" "	fein	$^{16}/_{18}$ à $^{22}/_{26}$
" "	extrafein für Tulle	$^{10}/_{12}$
Trame (Einschlag)	grob	$^{36}/_{40}$ à $^{45}/_{50}$
" "	fein	$^{18}/_{22}$ à $^{21}/_{28}$.

Anmerkung 2. Die Bestimmung des Titre und hiemit des Werthes der Seide geschieht schon seit längerer Zeit in besonderen Anstalten (Conditionirungen), in welchen die Seide vollkommen getrocknet, vor und nach dem Trocknen genau abgewogen und auf solche Weise außer dem Titre noch das absolute Gewicht der betreffenden Seidenpartie in ihrem vollkommen trocknen Zustande ermittelt wird.

Bekanntlich geschieht das Abwiegen der Garnschneller auf Sortir- oder Garnwaagen und es können letztere ebenso auch zur Bestimmung der Dicke der verschiedenen Watten, Bänder und Vorspunste in Spinnereien verwendet werden. Nur muß alsdann, da ihre Quadrante gewöhnlich nicht gröber

als Nr. 10 gehen, eine weit geringere Länge zur Einheit genommen werden.

Statt 1000 Meter werden z. B. nur 20 Meter Vorspunst abgewogen, und die Nummer, welche die mit metrischer Eintheilung versehene Scale der Sortirwaage anzeigt, ist alsdann 50mal feiner als die eigentliche Nummer dieser Vorspunst.

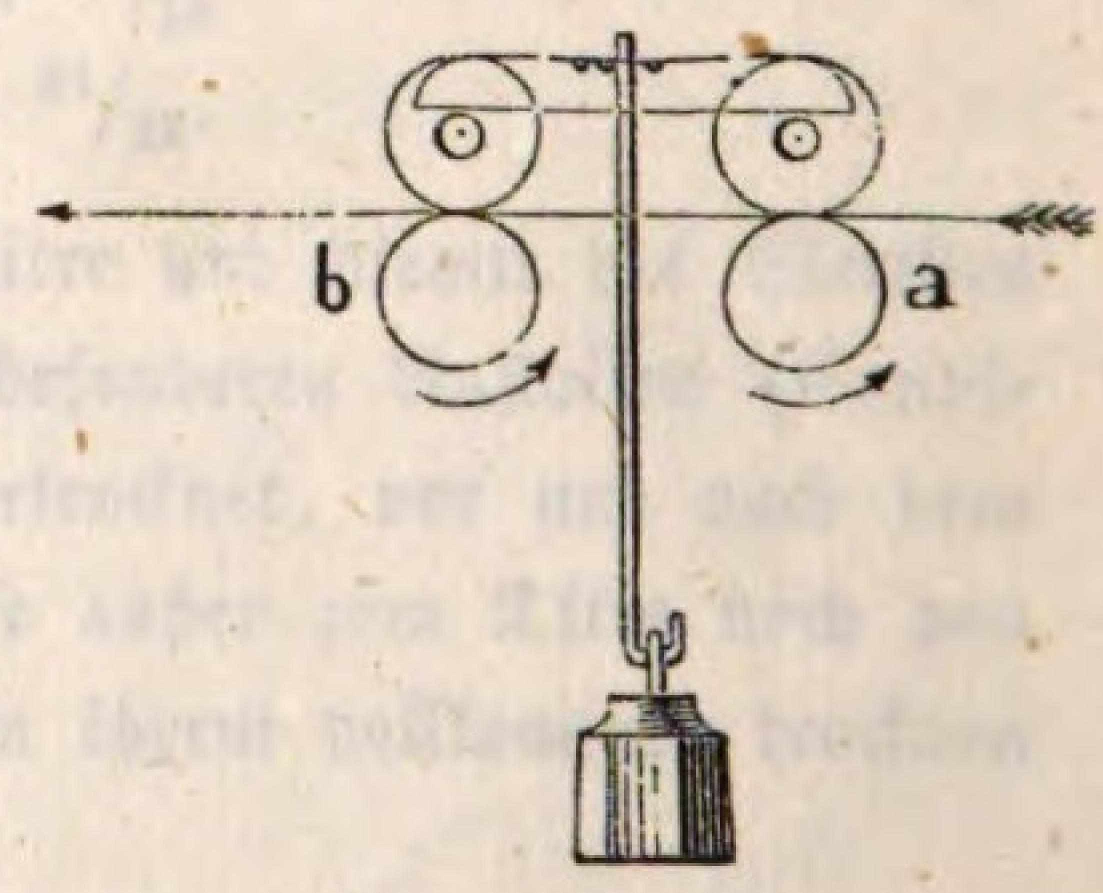
20 Meter Vorspunst von Nr. 0,70 werden z. B. auf der Waage Nr. 35 zeigen.

Nr. 53.

Spinnerei und Weberei.

I. Strecken oder Laminiren.

1) Das Strecken, welches auf den verschiedenen Streckwerken (étirages oder laminoirs, drawing frames), Bancs à broches (flyrovings) und Spinnmaschinen, sehr oft schon auf den Vereinigungsmaschinen (machines à bascule) der Kardenkanäle geschieht, bewirkt nicht nur, daß die einzelnen Fasern gestreckt und zu einander parallel gelegt werden, sondern das vielfach vorgenommene Strecken und Doubliren bezweckt auch die Gleichförmigkeit der Dicke, wie sie von einem guten Garne gefordert wird.



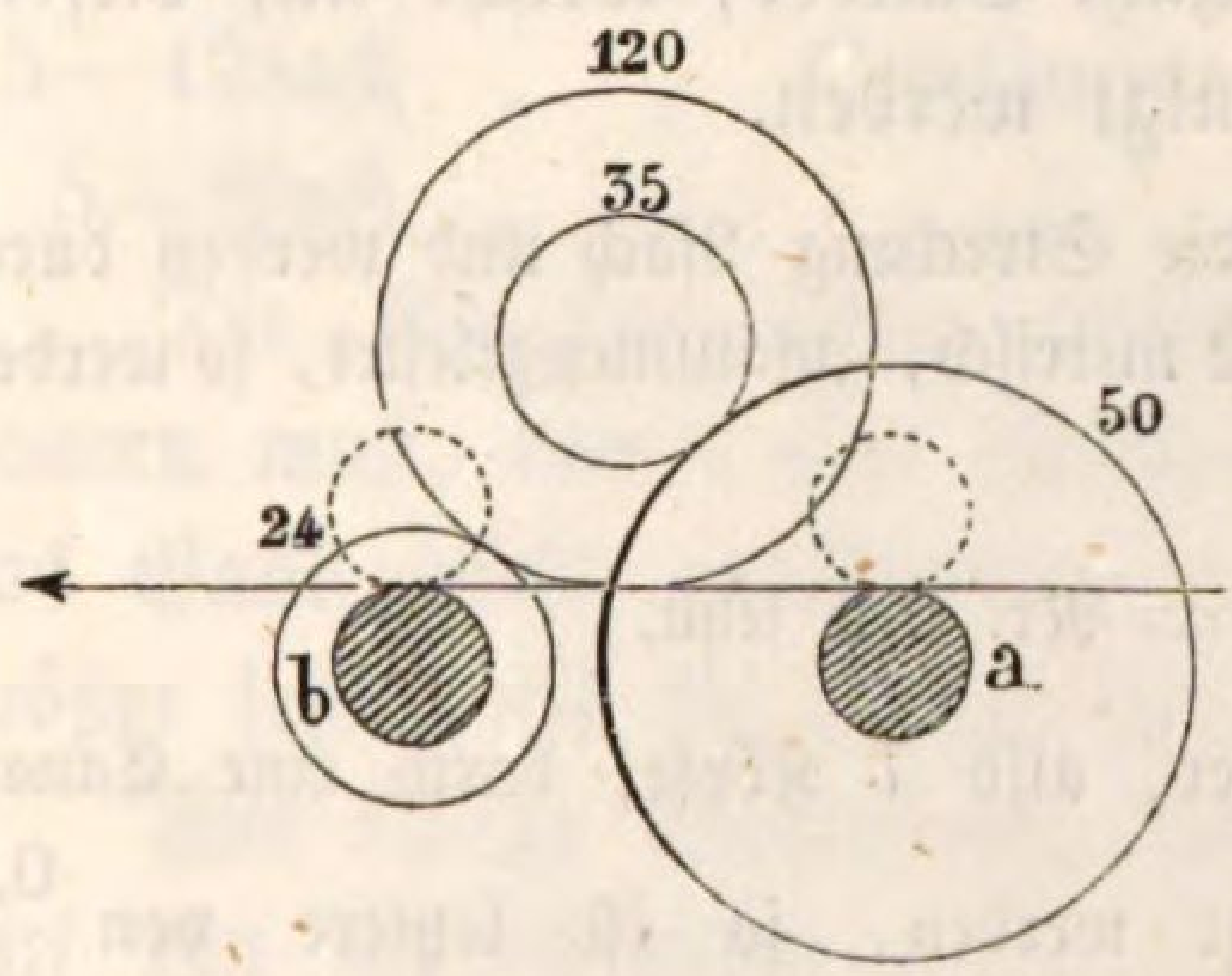
Wird ein Band oder eine Vorspunst durch 2 Walzenpaare a und b gelassen, deren obere Walzen (Druckwalzen) an die untern angedrückt werden und von welchen die zweite b sich zwar in gleicher Richtung, jedoch mit doppelter Umfangsgeschwindigkeit als a dreht, so erleidet dasselbe eine 2fache Streckung; d. h. von 1 Meter eingehendem Bande werden 2 Meter beim Austritte aus den Walzen erhalten.

2) Sind die beiden Walzen a und b von gleicher Dicke, so verhalten sich ihre Umfangsgeschwindigkeiten, somit auch die damit hervorgebrachte Streckung, wie die Anzahl Umgänge. Sind sie dagegen von ungleichem Durchmesser, so verhalten

sich die Umfangsgeschwindigkeiten wie die Produkte der Durchmesser in die Anzahl Umgänge.

3) Gewöhnlich werden die Streckwerke so eingerichtet, daß die Geschwindigkeit des einen Walzenpaares, somit die Größe der Streckung nach Bedarf verändert werden kann, und zwar geschieht solches durch Veränderungsräder (pignons de rechange).

Beispiel. Es sey an der vordern Walze b ein Getriebe mit 24 Zähnen befestigt, welches in ein Rad von 120 Zähnen eingreift. An der Zwischenachse dieses letzteren sey das Veränderungsrad mit 35 Zähnen befestigt, welches in das an der hintern Walze a angebrachte Rad mit 50 Zähnen eingreift. Die Walze b habe 25mm, die Walze a 21 mm Dicke, welche Streckung wird damit hervorgebracht?



Antwort.

Die Walze b macht $\frac{120 \times 50}{24 \times 35} = 7{,}14$ Umgänge während 1 Umg. von a, daher die Streckung $= 7{,}14 \times \frac{25}{21} = 8{,}5.$

Können statt dieses Veränderungsrades mit 35 Zähnen Getriebe von 30, 31, 32 bis 40 Zähnen eingesetzt werden, so kann die Streckung

von $8{,}5 \times \frac{35}{30} = 9{,}92$

bis $8{,}5 \times \frac{35}{40} = 7{,}44$

verändert werden.

Anmerkung 1. Um ein allzurasches Strecken zu vermeiden, werden gewöhnlich 3 Walzenpaare, oft sogar auch 4 angewendet, und deren Umfangsgeschwindigkeiten so kombinirt, daß zwischen den 2 hintern Walzenpaaren

zwar auch etwas Streckung, letztere dagegen größtentheils zwischen den vordern Walzenpaaren bewerkstelligt wird.

Anmerkung 2. Auf den Mulejennys wird namentlich bei feinern Garnen noch eine weitere Streckung dadurch erzeugt, daß der Wagen mit einer größern Geschwindigkeit als die der vordern Walzen ausläuft und ferner nach jedesmaligem Abstellen des Stockwerkes die Bewegung der Spindeln noch einige Zeit fortgesetzt wird.

4) Bei jeder Maschine verhält sich die Feinheit oder Nummer des ausgehenden Bandes zu der des eingehenden Bandes wie die Streckung, welche das Band darauf erleidet, zur Doublirung, d. h. zur Anzahl Bänder, welche auf diesem Streckwerke mit einander vereinigt werden.

Ist z. B. auf einem Laminoir die Streckung 9fach und werden durch jeden Kopf 6 Bänder jedes von Nr. 0,2 metrisch, zusammengeleitet, so werden die ausgehenden Bänder von

$$\frac{0{,}2 \times 9}{6} = \text{Nr. } 0{,}3 \text{ seyn,}$$

und wenn wiederum 7 dieser Bänder, also 7 Köpfe, durch eine Canalmaschine zu einer Watte vereinigt werden, so ist letztere von $\frac{0{,}3}{7}$ = Nr. 0,043, d. h. 43 Meter Watte gehen auf $^1/_2$ Kil.

5) Die Gesammtstreckung, welche ein Band von der Karde weg bis zur letzten Maschine (Spinnstuhl) erleidet, erhält man, wenn man die Streckungen der verschiedenen Maschinen, welche das Band passirt, mit einander vervielfacht, ebenso ist die Gesammtdoublirung das Produkt aller einzelnen Doublirungen.

Je größer dieses Letztere ist, desto gleichförmiger wird das Garn, desto größer muß jedoch auch das Produkt der Streckungen genommen werden.

Damit die Bänder nicht zerschnitten und geschwächt werden, dürfen übrigens bei der Streckung auf jeder einzelnen Maschine gewisse Gränzen, welche durch die Natur und die Länge der Fasern bedingt sind, nicht überschritten werden.

Die Streckungen sind gewöhnlich:

7—9fach auf den Laminoirs für Baumwolle,
4—5fach „ „ Bancs à broches en gros für Baumwolle,
4—7fach „ „ „ „ en fin „ „
bis 10fach „ „ Mulejennys für lange Baumwolle,
bis 6fach „ „ „ „ kurze „
20—40fach, nie über 60fach, auf den Etaleurs für Flachs,
15—25fach auf den Laminoirs für Flachs,
15—20fach „ „ Bancs à broches für langen Flachs,
10—12fach „ „ „ „ „ Abwerg,
5—12fach „ „ Continues für Flachs trocken spinnen,
5—8fach „ „ „ „ „ naß „

Die Entfernung zwischen zwei belasteten Cylinderpaaren muß, damit eine gleichförmige Streckung stattfinde und das Band nicht verschnitten werde, immer etwas weniges größer seyn, als die Länge der Fasern.

Für kurze Baumwolle beträgt diese Entfernung

auf den Streckwerken	26—30 Millimeter,
„ „ Spinnstühlen bloß	25 „
für lange Baumwolle dagegen auf ersteren	34—38 „
auf letzteren bloß	32 „

II. Zwirnung der Garne.

Je mehr Zwirnungen ein Faden auf den Feinspinnstühlen erhält, desto fester und stärker wird er; eine zu starke Zwirnung vermindert jedoch seine Elasticität und seinen Glanz, daher eine gewisse durch die Erfahrung bestimmte Gränze nicht überschritten werden soll.

Damit die Stärke verschiedener Garne im direkten Verhältnisse zu ihren Gewichten, d. h. im umgekehrten Verhältnisse zu ihren Nummern stehe, muß der Winkel, den die Spirallinie

mit der Fadenachse bildet, immer gleich bleiben und dieß hat statt, wenn die Anzahl von Zwirnungen im direkten Verhältnisse zu den Durchmessern der Garne oder im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Garnnummern genommen wird.

Beispiel. Wie viel Zwirnungen muß ein Garn erhalten von Nr. 40, welches verhältnißmäßig gleich stark seyn soll wie ein Garn von Nr. 25, welches per Meter Länge 840 Drehungen besitzt?

Antwort. $\sqrt{25} : \sqrt{40} = 840 : x$

$$x = 840 \times \sqrt{\frac{40}{25}} = 1062 \text{ Zwirnungen per Meter.}$$

Bedeutet N die metrische Garnnummer, so ist die Anzahl Zwirnungen per Meter, welche durchschnittlich gegeben wird, folgende:

für Baumwollen-Zettel . $160 \times \sqrt{N}$
Einschlag $120 \times \sqrt{N}$
für Leinen-Zettel . $175 \times \sqrt{N}$
Einschlag $150 \times \sqrt{N}$
Nähfaden $200 \times \sqrt{N}$

Beispiel. Baumwollen Zettelgarn von Nr. 36 soll demnach $160 \times \sqrt{36} = 960$ Zwirnungen auf den Meter erhalten, oder wenn der Wagenauszug (aiguillée) am Mulejenny 1,46 Meter beträgt, so müssen die Spindeln während eines jeden Auszuges $1,46 \times 960 = 1402$ Umgänge machen.

Diese Zwirnung geschieht beim Spinnen von groben Nummern bis Nr. 40 ausschließlich während der Streckung und zwar mit einer Geschwindigkeit von 5000 à 6000 Spindelumdrehungen per Minute. Bei den Nummern 45 à 120 geschieht dagegen bloß $^3/_5$ à $^1/_2$ der erforderlichen Zwirnung während dem Strecken und zwar bei 2500—3000 Umgängen, der Rest der Zwirnung, wenn der Wagen draußen ist, wo alsdann die Spindeln mit circa 5000 Umgänge per Minute umlaufen.

Auf **Continues** für Baumwollgarne machen
die Spindeln gewöhnlich . . 4000 à 5000 Umgänge,
für Leinengarne
mit warmem Wasser gesponnen 2500 à 3000 „
trocken gesponnen bloß . . . . 1200 „

Die Drehung der **Vorspunst** muß um so stärker seyn, je kürzer die Fasern sind, und die Anzahl Zwirnungen, welche man in Baumwollspinnereien denselben per Meter gibt, beträgt gewöhnlich zwischen

$$28 \times \sqrt{N} \text{ und } 33 \times \sqrt{N}$$

Beispiel. Welches Quantum Vorspunst Nr. 1,5 metrisch kann auf dem Banc à broches II. per Spindel und per Minute geliefert werden?

Antwort.

Anzahl Zwirnungen per Meter $= 30 \times \sqrt{1{,}5} = 36{,}7$

Lieferung per Minute $= \frac{650}{36{,}7} = 17{,}7$ Meter

Gewicht $= \frac{17{,}7 \times 500^{gr}}{1{,}5 \times 1000} = 5{,}90$ Grammes per Minute.

$= 4{,}25$ Kilogr. per 12 Stunden.

NB. Dieses Produkt reducirt sich jedoch wegen der häufigen Aufenthalte in der Wirklichkeit auf $2^3/_4 - 3$ Kil.

In **Flachsspinnereien** gibt man gewöhnlich der Vorspunst folgende Zwirnungen:

für Flachsgarne bis	Nr. 25	englisch 30	per Meter,
von	Nr. 35—50	„ 35	„ „
über	Nr. 50	„ 45	„ „
Abwerggarne bis	Nr. 16	„ 40	„ „
von	Nr. 16—30	„ 50	„ „
von	Nr. 30—40	„ 65	„ „

Die Geschwindigkeit der Bancs à broches-Spindeln übersteigt selten 450 Umgänge per Minute.

III. Lieferung und erforderliche Triebskraft der verschiedenen Maschinen.

a) Baumwollspinnerei

	Lieferung in 12—13 Arbeitsstunden in Kil.	Pferdekräfte.	Geschwindigkeit per Minute.
Schlagmaschine (Batteur éplucheur) mit 2 Schläger und 1 Windflügel	700	2,92	{ Schlagflügel 1100 Umgänge { Windflügel 550 "
Wickelmaschine (Batteur étaleur) mit 1 Schläger und 1 Windflügel	700	2,08	Schlagflügel 11—1200 "
Einfache Grob- oder Feinkarde	12		Tambour 130 "
Doppelte " " " 97^{cm} Breite für Kette Nr. 27—29 . .	20—22		" 110—130 "
" " " 50 . .	12—14		
" " " 100—120 . .	4—5		
1 Streckwerk von 8—12 Köpfen für Kette Nr. 28	300	0,35—0,50	Lieferung 10—12 Meter
" " " 70—80.	110—140		" 7 "
n metr. Nummer der Vorspunst. { 1 Spindel Banc à broches Nr. I	$\frac{5 \text{ à } 5^1/_2}{n}$	0,0085	450—500 Spindelumg.
" " " " II und III . . .	$\frac{4 \text{ à } 4{,}2}{n}$	0,0073	600—700 "
" " " " IV und V . . .	$\frac{3}{n}$	0,0063	800—950 "
1 Tube Spindel	$\frac{8}{n}$	0,024	7000—8000 "
	Metrische Schneller		
1 Mulejennyspindel . . . . Kette. Nr. 15—20	3,5	0,0021 à 0,0028	5000 "
" 30	2,5		
" 50	2,1		
1 Throstlespindel (Continu)		0,01	4000 "
Nr 80	1,7		
" 100	1,5		
1 Zwirnspindel		0,0067 0,010	2100 " 3000 "

Anmerkung. Einschlag wird der schwächeren Drehung wegen bei allen Nummern ungefähr $^1/_6$ mehr gesponnen als Kette.

Früher wurden allgemein 500—600 Spindeln auf 1 Pferdekraft gerechnet. In jetziger Zeit hingegen, wo die Spindeln weit schneller geführt werden und man zur Erzielung eines möglichst gleichförmigen Fadens das Band eine weit größere Anzahl von Streckköpfen und Bancs à broches passiren läßt, kann nicht mehr gerechnet werden, als bei

Garn von Nr.	10— 20 . .	150—200	Spindeln per Pferd.
	30— 40 . .	240	
	60— 80 . .	280	
	100—120 . .	320	

Durchschnittlich wird gerechnet, daß 100 Kil. Baumwolle 80 Kil. Garn und 20 Kil. Abgang geben, welcher zu geringeren Garnsorten verwendet wird. Dieser Abgang vertheilt sich ungefähr folgendermaßen:

Batteur éplucheur	4½ Kil.	Streckwerke	½ Kil.
„ étaleur	2½ „	Bancs à broches	1 „
Grobkarten	3¾ „	Spinnstuhl	4 „
Feinkarden	3½ „	Haspel	¼ „

b) Leinenspinnerei.

Lieferung von	1 Anlegmaschine (spreader)	165 Kil.	
	1 Streckwerk (drawing frame)	165 „	
	1 Spindel Banc à broches	3,00	mittlere Nummer
	1 Feinspindel trocken	0,63	
	mit warmem Wasser	0,20	
	1 gewöhnliche Grobkarde	224	
	1 „ Feinkarde	200	
	1 große Karde	400	

Mit 1 Pferdekraft können 80—100 Spindeln, nebst den Vorwerken (Hechelmaschinen nicht inbegriffen) getrieben werden.

Das jährliche Ergebniß (300 Arbeitstage) einer Spinnerei mit 2500 Spindeln für langen Flachs und 1500 Spindeln für Abwerg wird auf circa 3000 Centner geschätzt.

c) Kammgarnspinnerei (laine peignée).

1 Assortiment nach dem neuen System von Nik. Schlumberger und Comp. in Guebwiller, bestehend aus:

1 Waschmaschine,
1 Nappeuse,
4 Déméloirs (zu 2 Passagen),
3 Peigneuses Heilmann,
2 Streckwerk zu 3 Köpfen,
1 Spulen-Streckwerk (étirage bobinoir) zu 2 Köpfen,
1 Banc à broches en gros zu 12 Spindeln,
1 " " en fin " 36 "
5 Mulejennys zu 300 Spindeln,

zusammen 1500 Spindeln, erfordert die Kraft von 5 à 6 Pferden und liefert in 12 Arbeitsstunden 50 Kil. Garn von Nr. 30—40 metrisch.

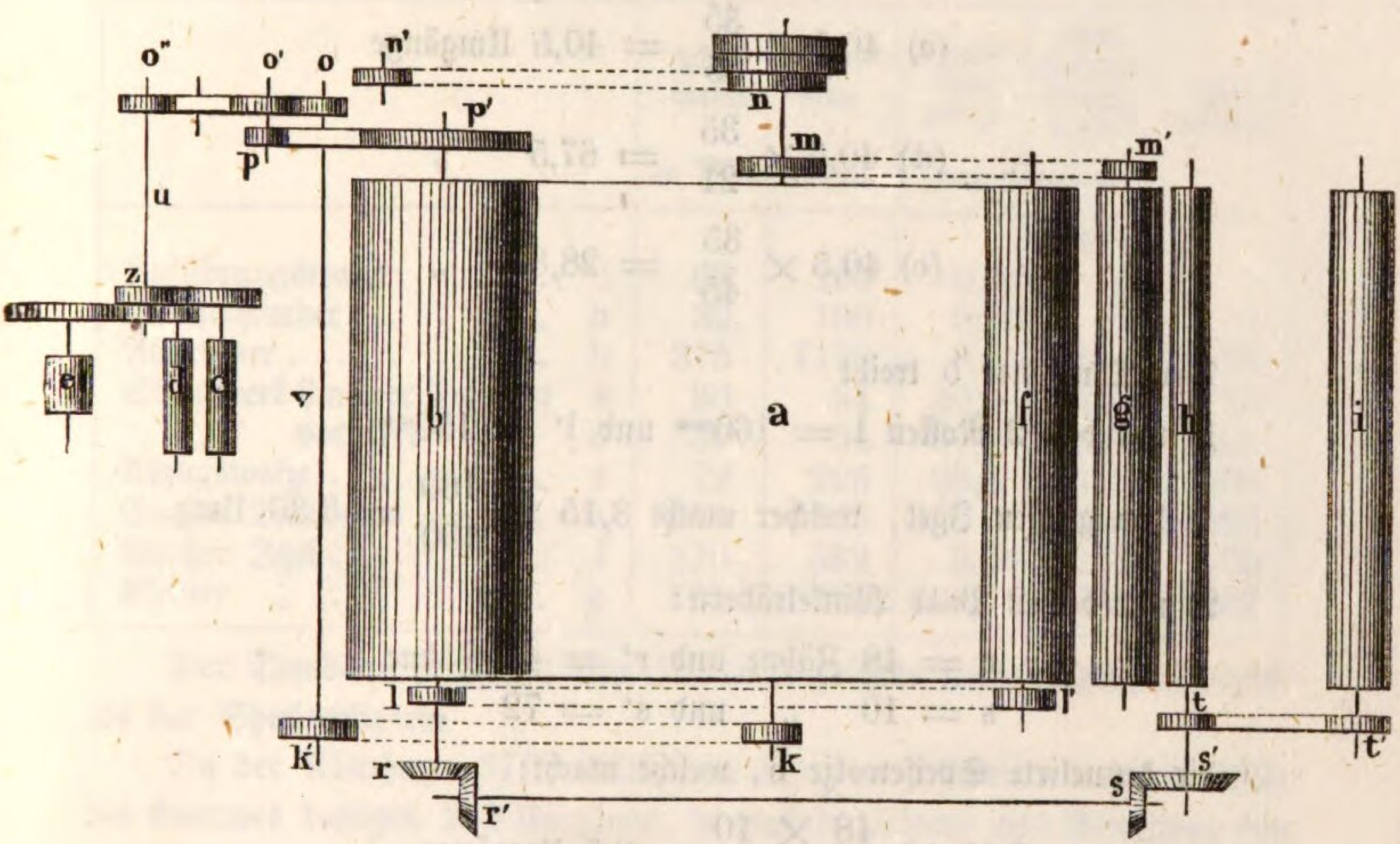
c) Calico-Weberei.

Zu 100 mechanischen Webstühlen rechnet man gewöhnlich 1 Spulmaschine von 144 Spindeln, 2 Zettelmaschinen und 4 Schlichtmaschinen.

Mit diesem Assortiment, welches die Kraft von 10 Pferden erfordert, können in 12 Arbeitsstunden circa 120 Kil. Garn von Nr. 30 à 40 verwoben werden.

IV. **Beispiel. Berechnung einer Baumwollkarde.**
(System Ourscamp.)

Die Tambourachse a, auf welcher die Triebrollen befestigt sind, mache 100 Umgänge per Minute, darnach berechnen sich die Geschwindigkeiten der andern Achsen wie folgt:



Die Achse v wird getrieben mittelst der 2 Triebrollen

$$K = 132^{mm} \text{ und } K' = 210^{mm}$$

Anzahl Umgänge von $v = 100 \times \frac{132}{210} = 63$.

Die Achse v treibt 1) mit den Rädern

$o = 18$ Zähne und $o' = 39$ Zähne

$p = 13$ „ $p' = 120$ „

und einem Zwischenrad den Abnehmer b, welcher somit macht

$$63 \times \frac{18 \times 13}{39 \times 120} = 3{,}15 \text{ Umgänge;}$$

2) mit den Rädern $o = 18$ Zähne, $o'' = 28$ Zähne und 2 Zwischenrädern,

die Streckwerkachse u, welche macht $63 \times \frac{18}{28} = 40{,}5$ Umgänge.

An dieser letztern ist ein Getriebe mit 35 Zähnen befestigt, welches in 3 Getriebe von 35, 21 und 45 Zähnen eingreift.

Das erste ist an der hintern Walze c, das zweite an der vordern d und das dritte an der Abzugswalze e befestigt, und diese Achsen haben daher die Geschwindigkeit

$$(c)\ 40{,}5 \times \frac{35}{35} = 40{,}5 \text{ Umgänge}$$

$$(d)\ 40{,}5 \times \frac{35}{21} = 67{,}5 \quad ''$$

$$(e)\ 40{,}5 \times \frac{35}{45} = 28{,}8 \quad ''$$

Der Abnehmer b treibt

1) mit den 2 Rollen $l = 160^{mm}$ und $l' = 150^{mm}$

den großen Igel, welcher macht $3{,}15 \times \frac{160}{150} = 3{,}36$ Umg.

2) mit den 2 Paar Winkelrädern:

$r = 48$ Zähne und $r' = 42$ Zähne
$s = 10$ „ und $s' = 72$ „

die kannelirte Speisewalze h, welche macht:

$$3{,}15 \times \frac{48 \times 10}{42 \times 72} = 0{,}5 \text{ Umgäuge.}$$

Die Walze h treibt mit den Rädern

$t = 18$ Zähne und $t' = 36$ Zähne,

nebst einem Zwischenrad, die Zuführungswalze i, welche macht

$$0{,}5 \times \frac{18}{36} = 0{,}25 \text{ Umgänge.}$$

Endlich treibt die Achse a noch

mit den Rollen $m = 300^{mm}$ und $m' = 75^{mm}$

den kleinen Igel g mit $100 \times \frac{300}{75} = 400$ Umgänge.

und mit den Rollen $n = 325^{mm}$ und $n' = 115^{mm}$

die Kurbelachse des Kammes mit $100 \times \frac{325}{115} = 282$ Hin- und Hergängen.

Durch die Zusammenstellung der hier erhaltenen Umgänge mit den Durchmessern der verschiedenen Achsen erhält man die Verhältnisse ihrer Umgangsgeschwindigkeiten, wie folgende Tabelle zeigt:

		Dia-meter	Um-fang	Anzahl Um-gänge	Um-fangsge-schwin-digkeit	Ver-hältniß
		in Millimetern.		per Minute		
					Millimet.	
Zuführungswalze . . .	i	63	198	0,25	49	
Speisecylinder	h	32	100	0,50	50	1
Abnehmer	b	375	1178	3,15	3711	74
Streckwerk hinterer Cylinder	c	30	94	40,5	3807	76
„ vorderer „	d	30	94	67,5	6345	127
Abzugswalze	e	72	226	28,8	6509	130
Großer Tambour . . .	a	950	2983	100	298300	5966
Großer Igel	f	170	532	3,36	1787	36
Kleiner „	g	100	314	400	125600	2512

Der Tambour hat somit eine 5966mal größere Umfangsgeschwindigkeit als der Speisecylinder.

Da der Abnehmer 3711 Millimeter Weg per Minute macht, die Achse des Kammes dagegen 282 Umgänge, so muß der letztere eine Bewegung von $\frac{3711}{282}$ = circa 13 Millimeter machen.

Wird dieser Karde eine Watte von 4 Meter Länge im Gewicht von $1^k,15$ aufgelegt, so braucht dieselbe zu deren Verarbeitung bei obiger Geschwindigkeit

$$\frac{4000 \text{ Millimeter}}{50 \text{ Millimeter}} = 80 \text{ Minuten} = 1\tfrac{1}{3} \text{ Stunde},$$

und kardirt daher in 12 Stunden effektiver Arbeitszeit

$$1^k,15 \times \frac{12}{1\tfrac{1}{3}} = 10^k,35.$$

Da ferner der Verzug zwischen dem Speisecylinder und der Abzugswalze = 130 ist, so liefert letztere aus dieser Watte ein Band von 4 × 130 = 520 Meter Länge oder $\frac{520}{1,15}$ = 452 Meter auf 1 Kil. Gewicht, somit wird dieses Band die Dicke von Nr. = 0,226 metrisch haben.

Anmerkung. Ein dickeres oder dünneres Band, somit eine größere oder kleinere Leistung der Karde, erhält man dadurch, daß man durch Veränderung der Winkelräder r und s den Speisecylinder schneller oder langsamer gehen macht, wodurch der Verzug kleiner oder größer wird.

Auf ähnliche Weise können die Berechnungen der andern Vorwerke und Spinnmaschinen geführt werden.

Nr. 54.

Angabe und Vergleichung der gebräuchlichsten Maaße und Gewichte.

1) **Anhalt:** wie in Preußen.

2) **Baden:** wie in der Schweiz, mit Ausnahme:
1 Wegstunde = 0,6 deutsche Meilen = 4,444 Kilometer.
1 Zuber = 2 Malter = $11^1/_9$ Cubikfuß.
1 Malter = 10 Sester = $1^1/_2$ Hectoliter.

3) **Baiern:** 1 Fuß = 12 Zoll = 0,29186 Meter.
1 Elle = $2^{41}/_{48}$ Fuß = 0,83301 Meter.
1 Morgen = 400 □Ruthen à 100 □Fuß.
1 Maaß = 1,06903 Litre. 1 Eimer = 60 Maaß.
1 Scheffel = 6 Metzen = 12 Viertel = 2,22357 Hectoliter.
1 Pfund = 32 Loth = 560 Gramm.
1 Centner = 100 Pfund = 56 Kilogramm.

Rheinbaiern: wie in Frankreich, mit Ausnahme:
1 Fuß = 0,333 Meter. 1 Elle = 1,2 Meter.
1 Pfund = 500 Gramm. 1 Centner = 50 Kilogramm.

4) **Belgien:** wie in Frankreich.
1 Elle = 0,695 Meter.

5) **Braunschweig:** 1 Fuß = 12 Zoll = 0,28536 Meter.
1 Ruthe = 16 Fuß. 1 Meile = 1625 Ruthen.
1 Feldmorgen = 120 □Ruthen = 25,0158 Ares.

1 Himten (Getreide) = 16 Metzen = 31,14476 Litres.
1 Oxhoft = $1^1/_2$ Ohm = 6 Anker = 240 Quartier.
1 Quartier = 0,93684 Litres.
1 Centner = 100 Pfund (à 32 Loth) = 46,7711 Kilogr.

6) Bremen: 1 Fuß = 0,28935 Meter.
1 Elle = 2 Fuß, 1 Ruthe = 16 Fuß.
1 Stübchen = 3,22144 Litres.
1 Oxhoft = $1^1/_2$ Ohm = $67^1/_2$ Stübchen.
1 Last = 40 Scheffel = 160 Viertel = 29,64148 Hectol.
1 Pfund = 32 Loth = 498,5 Gramm.
1 Schiffslast = 2 Tonnen = 4000 Pfund.

7) Dänemark: wie in Preußen.

8) England: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,30479 Meter.
1 □Fuß = 144 □Zoll = 0,092894 □Meter.
1 Cubikfuß = 1728 Cubikzoll = 0,02831 Cubikmeter.
1 Zoll (in 8 oder 12 Theilen) = 0,0254 Meter.
1 Yard = 3 Fuß = 4 Quarters = 0,91438 Meter.
1 Fathom = 2 Yards. 2 Poles = 11 Yards.
1 British Mile = 1760 Yards.
1 London Mile = $1666^2/_3$ Yards.
1 Sea Mile (Seemeile) = 2028,65 Yards.
60 Seemeilen = 1 Grad des Aequators.
1 Acre = 4 Roods = 160 □Poles = 40,4671 frz. Ares.
1 Imperial Charter (Getreide) = 290,7813 Litres.
1 Imperial Gallon (à 4 Quarts) = 4,543458 Litres.

Handelsgewicht (Avoir du pois):
1 Pfund = 16 Unzen = 453,592 Gramm.
1 Centner = 4 Quarters = 112 Pfund.
1 ton = 20 Centner = 2240 avoir d. p. Pfund.

Troygewicht (für Gold und Silber).
1 Pfund = 12 Unzen = 0,373242 Kilogramm.
175 Pfund Troy = 144 avoir d. p. Pfund.
1 Unze = Penny-weight = 480 Grains.
1 Pfund avoir d. p. = 7000 Grains Troy.
1 Pfund Troy = 5760 Grains Troy.

9) Frankfurt a. M.: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2846 Meter.
1 Elle = 0,5473 Meter.
13 Ellen = 6 Stab.
1 Pfund Leichtgewicht = 32 Loth = 467,711 Gramm.
100 Pfund Schwergewicht = 108 Pfund Leichtgewicht.

10) Frankreich:

I. Metrisches System (neues Maaß).

Längenmaaße: 1 Meter ist der zehnmillionste Theil des nördlichen Meridianquadranten.
1 Meter = 10 Decimeter = 100 Centimeter = 1000 Millimeter.
1 Myriameter = 10 Kilometer = 100 Hectometer = 1000 Decameter = 10000 Meter.
1 neuer Fuß = $^1/_3$ Meter. 1 neue Elle = 1,2 Meter.

Flächenmaaß: 1 □Meter = 100 □Decimeter.
1 □Decimeter = 100 □Centim. = 10000 Millimeter.
1 Hectare = 100 Ares = 10000 □Meter.

Körpermaaße: 1 Cub.-Meter = 1000 Cub.-Decim.
1 Cub.-Decimeter (Liter) = 1000 Cub.-Centimeter.
1 Cub.-Centimeter = 1000 Cub.-Millimeter.

Frucht- und Weinmaaße: 1 Kiloliter = 10 Hectoliter.
1 Hectoliter = 10 Decaliter = 100 Liter.
1 neuer Boisseau = $^1/_8$ Hectoliter.

Holzmaaße: 1 Stere = 1 Cubikmeter = 10 Decasteres.
1 Klafter (voie) = 2 Steres.

Gewichtsmaaße: 1 Gramm ist das Gewicht von 1 Cubik-Centimeter destillirten Wassers bei der Temperatur von 4° C. (bei welcher das Wasser die größte Dichtigkeit hat).
1 Kilogramm = Gewicht von 1 Liter solchen Wassers.
1 Kilogramm = 10 Hectogramm = 100 Decagramm = 1000 Gramm.
1 Gramm = 10 Decigramm = 100 Centigramm = 1000 Milligramm.
1 metrischer Centner = 100 Kilogramm.
1 Schiffstonne = 10 metr. Centner = 1000 Kilogramm.

II. Altes französisches System.

1 par. Fuß = 12 Zoll = 0,3248394 Meter.
1 par. Zoll = 12 Linien = 2,706995 Centim.
1 Meter = 3′ 0″ 11,296‴ par. = 3,07844 par. Fuß
1 Toise = 6 par. Fuß = 1,9490363 Meter.
1 par. Fuß = 0,9746 neue Fuß.
1 neuer Fuß = 1,0261 par. Fuß.
1 alte par. Elle = 43″ 10½‴ par. = 1,187694 Meter.
1 Juchart (arpent) = 100 □Ruthen (perches carrées).
1 Juchart von 900 □Toisen = 34,18867 Ares.
1 Hectare = 2,924944 Juchart. 1 □Toise = 3,798743 □Meter.
1 Muid = 12 Septiers = 24 Mines = 48 Minos.
1 Minos = 3 Boisseaux = 48 Litrons.
1 Boisseau = 655,78 par. Cubikzoll. 1 Pinte = 0,9313 Liter.
1 Velte = 8 Pinten = 7,45 Liter.
1 Pfund = 2 Mark = 16 Unzen = 128 Gros = 0,4895 Kilogr.
1 Gros = 3 Scrupeln = 72 Grains (Déniers).

Annähernd:

76 Meter = 39 Toisen. 19 Meter = 16 alte Ellen.
81 Centim. = 2½ par. Fuß. 3 Decim. = 11 par. Zoll.
40 Hectaren = 117 Juchart. 19 □Meter = 5 □Toisen.
21 □Decim. = 2 □par. Fuß. 22 □Centim. = 3 □″ par.
70 Kilogr. = 143 Pfund. 11 Hectogramm = 36 Unzen.
8 Decigramm = 15 Grains.

Anmerkung. Da der Durchmesser eines französischen Fünffrankenstückes 38 Millimeter und der eines französischen Zweifrankenstückes 28 Millimeter beträgt, so bilden 16 Fünffrankenstücke und 14 Zweifrankenstücke, neben einander gelegt, die Länge von 1 Meter, und 8 Fünffrankenstücke mit 1 Zweifrankenstück die Länge von einem neuen französischen Fuß. 40 Fünffrankenstücke wiegen 1 Kilogramm.

11) Hamburg: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2866 Meter.
1 Elle = 2 Fuß. 1 Pfund Handelsgewicht = 484,6095 Gramm.

12) Hannover: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,29209 Meter.
1 Handelselle = 0,584 Meter.
1 Centner = 100 Pfund (à 32 Loth) = 46,7711 Kilogr.

13) Großh. Hessen: 1 Fuß = 10 Zoll = ¼ Meter.
1 Pfund = 32 Loth = 500 Gramm. 1 Centner = 100 Pfund.

14) Cur-Hessen: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2877 Meter.
1 Pfund = 32 Loth = 467,711 Gramm. 1 Centner = 110 Pfund.

15) Holland: wie in Frankreich, nämlich:
1 Ell (Meter) = 10 Palmen = 100 Duimen.
1 Mjil (Kilometer) = 100 □Roeden à 10 Ellen.
1 Bunder (Hectare) = 100 □Roeden à 100 □Meter.
1 Last (Getreide) = 30 Zakken (Hectoliter).
1 Vat (Hectoliter) Flüssigkeit = 100 Kannen.
1 Pond (Kilogramm) = 10 Onsen à 10 Looden.

16) Lombardei: wie in Frankreich.

17) Lübeck: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2876 Meter.
1 Pfund = 32 Loth = 467,41 Gramm. 1 Centner = 108 Pfund.

18) Nassau: 1 Fuß = 10 Zoll = 0,3 Meter.
1 Pfund = 32 Loth = 500 Gramm.

19) Oesterreich: 1 Wiener Fuß = 0,316103 Meter.
1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien = 140,127 par. Linien.
1 Elle = 2,465 Fuß. 1 Klafter = 6 Fuß.
1 Meile = 4000 Klafter = 24000 Fuß.
= 7,586663 Kilometer = 1,00719 preuß. Ml.
1 Joch = 1600 □Klafter. 1 Metze = 4,9471 Cubikfuß.
1 Maaß = 0,0448 Cubikfuß. 1 Eimer = 40 Maaß.
1 Wiener Handelspfund = 32 Loth = 560,012 Gramm.
1 Centner = 5 Stein = 100 Handelspfund.

20) Oldenburg: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,295879 Meter.
1 Centner = 100 Pfund = 48,0367 Kilogramm.

21) Preußen: 1 Fuß (rheinländisch) = 12 Zoll = 144 Linien.
= 139,13 par. Linien = 0,3138535 Meter.
1 Elle = 25½ Zoll. 1 Lachter = 80 Zoll.
1 Ruthe = 12 Fuß. 1 Meile = 24000 Fuß.
1 Morgen = 180 □Ruthen à 144 □Fuß.
1 Scheffel = 16 Metzen = 3072 Cubikzoll = 54,96 Liter.
1 Schachtruthe = 12 . 12 . 1 = 144 Cubikfuß.

1 Pfund = $^1/_{66}$ von dem Gewichte eines Cubikfußes Wasser bei 15° R. (im luftleeren Raum gewogen).
1 Pfund = 2 Mark = 32 Loth = 128 Quent.
= 576 Grän = 467,811 Gramm.
1 Centner = 5 Stein = 110 Pfund.
1 Schiffslast = 4000 Pfund.

22) Rußland: 1 Fuß = 12 Zoll = 1 engl. Fuß.
1 Arschin (Elle) = 0,71119 Meter.
1 Werst (Meile) = 1,066781 Kilometer.
1 Pfund = 32 Loth = 96 Solotnik = 409,52 Gramm.
1 Schiffspfund (Berkowrtz) = 10 Pud = 400 Pfund.

23) Sachsen: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2833 Meter.
1 Elle = 2 Fuß. 1 Meile = 7,5 Kilometer.
1 neues Pfund = $^1/_2$ Kilogr. 1 Centner = 100 Pfund.
1 altes Leipziger Pfund = 467,625 Gramm.

24) Sardinien: wie in Frankreich.

25) Schweden: 1 Fuß = 12 Zoll = 0,2969 Meter.
1 Skalpund = 32 Loth = 425,3395 Gramm.

26) Schweiz: 1 Fuß = 10 Zoll = 100 Linien = 0,3 Meter.
1 Zoll = 3 Centim. 1 Linie = 3 Millimeter.
1 Fuß = 0,9 neue frz. Fuß.
1 Ruthe = 10 Fuß. 1 Klafter = 6 Fuß.
1 Wegstunde = 16000 Fuß = 4,8 Kilometer.
1 Juchart = 40000 □Fuß = 36 Ares.
1 Malter = 10 Sester = 100 Imi = 150 Liter.
1 Saum (Ohm) = 100 Maaß = 150 Liter.
1 Centner = 100 Pfund = 50 Kilogramm.

27) Würtemberg: 1 Fuß = 10 Zoll = 0,28694 Meter.
1 Elle = 2,144 Fuß. 1 Ruthe = 10 Fuß.
1 Morgen = 38400 □Fuß.
1 Helleichmaaß = 78$^1/_8$ Cubikzoll.
1 Eimer = 16 Imi = 160 Maaß.
1 Scheffel = 8 Simri = 177,226 Liter.
1 leichtes Pfund = 32 Loth = 467,728 Gramm.
1 Centner = 104 leichte Pfund = 100 schwere Pfund.

Tabelle XLII.

Vergleichung verschiedener Längenmaaße.

Preußischer Fuß	Wiener Fuß	Baierischer Fuß.	Sächsischer Fuß.	Hannoverscher Fuß	Würtembergscher Fuß	Badenscher od. Schweiz. Fuß.	Englischer Fuß.	Pariser Fuß.	Meter.
1	0,9929	1 0754	1,1083	1,0745	1,0955	1,0462	1,0297	0,9662	0,3139
1,0072	1	1,0831	1,1163	1,0822	1,1034	1,0537	1,0371	0,9731	0,3161
0,9299	0,9233	1	1,0306	0,9992	1,0187	0,9729	0,9576	0,8985	0,2919
0,9023	0,8959	0,9703	1	0,9695	0,9885	0,9440	0,9291	0,8718	0,2832
0,9307	0,9240	1,0008	1,0314	1	1,0196	0,9737	0,9584	0,8992	0,2921
0,9128	0,9063	1,9816	1,0117	0,9808	1	0,9550	0,9399	0,8819	0,2865
0,9559	0,9490	1,0279	1,0594	1,0271	1,0472	1	0,9843	0,9235	0,3000
0,9711	0,9642	1,0443	1,0763	1,0435	1,0639	1,0160	1	0,9383	0,3048
1,0350	1,0276	1,1130	1,1471	1.1121	1,1339	1,0828	1,0658	1	0,3248
3,1862	3,1635	3,4263	3,5312	3,4236	3,4905	3,3333	3,2809	3,0784	1

Tabelle XLIII.

Vergleichung verschiedener Flächenmaaße.

Preußischer Quadratfuß	Wiener Quadratf.	Baierscher Quadratf.	Sächsischer Quadratf.	Hannoverscher Quadratf.	Würtembergscher Quadratf.	Badenscher od. Schweiz Quadratf.	Englischer Quadratf.	Pariser Quadratf.	Quadratmeter.
1	0,9858	1,1564	1,2283	1,1545	1,2002	1,0945	1,0603	0,9335	0,0985
1,0144	1	1,1731	1,2460	1,1712	1,2175	1,1103	1,0756	0,9470	0,0999
0,8647	0,8525	1	1,0622	0,9984	1,0378	0,9169	0,9446	0,8072	0,0852
0,8142	0,8026	0,9415	1	0,9400	0,9771	0,8911	0,8633	0,7600	0,0802
0,8662	0,8538	1,0012	1,0639	1	1,0395	0,9479	0,9184	0,8086	0,0853
0,8332	0,8214	0,9636	1,0234	0,9620	1	0,9120	0,8835	0,7778	0,0821
0,9137	0,9007	1,0566	1,1222	1,0549	1,0965	1	0,9688	0,8529	0,0900
0,9431	1,9297	1,0906	1,1584	1,0888	1,1319	1,0322	1	0,8804	0,0929
1,0712	1,0560	1,2388	1,3158	1,2368	1,2856	1,1725	1,1359	1	0,1055
10,152	10,007	11,740	12,469	11,721	12,184	11,111	10,764	9,4768	1

Tabelle XLIV.

Vergleichung verschiedener Körpermaaße.

Preußischer Cubikfuß.	Wiener Cubikfuß.	Baierscher Cubikfuß.	Sächsischer Cubikfuß.	Hannoverscher Cubikfuß.	Würtembergscher Cubikfuß	Badenscher od. Schweiz. Cubikfuß.	Englischer Cubikfuß.	Pariser Cubikfuß	Cubikmeter
1	0,9787	1,2435	1,3613	1,2405	1,3148	1,1450	1,0918	0,9019	0,0309
1,0217	1	1,2706	1,3909	1,2675	1,3433	1,1699	1,1156	0,9215	0,0316
0,8042	0,7871	1	1,0949	0,9976	1,0573	0,9208	0,8780	0,7253	0,0249
0,7346	0,7190	0,9135	1	0,9113	0,9658	0,8411	0,8021	0,6626	0,0227
0,8061	0,7890	1,0024	1,0973	1	1,0598	0,9230	0,8801	0,7271	0,0249
0,7606	0,7444	0,9458	1,0354	0,9435	1	0,8709	0,8304	0,6860	0,0235
0,8733	0,8548	1,0860	1,1889	1,0834	1,1482	1	0,9536	0,7877	0,0270
0,9159	0,8964	1,1389	1,2468	1,1362	1,2042	1,0487	1	0,8261	0,0283
1,1087	1,0852	1,3788	1,5093	1,3754	1,4577	1,2695	1,2106	1	0,0343
32,346	31,658	40,224	44,032	40,126	42,527	37,037	35,317	29,174	1

Tabelle XLV.

Vergleichung verschiedener Gewichte.

Preußisches Pfund.	Wiener Pfund.	Baiersches Pfund.	Sächsisches Pfund. (Zollpfd.)	Cölnische Mark.	Würtembergisches Pfund.	Badensches od. Schweiz. Pfund.	Englisches Pfund. av. d. p.	Altfranzös. Pfund.	Kilogramm
1	0,8352	0,8352	0,9354	2,0004	0,9999	0,9354	1,0311	0,9555	0,4677
1,1974	1	1,0000	1,1200	2,3951	1,1973	1,1200	1,2346	1,1440	0,5600
1,1973	0,9999	1	1,1200	2,3951	1,1973	1,1200	1,2346	1,1440	0,5600
1,0694	0,8928	0,8929	1	2,1385	1,0690	1,0000	1,1023	1,0214	0,5000
0,4999	0,4175	0,4175	0,4676	1	0,4999	0,4676	0,5155	0,4776	0,2338
1,0000	0,8352	0,8352	0,9355	2,0004	1	0,9355	1,0312	0,9555	0,4677
0,0694	0,8928	0,8929	1,0000	2,1385	1,0690	1	1,1023	1,0214	0,5000
1,9698	0,8100	0,8100	0,9072	1,9400	0,9698	0,9272	1	0,9266	0,4536
1,0466	0,8741	0,8741	0,9790	2,0936	1,0466	0,9790	1,0792	1	0,4895
2,1381	1,7857	1,7857	2,0000	4,2769	2,1380	2,0000	2,2046	2,0429	1

Tabelle XLVI.

Vergleichung verschiedener Stundenmaaße.

1 Geographische Meile, 15 auf 1 Grad des Aequators.	1 Preußische Meile à 24000 pr. Fuß.	1 Oesterreichische Meile à 24000 Wiener Fuß.	1 Englische Meile à 1760 Yards od. 5280 Fuß.	1 Schweizer Wegstunde à 16000 schw. Fuß.	1 Kilometer à 1000 Meter.
1	0,98509	0,97803	4,46815	1,54566	7,41917
1,01514	1	0,99286	4,68055	1,56927	7,53248
1,02243	1,00719	1	4,71419	1,58055	7,58665
0,21698	0,21365	0,21213	1	0,33527	1,60929
0,64719	0,63784	0,63070	2,98268	1	4,80000
0,13483	0,13288	0,13139	0,62142	0,20833	1

Gebrauch der vorstehenden Tabellen.

1) Wie viel preußische Fuß hat 1 Meter?

Man suche in Tab. XLII. die Colonne „Meter", fahre in derselben senkrecht abwärts, bis man auf die Zahl 1 kommt, von da an horizontal links bis zur Colonne „Preußische Fuß", so wird man die Zahl 3,1862 finden. Folglich ist

1 Meter = 3,1862 preuß. Fuß.

2) Wie viel Quadratfuß Würtemb. gibt 1 □Fuß Schweizermaaß?

In Tab. XLIII. suche man die Verticalcolonne „Schweizer Quadratfuß" und fahre in ihr abwärts bis auf 1, so steht unmittelbar links in der Colonne „Würtemb. Quadratfuß" die Zahl 1,0965. Folglich ist

1 □' Schweiz. = 1,0965 □' Würtemb.

Tabelle XLVII.

Ueber die Quadrat- und Cubikzahlen, Quadrat- und Cubikwurzeln, den Kreisumfang und die Kreisfläche.

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
1	1	1	1,000	1,000	3,14	0,79
2	4	8	1,414	1,259	6,28	3,14
3	9	27	1,732	1,442	9,42	7,07
4	16	64	2,000	1,587	12,57	12,57
5	25	125	2,236	1,709	15,71	19,63
6	36	216	2,449	1,817	18,85	28,27
7	49	343	2,645	1,912	21,99	38,48
8	64	512	2,828	2,000	25,13	50,27
9	81	729	3,000	2,080	28,27	63,62
10	100	1000	3,162	2,154	31,42	78,54
11	121	1331	3,316	2,223	34,55	95,03
12	144	1728	3,464	2,289	37,69	113,10
13	169	2197	3,605	2,351	40,84	132,73
14	196	2744	3,741	2,410	43,98	153,94
15	225	3375	3,872	2,466	47,12	176,71
16	256	4096	4,000	2,519	50,26	201,06
17	289	4913	4,123	2,571	53,40	226,98
18	324	5832	4,242	2,620	56,54	254,47
19	361	6859	4,358	2,668	59,69	283,53
20	400	8000	4,472	2,714	62,83	314,16
21	441	9261	4,582	2,758	65,97	346,36
22	484	10648	4,690	2,802	69,11	380,13
23	529	12167	4,795	2,843	72,25	415,48
24	576	13824	48,98	2,884	75,39	452,39
25	625	15625	5,000	2,924	78,54	490,87
26	676	17576	5,099	2,962	81,68	530,93
27	729	19683	5,196	3,000	84,82	572,55
28	784	21952	5,291	3,036	87,96	615,75
29	841	24389	5,385	3,072	91,10	660,52
30	900	27000	5,477	3,107	94,24	706,85
31	961	29791	5,567	3,141	97,38	754,76
32	1024	32768	5,656	3,174	100,53	804,24

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
33	1089	35937	5,744	3,207	103,67	855,29
34	1156	39304	5,830	3,239	106,81	907,92
35	1225	42875	5,916	3,271	109,95	962,11
36	1296	46656	6,000	3,301	113,09	1017,87
37	1369	50653	6,082	3,332	116,23	1075,21
38	1444	54872	6,164	3,361	119,38	1134,11
39	1521	59319	6,244	3,391	122,52	1194,59
40	1600	64000	6,324	3,419	125,66	1256,63
41	1681	68921	6,403	3,448	128,80	1320,25
42	1764	74088	6,480	3,476	131,94	1385,44
43	1849	79507	6,557	3,503	135,08	1452,20
44	1936	85184	6,633	3,530	138,23	1820,52
45	2025	91125	6,708	3,556	141,37	1590,43
46	2116	97336	6,782	3,583	144,51	1661,90
47	2209	103823	6,855	3,608	147,65	1734,94
48	2304	110592	6,928	3,634	150,79	1809,55
49	2401	117649	7,000	3,659	153,93	1885,74
50	2500	125000	7,071	3,684	157,08	1963,49
51	2601	132651	7,141	3,708	160,22	2042,82
52	2704	140608	7,211	3,732	163,36	2123,71
53	2809	148877	7,280	3,756	166,50	2206,18
54	2916	157464	7,348	3,779	169,64	2290,21
55	3025	166375	7,416	3,802	172,78	2375,82
56	3136	175616	7,483	3,825	175,92	2463,09
57	3249	185193	7,549	3,848	179,07	2551,75
58	3364	195112	7,615	3,870	182,21	2642,08
59	3481	205379	7,681	3,892	185,35	2733,97
60	3600	216000	7,745	3,914	188,49	2827,43
61	3721	226981	7,810	3,936	191,63	2922,46
62	3844	238328	7,874	3,957	194,77	3019,07
63	3969	250047	7,937	3,979	197,92	3117,24
64	4096	262144	8,000	4,000	201,06	3216,99
65	4225	274625	8,062	4,020	204,20	3318,30
66	4356	287496	8,124	4,041	207,34	3421,18
67	4489	300763	8,185	4,061	210,48	3525,65
68	4624	314432	8,246	4,081	213,62	3631,68
69	4761	328509	8,306	4,101	216,77	3739,28
70	4900	343000	8,366	4,121	219,91	3848,45
71	5041	357911	8,426	4,140	223,05	3959,19
72	5184	373248	8,485	4,160	226,19	4071,50

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
73	5329	389017	8,544	4,179	229,33	4185,38
74	5476	405224	8,602	4,198	232,47	4300,84
75	5625	421875	8,660	4,217	235,61	4417,86
76	5776	438976	8,717	4,235	238,76	4536,45
77	5929	456533	8,744	4,254	241,90	4656,62
78	6084	474552	8,831	4,272	245,04	4778,36
79	6241	493039	8,888	4,290	248,18	4901,66
80	6400	512000	8,944	4,308	251,32	5026,54
81	6561	531441	9,000	4,326	254,46	5153,00
82	6724	551368	9,055	4,344	257,61	5281,01
83	6889	571787	9,110	4,362	260,75	5410,59
84	7056	592704	9,165	4,379	263,89	5541,77
85	7225	614125	9,219	4,396	267,03	5674,50
86	7396	636056	9,273	4,414	270,17	5808,80
87	7569	658503	9,327	4,431	273,31	5944,67
88	7744	681472	9,380	4,447	276,46	6082,11
89	7921	704969	9,433	4,461	279,60	6221,13
90	8100	729000	9,486	4,481	282,74	6361,72
91	8281	753571	9,539	4,497	285,88	6503,87
92	8464	778688	9,591	4,514	289,02	6647,61
93	8649	804357	9,643	4,530	292,16	6792,90
94	8836	830584	9,695	4,546	295,31	6939,78
95	9025	857375	9,746	4,562	298,45	7088,21
96	9216	884736	9,797	4,578	301,59	7238,23
97	9409	912673	9,848	4,594	304,73	7389,81
98	9604	941192	9,899	4,610	307,87	7542,96
99	9801	970299	9,949	4,626	311,01	7697,68
100	10000	1000000	10,000	4,641	314,15	7853,97
101	10201	1030301	10,049	4,657	317,30	8011,86
102	10404	1061208	10,099	4,672	320,41	8171,30
103	10609	1092727	10,148	4,687	323,58	8332,30
104	10816	1124864	10,198	4,702	326,72	8494,88
105	11025	1157625	10,246	4.717	329,86	8659,03
106	11236	1191016	10,295	4,732	333,00	8824,75
107	11449	1225043	10,344	4,747	336,15	8992,04
108	11664	1259712	10,392	4,762	339,29	9160,90
109	11881	1295029	10,440	4,776	342,43	9331,33
110	12100	1331000	10,488	4,791	345,57	9503,34
111	12321	1367631	10,535	4,805	348,71	9676,91
112	12544	1404928	10,583	4,820	351,85	9852,05

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
113	12769	1442897	10,630	4,834	355,01	10028,77
114	12996	1481544	10,677	4,848	358,14	10207,05
115	13225	1520875	10,723	4,862	361,28	10386,91
116	13456	1560896	10,770	4,876	364,42	10568,34
117	13689	1601613	10,816	4,890	367,56	10751,34
118	13924	1643032	10,862	4,904	370,70	10935,90
119	14161	1685159	10,908	4,918	373,81	11122,04
120	14400	1728000	10,954	4,932	376,99	11309,76
121	14641	1771561	11,000	4,946	380,13	11499,04
122	14884	1815848	11,045	4,959	383,27	11689,89
123	15129	1860867	11,090	4,973	386,41	11882,31
124	15376	1906624	11,135	4,986	389,55	12076,31
125	15625	1953125	11,180	5,000	392,70	12271,87
126	15876	2000376	11,224	5,013	395,84	12469,01
127	16129	2048383	11,269	5,026	398,98	12667,71
128	16384	2097152	11,313	5,039	402,12	12867,99
129	16641	2146689	11,357	5,052	405,26	13069,84
130	16900	2197000	11,401	5,065	408,10	13273,26
131	17161	2248091	11,445	5,078	411,54	13478,24
132	17424	2299968	11,489	5,091	414,69	13694,80
133	17689	2352637	11,532	5,104	417,83	13892,94
134	17956	2406104	11,575	5,117	420,97	14102,64
135	18225	2460375	11,618	5,129	424,11	14313,91
136	18496	2515456	11,661	5,142	427,25	14256,75
137	18769	2571353	11,704	5,155	430,39	14741,17
138	19044	2620872	11,747	5,167	433,54	14957,15
139	19321	2685619	11,789	5,180	436,68	15174,71
140	19600	2744000	11,832	5,192	439,82	15393,84
141	19881	2803221	11,874	5,204	442,96	15614,53
142	20164	2863288	11,916	5,217	446,10	15836,80
143	20449	2924207	11,958	5,229	449,24	16060,64
144	20736	2985984	12,000	5,241	452,39	16286,05
145	21025	3048625	12,041	5,253	455,53	16513,03
146	21316	3112136	12,083	5,265	458,67	16714,58
147	21609	3176523	12,124	5,277	461,81	16971,70
148	21904	3241792	12,165	5,289	464,95	17203,40
149	22201	3307949	12,206	5,301	468,09	17436,66
150	22500	3375000	12,247	5,313	471,24	17671,50
151	22801	3442951	12,288	5,325	474,38	17907,90
152	23104	3511808	12,328	5,336	477,52	18145,88

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
153	23409	3581577	12,369	5,348	480,66	18385,42
154	23716	3652264	12,409	5,360	483,80	18626,54
155	24025	3723875	12,449	5,371	486,94	18869,23
156	24336	3796416	12,489	5,383	490,08	19113,49
157	24649	3869893	12,529	5,394	493,23	19359,32
158	24964	3944312	12,569	5,406	496,37	19606,72
159	25281	4019679	12.609	5,417	499,51	19855,69
160	25600	4096000	12,649	5,428	502,65	20106,24
161	25921	4173281	12,688	5,440	505,79	20358,35
162	26244	4251528	12,727	5,451	508,93	20612,03
163	26569	4330747	12,767	5,462	512,08	20876,20
164	26896	4410944	12,806	5,473	515,22	21124,11
165	27225	4492125	12,845	5,484	518,36	21382,51
166	27556	4574296	12,884	5,495	521,50	21642,48
167	27889	4657463	12,922	5,506	524,64	21904,02
168	28224	4741632	12,961	5,517	527,78	22167,12
169	28561	4826809	13,000	5,528	530,93	22431,80
170	28900	4913000	13,038	5,539	534,07	22698,06
171	29241	5000211	13,076	5,550	537,31	22965,88
172	29584	5088448	13,114	5,561	540,35	23235,27
173	29929	5177717	13,152	5,572	543,49	23506,23
174	30276	5268024	13,190	5,582	546,03	23778,77
175	30625	5389375	13,228	5,593	549,78	24052,87
176	30976	5451776	13,266	5,604	552,92	24528,55
177	31329	5545233	13,304	5,614	556,06	24605,79
178	31684	5639752	13,341	5,625	559,20	24884,61
179	32041	5735339	13,379	5,635	562,34	25165,00
180	32400	5832000	13,416	5,646	565,48	25446,96
181	32761	5929741	13,453	5,656	568,62	25730,48
182	33124	6028568	13,409	5,667	571,77	26015,58
183	33489	6128487	13,527	5,677	574,91	26302,26
184	33856	6229504	13,564	5,687	578,05	26590,50
185	34225	6331625	13.601	5,698	581,19	26880,31
186	34596	6434836	13,638	5,708	584,33	27171,69
187	34969	6539203	13,674	5,718	587,47	27464,65
188	35344	6644672	13,711	5,728	590,62	27759,17
189	35721	6751269	13,747	5,738	593,76	28055,27
190	36100	6859000	13,784	5,748	596,90	28352,94
191	36481	6967871	13,820	5,758	600,04	28352,17
192	36864	7077888	13,856	5,768	603,18	28952,98

Zahl, auch Durchmesser n	Quadratzahl n^2	Cubikzahl n^3	Quadratwurzel $\sqrt{n}$	Cubikwurzel $\sqrt[3]{n}$	Kreisumfang $n\pi$	Kreisfläche $\frac{n^2\pi}{4}$
193	37249	7189057	13,892	5,778	606,32	29255,36
194	37636	7301384	13,928	5,788	609,47	29559,31
195	38025	7414875	13,964	5,798	612,61	29864,83
196	38416	7529536	14,000	5,808	615,75	30171,92
197	38809	7645373	14,035	5,818	618,89	30480,60
198	39204	7762392	14,071	5,828	622,03	30790,82
199	39601	7880599	14,106	5,838	625,17	31102,52
200	40000	8000000	14,142	5,848	628,32	31416,00
201	40401	8120601	14,177	5,857	631,46	31730,94
202	40804	8242408	14,212	5,867	634,60	32047,46
203	41209	8365427	14,247	5,877	637,74	32365,54
204	41616	8489664	14,282	5,886	640 88	32685,20
205	42025	8615125	14,317	5,896	644,02	33006,43
206	42436	8741816	14,352	5,905	647,16	33329,23
207	42849	8869743	14,387	5,915	650,31	33653,60
208	43264	8998912	14,422	5,924	653,45	33979,54
209	43681	9123329	14,456	5,934	656,59	34307,05
210	44100	9261000	14,491	5,943	659,73	34636,14
211	44521	9393931	14,525	5,953	662,87	34966,79
212	44944	9528128	14,560	5,962	666,01	35299,01
213	45369	9663597	14,594	5,972	669,16	35632,81
214	45796	9800344	14,628	5,981	672,30	35968,17
215	46225	9938375	14,662	5,990	675,44	36305,11
216	46656	10077696	14,696	6,000	678,58	36643,62
217	47089	10218313	14,730	6,009	681,72	36983,70
218	47524	10360232	14,764	6,018	684,86	37325,34
219	47961	10503459	14,798	6,027	688,01	37668,56
220	48400	10648000	14,832	6,036	691,15	38013,36
221	48841	10793861	14,866	6,045	694,29	38359,72
222	49284	10941048	14,899	6,055	697,43	38707,65
223	49729	11089567	14,933	6,064	700,57	39057,51
224	50176	11239424	14,966	6,073	703,71	39408,23
225	50625	11390625	15,000	6,082	706,86	39760,87
226	51076	11543176	15,033	6,091	710,00	40115,09
227	51529	11697083	15,066	6,100	713,14	40470,87
228	51984	11852352	15,099	6,109	716,28	40828,23
229	52441	12008989	15,132	6,118	719,42	41187,16
230	52900	12167000	15,165	6,126	722,56	41547,66
231	53361	12329391	15,198	6,135	725,70	41909,72
232	53824	12487168	15,231	6,144	728,85	42273,36

Errata.

Seite	3	Zeile	5	von	unten	statt	3041 1	lese man	3042 1
"	5	"	9	"	"	"	I.	" "	XLVII.
"	7	"	2	"	"	"	I.	" "	XLVII.
"	9	"	12	"	"	"	3 a^2 a	" "	3 a^2 b
"	9	"	1	"	"	"	48387 8 0870	" "	48387|8 0870
"	36	"	6	"	"	"	(180 — A	" "	(180 — A)
"	54	"	10	"	oben	"	per Zoll	" "	preuß. Zoll
"	72	"	15	"	"	"	53.61	" "	53,61
"	75	"	9	"	"	"	78	" "	76
"	75	"	10	"	"	"	104	" "	101
"	137	"	1	"	unten	Zeichnungen sollen aufrecht stehen.			
"	153	"	8	"	oben	statt	d^1-$d,^4$	lese man	d^4-$d,^4$
"	175	"	3	"	unten	"	0,2	" "	0,19
"	201	"	4	"	oben	"	0,0087	" "	0,0088
"	210	"	7	"	"	"	der der	" "	der
"	210	"	2	"	unten	"	Draththeile	" "	Drathseile
"	273	"	1	"	oben	"	von	" "	vor
"	288	"	1	"	unten	"	d + r	" "	d — r
"	352	"	9	"	oben	"	liefern	" "	liefert
"	356	"	2	"	"	"	$36^1/_3$	" "	$35^1/_3$
"	370	"	5	"	unten	"	350 tons	" "	360 tons

Bernoulli, Johann Gustav,

Vademecum des Mechanikers oder Praktisches Handbuch für Mechaniker, Mü
hlbauer, Ingenieurs, Techniker und Gewerbsleute

Stuttgart 1859